MEMORIE

DELL' I. R. ISTITUTO VENETO

DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

S 1110 B.1

MEMORIE

DELL' I. R. ISTITUTO VENETO

DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI

VOLUME PRIMO

VENEZIA
DALLA PREMIATA TIPOGRAFIA ANTONELLI
1843

ALLA SACRA MAESTÀ

DI FERDINANDO I.°

IMPERATORE D'AUSTRIA

RE D'UNGHERIA, BOEMIA, LOMBARDIA, VENEZIA

EC. EC. EC. EC.

Sire!

L'Istituto delle Scienze, Lettere ed Arti delle Nostre *provincie venete offre a* Nostra Maestà *il primo volume de' suoi Atti accademici. Con questo volume Esso intende dar prova nel tempo istesso e della sua sollecitudine pei progressi dell'umano sapere, e della profonda sua riconoscenza verso l'*Augusto Monarca *da cui ebbe vita e leggi, e provvedimento e decoro. Degnatevi,* Sire, *di accogliere con clemente aggradimento e il volume e il sentimento che lo scorta ai piedi del* Trono Nostro; *e fate che confortato della*

Sovrana Vostra approvazione possa l'Istituto dai suoi recenti principj con più confidente animo progredire alla meta desiderata, ed alla speranza di maggiori e più profittevoli opere sollevarsi.

Della Sacra Imperiale e Reale Maestà Vostra

Fedelissimi Obbedientissimi Sudditi

I MEMBRI DELL' I. R. ISTITUTO VENETO

AVVERTIMENTO

Quando sul finire del 1810 *la sede dell Istituto Italiano di Scienze Lettere ed Arti, che poscia nel* 1817 *assunse il titolo d'*I. R. Istituto del Regno Lombardo-Veneto, *venne trasferita da Bologna a Milano, fu decretato che nelle Città di Venezia, Bologna, Padova e Verona avessero ad esservi quattro Sezioni del detto corpo; così che tre di esse erano collocate in quelle provincie del Regno Lombardo-Veneto che sono ora soggette all' I. R. Governo di Venezia.*

Di queste Sezioni quella di Verona, pochi essendo i Membri che avessero domicilio in quella Città o nei dintorni, non si è mai costituita, ed i suoi Membri si riguardarono sempre come addetti, oltrechè al corpo centrale di Milano, alle due più vicine Sezioni di Padova e di Venezia.

La Sezione di Venezia cominciò a tenere le sue adunanze nel 1815, *ma per lo scarso numero dei Membri non potè continuarle regolarmente, di maniera che qualche anno dopo furono affatto sospese, ed i pochi Membri superstiti furono incorporati nella Sezione di Padova; delle letture fatte in Venezia nel* 1815 *fu pubblicata poco dopo una* Relazione.

La Sezione di Padova costituitasi nel 1814 *cominciò a tenere le sue adunanze nel detto anno e le continuò regolarmente fino al* 1820, *dopo il qual tempo le riunioni si resero meno frequenti e cessarono quasi affatto verso il* 1826 *per l'avvenuta mancanza d'essi di pressochè tutti i Membri.*

I pochi, che di tutte e tre le Sezioni poste in queste provincie rimanevano in vita, continuarono solo a radunarsi ad ogni due anni per l' esame degli oggetti presentati al concorso de' premj d' industria, la cui distribuzione si fa alternativamente in Milano ed in Venezia nel giorno Onomastico di S. M.

Dal 1814 *al* 1821 *la Sezione di Padova pubblicò in quattro piccoli volumi i* Prospetti *delle sue letture, ovvero gli estratti degli Atti Verbali delle adunanze. Alcune poi delle Memorie lette sì in Padova che in Venezia furono stampate nei tre volumi usciti in luce in Milano dal* 1819 *al* 1824 *col titolo,* = Memorie dell' I. R. Istituto del Regno Lombardo-Veneto.

Intanto per le provvide cure di chi regge i destini di queste provincie, erano stati fondati di nuovo con grandi dispendj, o riformati secondo l' indole dei tempi, importanti stabilimenti destinati all' educazione ed agli studj: e per quanto concerne gl' istituti di pubblica istruzione nelle Scienze e nelle Arti, si poteva riguardare come quasi compiuta la grande opera di una riorganizzazione generale e conforme ai bisogni dell' età presente.

Non mancava per così dire se non la chiave dell' archivolto a compimento di questo edifizio, cioè una novella fondazione o riordinazione di un Istituto destinato a dilatare la sfera delle cognizioni letterarie e scientifiche.

E questo comune desiderio ebbe effetto nella faustissima congiuntura che S. M. I. R. l' Augusto Sovrano venne a cingersi la corona del Regno Lombardo-Veneto. Uscì allora l' Imperiale Decreto 15 *Agosto* 1838, *col quale venne fondato a Venezia l' I. R. Istituto di Scienze Lettere ed Arti per le Provincie Venete, nell' atto stesso che uno consimile se ne fondava in Milano per le Provincie Lombarde: ad ambedue i corpi furono date le stesse leggi e gli stessi ordinamenti; ad ambedue accordati dalla Munificenza Sovrana gli stessi sussidj.*

Lo scopo dell' Istituto di Scienze Lettere ed Arti è di promuovere quegli studj che hanno immediata e principale influenza sulla prosperità e sulla coltura del Regno, e di prestarsi a tutte le ricerche e commissioni dell' I. R. Governo, dovendo essere riguardato come l' organo del medesimo in tutto ciò

che alle Scienze ed alle Arti si riferisce. Ogni due anni deve occuparsi dei giudizj sugli oggetti presentati al concorso pei premj d'industria, e ad ogni due anni proporre un premio per la migliore soluzione di un quesito scientifico. Una raccolta di modelli, di macchine e d'istromenti dev'essere da esso formata e tenuta esposta a comune istruzione.

L'I. R. Istituto ha l'obbligo di tenere periodiche adunanze e di pubblicare ogni due anni una Raccolta delle proprie Memorie e dei proprii Atti.

I Membri dell I. R. Istituto si dividono in tre Classi, cioè in Membri Onorarj, *in* Membri Effettivi *ed in* Socj Corrispondenti.

I Membri Onorarii *sono distinti personaggi i quali possono contribuire a dare all'Istituto lustro e favore. La loro scelta viene fatta dall'Istituto con susseguente approvazione dell'I. R. Governo.*

Il numero dei Membri Effettivi *è di quaranta, dei quali venti godono di una pensione annuale. La loro nomina viene fatta da S. M. sopra proposizione dell'Istituto. A questa Classe di Membri sono propriamente affidate le varie incumbenze del Corpo, ed i lavori scientifici e letterarj.*

I Socj Corrispondenti, *il cui numero è indeterminato, vengono nominati dall'Istituto e scelti tra gli uomini dotti del Regno Lombardo-Veneto, o di altri Stati sì dentro che fuori della Monarchia, i quali siano in grado di contribuire coi loro lavori allo scopo dell'Istituto, o siensi resi benemeriti dello stesso, o gli possano servire di lustro colla loro ammissione: anche le nomine dei Socj corrispondenti devono essere confermate dal Governo.*

L'Istituto ha un Presidente ed un Vice-Presidente: dopo due anni il Vice-Presidente sottentra al Presidente, il quale non può essere rieletto alla Vice-Presidenza se non dopo due altri anni. Havvi inoltre un Segretario ed un Vice-Segretario che durano in carica quattro anni e possono essere rieletti. Queste nomine sono fatte da S. M. sopra proposizioni dell'Istituto.

Le prime nomine dei Membri effettivi dell I. R. Istituto Veneto furono fatte colla Sovrana Risoluzione 26 Novembre 1839, ma gli eletti si congregarono soltanto nel Marzo seguente, e ben poche volte hanno potuto raccogliersi nel 1840. Aumentato poscia il numero dei Membri effettivi, ed assegnata al Corpo una splendida Residenza nel Palazzo Ducale,

s' incominciarono nel 1841 *le regolari adunanze con letture, e si attese a quegli altri lavori che sono prescritti dai Regolamenti.*

Nel Novembre 1842 *e nell'Agosto* 1843 *si nominarono i Socj corrispondenti, limitandone per ora il numero a venticinque, e scegliendo sole persone domiciliate nelle Provincie Venete.*

Il volume, ch' esce presentemente in luce, comprende alcune delle Memorie lette dai Membri effettivi nel primo biennio di vita accademica; altre saranno pubblicate nei volumi che a non lunghi intervalli susseguiranno a questo. Oltracciò l' I. R. Istituto con altra speciale e contemporanea pubblicazione renderà conto dei proprii Atti e delle proprie Adunanze come si pratica presentemente da quasi tutti i Corpi accademici.

Per ispeciale deliberazione dell' I. R. Istituto si deve poi avvertire che i soli Autori delle Memorie sono da tenersi risponsabili delle opinioni e dei fatti in esse annunziati.

ELENCO

DEI

MEMBRI ATTUALI DELL' I. R. ISTITUTO VENETO

DI

SCIENZE, LETTERE ED ARTI

1.mo *Novembre* 1845

PRESIDENTE

Santini Giovanni, cavaliere dell' I. R. Ordine della Corona di Ferro di terza classe, del R. Ordine Danese di Dannebrog, e dell' Ordine del Merito di S. Giuseppe di Toscana, professore ordinario di astronomia e Direttore dell' I. R. Osservatorio di Padova.

VICE PRESIDENTE

S. E. il signor conte Andrea Cittadella Vigodarzere, cavaliere dei Gioanniti, Consigliere intimo e Ciambellano di S. M. I. R.

SEGRETARIO

Pasini Lodovico.

VICE SEGRETARIO

Bizio dottor Bartolommeo, professore nell' I. R. Scuola tecnica in Venezia.

MEMBRI ONORARJ.

S. A. I. R. l' Arciduca d' Austria Francesco Carlo Giuseppe, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia ec., cav. del Toson d' oro, Gran Croce dell' Ordine Reale di s. Stefano d' Ungheria ec.

S. A. I. R. l' Arciduca d' Austria Carlo Luigi Giovanni Giuseppe, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia ec., cav. del Toson d' oro, Gran Croce dell' Ordine militare di Maria Teresa (in brillanti), ec.

S. A. I. R. l' Arciduca d' Austria Giuseppe Antonio Giovanni, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia ec., cav. del Toson d' oro, Gran Croce dell' Ordine di s. Stefano d' Ungheria, Croce d' oro dell' onor civile, ec.

S. A. I. R. l' Arciduca d' Austria Giovanni Battista Giuseppe Fabiano Sebastiano, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d' oro, Gran Croce dell' Ordine militare di Maria Teresa e dell' Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, ec.

S. A. I. R. l' Arciduca d' Austria Ranieri Giuseppe Giovanni Michele Francesco Girolamo, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d' oro, Gran Croce dell' Ordine Reale di s. Stefano d' Ungheria, e dell' Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di ferro (in brillanti), e del R. Ordine Sardo dell' Annunziata, Vice Re del Regno Lombardo Veneto, ec.

S. A. I. R. l' Arciduca d' Austria Luigi Giuseppe Antonio, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d' oro, Gran Croce del R. Ordine di s. Stefano d' Ungheria, ec.

S. A. I. R. l' Arciduca d' Austria Federico Ferdinando Leopoldo, Principe Imperiale, Principe Reale d' Ungheria e di Boemia, ec., cav. del Toson d' oro e dell' Ordine militare di Maria Teresa, cav. di prima classe degli Ordini I. I. russi di s. Andrea, di s. Alessandro Newsky, dell' Aquila bianca e di s. Anna e di s. Giorgio di quarta classe, cav. del R. Ordine militare prussiano del Merito e di quello R. britannico del Bagno, ec.

S. A. S. il Principe Clemente Venceslao di Metternich-Winneburg ec. Grande di Spagna di prima classe, cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell' Ordine Reale di s. Stefano d' Ungheria (in brillanti), Croce d' oro dell' Ordine civile, I. R. Consigliere intimo, Cancelliere della Casa, della Corte e dello Stato, ec., Ministro di Stato e delle Conferenze.

S. E. il signor conte Francesco Antonio di Kolowrat Liebsteinsky, cav. del Toson d'oro, Gran Croce dell'Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, Croce d'oro dell'onor civile, Balio Onorario e Gran Croce dell'Ordine sovrano di s. Giovanni di Gerusalemme, I. R. Consigliere intimo, Ministro di Stato e delle Conferenze, ec.

S. E. il signor conte Carlo d' Inzaghi, Gran Croce dell' Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, e dell' Ordine Costantiniano di s. Giorgio di Parma, I. R. Consigliere intimo, I. R. Ciambellano, ec., Gran Cancelliere e Presidente dell' I. R. Commissione Aulica degli studii.

S. E. il signor conte Carlo Federico di Kubeck e Kurau, cav. del R. Ordine di s. Stefano d' Ungheria, Gran Croce dell' Ordine R. bavaro di s. Michele, cav. di seconda classe dell' Ordine I. russo di S. Stanislao, ec., I. R. Consigliere intimo, Presidente dell' I. R. Camera Aulica generale e dell'I. R. Camera Aulica per le zecche e per le miniere.

S. Eminenza Reverendissima Jacopo Monico, Cardinale della S. R. C., cav. di prima classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, I. R. Consigliere intimo, Cappellano della Corona, ec., Patriarca di Venezia.

S. E. il signor conte Luigi Palffy di Erdöd, cav. dell' Ordine de' Gioanniti, I. R. Consigliere intimo attuale di Stato, I. R. Ciambellano, ec., Governatore delle Provincie Venete

S. E. il signor conte Giovanni Battista di Spaur, Gran Croce dell' Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, cav. di prima classe dell Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, ec., I. R. Consigliere intimo, Ciambellano, ec., Governatore delle Provincie Lombarde.

S. E. monsignor Gio. Battista Ladislao Pyrker di Felsö-Eör, cav. di prima classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, I. R. Consigliere intimo, ec., Patriarca Arcivescovo di Erlau.

S. E. il signor barone Francesco di Galvagna, cav. di seconda classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, Commendatore dell' Ordine Pontificio di s. Gregorio il Grande, I. R. Consigliere intimo, ec., Presidente dell' I. R. Magistrato Camerale e dell' I. R. Accademia di Belle Arti in Venezia.

S. E. il signor conte Andrea Cittadella Vigodarzere, *come sopra.*

Di Sebregondi nobile Giuseppe conte e patrizio romano, cav. dell' Ordine Imperiale Austriaco di Leopoldo, Gran Croce dell' Ordine Pontificio di s. Gregorio il Grande, cav. dell'ordine dei Gioanniti e di quello Pontificio di Cristo (in brillanti), Vice Presidente dell' I. R. Governo, membro di parecchie Accademie.

Sartori Canova monsignor Giovanni Battista, vescovo di Mindo, socio onorario dell' I. R. Accademia di Belle Arti in Venezia.

Di Maniago conte Pietro, cavaliere di seconda classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, socio Onorario dell' I. R. Accademia di belle Arti in Venezia.

Francesconi Ermenegildo, I. R. Consigliere Aulico, socio Onorario dell' I. R. Accademia di belle Arti in Venezia, Capo dell' I. R. Direzione Generale tecnico-amministrativa per le strade ferrate dello Stato.

MEMBRI EFFETTIVI PENSIONATI.

(26 Novembre 1839)

Santini Giovanni, *come sopra.*

Catullo dottor Tommaso Antonio, professore di Storia Naturale nell' I. R. Università di Padova.

Zendrini ab. Angelo, professore emerito di Matematica dell' I. R. Università di Padova. in Mestre.

Zantedeschi ab. Francesco, professore di Fisica nell' I. R. Liceo di Venezia.

Zamboni ab. Giuseppe, professore di Fisica nell' I. R. Liceo di Verona.

(26 Novembre 1839 — 20 Giugno 1843)

Casoni ingegnere Giovanni, architetto all'Ufficio delle fabbriche civili e lavori idraulici dell'Arsenale in Venezia.

(26 Settembre 1840)

Bizio dottor Bartolommeo, *come sopra*.

Bellavitis nob. Giusto, professore di matematica nell'I. R. Liceo di Vicenza.

Forlanetto ab. Giuseppe, in Padova.

Venanzio dottor Girolamo, in Portogruaro.

Sandri Giulio, in Verona.

Bianchetti dottor Giuseppe, in Treviso.

(26 Settembre 1840 — 3 Giugno 1843)

Fusinieri dottor Ambrogio, in Vicenza.

Scopoli conte Gio. Antonio, Segretario perpetuo dell'Accademia di agricoltura, commercio ed arti in Verona.

Nardo dottor Gio. Domenico, in Venezia.

(26 Settembre 1840 — 20 Giugno 1843)

Contarini conte Nicolò, in Venezia.

(3 Giugno 1843)

Minotto nob. Giovanni, in Venezia.

MEMBRI EFFETTIVI NON PENSIONATI.

(26 Novembre 1839)

Racchetti dottor Alessandro, I. R. Consigliere, professore di procedura giudiziaria nell' I. R. Università di Padova.

Menin abate dottor Lodovico, professore di Storia nell' I. R. Università di Padova

Papanni dottor Agostino, cavaliere della Milizia Aurata, in Treviso.

Pasini Lodovico, *come sopra.*

Pallocapa ing. Pietro, cavaliere di terza classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, Direttore delle Pubbliche Costruzioni in Venezia.

Da Rio nob. Nicolò, cavaliere di terza classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, Direttore della Facoltà filosofico-matematica dell' Imp. Reg. Università di Padova.

(21 Marzo 1840)

S. E. il sig. conte Leonardo Manin, Grande Scudiere del Regno Lombardo-Veneto, I. R. Consigliere intimo, e Ciambellano, in Venezia.

(26 Settembre 1840)

Conti dottor Carlo, professore di matematica applicata nell' Imp. Reg. Università di Padova.

De' Visiani dottor Roberto, professore di botanica nell' I. R. Università di Padova.

(3 Giugno 1843)

Jappelli ing. Giuseppe, in Padova.

Barbieri ab. Giuseppe, professore emerito in Padova.

Zanon Bartolommeo, chimico farmacista, in Belluno.

Milani ing. Giovanni, in Verona.

(20 Giugno 1843)

Cortese dottor Francesco, professore di anatomia nell' I. R. Università di Padova

Turrazza dott. Domenico, professore di geodesia e idrometria nell' Imp. Reg. Università di Padova.

SOCJ CORRISPONDENTI.

(28 Dicembre 1841)

Bettio mons. Pietro, cavaliere di terza classe dell' Ordine Imperiale Austriaco della Corona di Ferro, Bibliotecario dell' I. R. Biblioteca Marciana, in Venezia.

(28 Novembre 1842)

Avesani Bartolommeo, ingegnere meccanico, in Verona.

Cicogna Emmanuele, Consigliere straordinario dell' Imp. Reg. Accademia di Belle Arti in Venezia.

Carrer Luigi, professore nell' I. R. Scuola tecnica in Venezia.

Fabio L. Paolo, dottore in medicina, in Venezia.

Galvani dottor Andrea, in Pordenone.

Giacomini dottor Giacomo Andrea, professore di medicina nell' Imp. Reg. Università di Padova.

Maggi Pietro, dottore in matematica, in Verona.

Meneghini dottor Giuseppe, professore nell' I. R. Università di Padova.

Melan mons. Sebastiano, direttore della Facoltà teologica nell' I. R. Università di Padova.

Minich dottor Raffaele, professore di calcolo sublime nell' I. R. Università di Padova.

Parolini nob. Alberto, Scudiere di S. M., in Bassano.

Parravicini nob. Luigi, Direttore dell' I. R. Scuola tecnica, in Venezia.

Pasini Valentino, dottore in legge, in Vicenza.

Poli dottor Baldassare, professore di filosofia nell' I. R. Università di Padova.

Thiene Domenico, dottore in medicina, in Vicenza.

De Tipaldo dottor Emilio, professore nell' I. R. Collegio di Marina in Venezia.

(7 Agosto 1843)

Cittadella conte Giovanni, in Padova.

Freschi nob. Gherardo, in s. Vito del Friuli.

Gera Francesco, dottore in medicina, in Conegliano.

Mugna Gio. Battista, dottore in medicina, in Padova.

Namias Giacinto, dottore in medicina, in Venezia

Toblini Giacinto, professore di matematica nell' I. R. Liceo di Verona.

Zanardini Giovanni, dottore in medicina, in Venezia.

Zinelli ab. Federico, professore e Vice-direttore dello studio filosofico nel Seminario Patriarcale di Venezia.

MEMORIE

DELL' IMP. REG. ISTITUTO VENETO

DI

SCIENZE LETTERE ED ARTI

CONSIDERAZIONI

INTORNO

AL CALCOLO DEGLI OCULARI PER I CANNOCCHIALI ASTRONOMICI

DIRETTE

A DISTRUGGERE LE ABERRAZIONI SECONDARIE DI RIFRANGIBILITÀ,
E DI SFERICITÀ DA ESSI DIPENDENTI

MEMORIA

DEL CAV. GIOVANNI SANTINI

1. Chiunque alcun poco conosca la teorica dei cannocchiali sa che, per gran parte, il loro buon effetto dipende dagli oculari, cioè da una conveniente disposizione di quelle minori lenti dalle quali l'immagine degli oggetti lontani, prodotta dalla lente maggiore che *objettiva* suolsi denominare, viene rappresentata all'occhio dell'osservatore ingrandita, chiara, precisa e distinta. In vero, inutile sarebbe il pretendere di aspirare alla chiara e distinta visione degli oggetti lontani, ove la loro immagine, prodotta dall'*objettivo*, non fosse fedele, e ove esso, per viziosa costruzione, non riunisse esattamente in un punto i raggi luminosi che, partendo da un punto determinato dell'oggetto contemplato, lo investono in tutta la sua superficie. Quindi tutte le cure de' più rinomati artefici e dei geometri più distinti furono rivolte al loro perfezionamento, dopochè nella diversa rifrangibilità dei raggi componenti la luce bianca, e nella proprietà soltanto approssimata delle lenti sferiche di riunire in un punto i raggi procedenti da un punto determinato di un oggetto, si riconobbe l'origine delle numerose confusioni.

che venivano rinfacciate ai cannocchiali nella primitiva loro costruzione immaginata da Galileo, e seguita da tutti quelli che gli tennero dietro fino al celebre Dollond.

Non è mio scopo di trattenermi intorno a questa importantissima parte della Diottrica, la quale è d'altronde sviluppata in molte celebri opere ed in molte memorie disseminate pegli Atti delle più illustri Accademie, e fu anche discussa da me, con quella diligenza che merita la importanza dell'argomento, nella mia *Teorica degli stromenti ottici* pubblicata in Padova in due volumi, colle stampe del Seminario, nell'anno 1828. Qui intendo parlare di alcuni perfezionamenti, che possono ottenersi da un diligente fabbricatore nei cannocchiali astronomici, mediante una conveniente diposizione delle lenti oculari.

II. Perchè più facilmente comprendere si possa lo scopo, a cui tendono le presenti mie ricerche, è necessario di richiamare dalla Diottrica alcune generali nozioni, sulle quali si fonda la teorica dei cannocchiali. È noto, che i raggi luminosi emessi da un punto radiante situato nel prolungamento dell'asse di una lente convessa di vetro, costituendo un cono, di cui il punto radiante è il vertice e la lente ne è la base, vengono da essa rifratti per modo che vanno a riunirsi dall'opposta parte in un punto dello stesso, cui dassi il nome di foco, e se al punto unico radiante sia sostituito un oggetto di figura determinata, da tutti i punti di esso emanano coni luminosi, i quali appoggiandosi sulla superficie anteriore della stessa lente, vengono rifratti per modo, che dall'opposta parte ogni cono si converta in nuovo cono, il cui vertice ha una posizione determinata, ed è situato presso a poco nel piano normale all'asse condotto per il foco; la serie dei vertici di tutti questi coni rifratti costituisce un'immagine fedele ed inversamente posta dell'oggetto, da cui emanarono i raggi luminosi diretti verso la lente.

Se una seconda lente convessa dispongasi intorno allo stesso asse della precedente, in modo che il suo foco cada nell'anzidetta immagine, i raggi di luce ch'eransi riuniti a formarla, continuando il loro corso e cadendo su questa seconda lente, vengono da essa per tal modo rifratti in direzioni paralelle, e se vengono ricevuti nell'occhio di un osservatore, gli rappresentano l'oggetto

lontano chiaro, distinto, in una situazione inversa alla sua posizione naturale, ed ingrandito. Tale è la disposizione del cannocchiale astronomico della più semplice costruzione, siccome riscontrasi da tutti i trattati elementari, nei quali facilmente anco dimostrasi, che l' ingrandimento, ossia il rapporto fra l' angolo ottico dell' oggetto veduto mediante il sussidio del cannocchiale, e quello sotto di cui vedrebbesi ad occhio nudo, è eguale alla distanza focale della prima lente *objettiva* diviso per la distanza focale della seconda lente, che *oculare* suolsi appellare.

III. Affinchè poi una tale disposizione di lenti rappresenti le immagini degli oggetti lontani chiare e distinte, devesi soddisfare ad alcune condizioni che verremo brevemente rammentando. Primieramente devono ingrandirsi gli angoli ottici degli oggetti il più che sia possibile senza generare in essi oscurità, perchè si possano col loro ajuto scorgere i rapporti delle parti più minute che ad occhio nudo sfuggono per la piccolezza degli angoli ottici da esse sottesi. Sembrerebbe, a primo aspetto, che ciò si potesse conseguire illimitatamente, dietro la regola superiore, o aumentando la distanza focale della lente *objettiva*, o diminuendo quella della lente oculare. Ma tosto con piccola riflessione si appalesano gl' inconvenienti di un tale divisamento tanto per la parte pratica, quanto per la parte teorica. Primieramente aumentando la distanza focale della lente *objettiva*, per produrre fortissimi ingrandimenti, si cade bentosto in dimensioni così grandi, da imbarazzare grandemente nell' uso giornaliero: e se con tal mezzo riuscirono già i primi artefici a fabbricare cannocchiali, che nelle mani di Cassini, e di Maraldi fecero discoprire le macchie di Venere, appalesarono il tempo della rotazione di Venere, Marte, Giove e Saturno, non possiamo che ammirare la somma abilità e costanza di quei benemeriti osservatori che, per mancanza di mezzi migliori, furono costretti a farne uso. Nè meno impraticabile è il secondo partito di diminuire oltre un certo confine la distanza focale dell' oculare, perchè bentosto si cade in piccolissime dimensioni, nelle quali i più piccoli errori di figura producono nelle immagini delle confusioni intollerabili. Vi sono dunque in pratica certi limiti nei rapporti delle distanze focali delle lenti *obiettive* ed *oculari*, che non si possono oltrepassare per

aumentare illimitatamente gl' ingrandimenti. Considerando poi la cosa dalla parte teorica, è a sapersi, che la regola superiore per la misura degl' ingrandimenti si può facilmente convertire in un altro precetto, che dimostrasi nei trattati di Diottrica, ed è suscettibile di una generale applicazione, qualunque sia il numero e la disposizione delle lenti colle quali si forma un cannocchiale, purchè sieno disposte per la chiara visione degli oggetti lontani. Il precetto di cui qui intendo parlare è il seguente, sopra di cui fondasi l' uso del dinamometro immaginato dal celebre Ramsden. Disposto avendo l' oculare di un cannocchiale per la chiara visione degli oggetti lontani, se rivolgasi all' aperto cielo, e ricevasi in una carta, od in una scala trasparente, divisa in decimi di linea, il fascetto luminoso emesso dall' ultima lente nel luogo in cui risulta chiaro e contornato, ottiensi l' ingrandimento, dividendo il diametro dell' *objettivo* per il diametro di questo cilindretto luminoso.

Chiamando per tanto x il raggio, o semiapertura dell' *objettivo*; y il raggio di questo fascetto luminoso, che suolsi denominare anche apertura dell' *oculare*; M l' ingrandimento, si ha, dietro questo precetto, l' equazione

$$M = \frac{x}{y}$$

IV. Ottenuta questa equazione fondamentale dai principj della Diottrica per la misura degli ingrandimenti, vuolsi rammentare un altro teorema relativo alla chiarezza degli oggetti contemplati, ed è che assumendo a misura della chiarezza la somma delle impressioni tutte dei raggi luminosi nella retina, questa rimane costante, sinchè tale si considera il diametro della pupilla, e diminuisce con esso. Da ciò agevolmente si conclude che, per procurare la massima chiarezza agli oggetti contemplati col mezzo di un cannocchiale, non conviene diminuire y oltre il raggio della pupilla, o per lo meno non conviene diminuirlo oltre una certa misura, che l' esperienza abbia commendato perchè altrimenti, se gli oggetti vengono ingranditi, risultano oscuri per mancanza d' illuminazione. Da ciò si conclude, che ritenendo per y una certa determinata misura, volendo aumentare gl' ingrandimenti,

è forza aumentare l' apertura della lente *objettiva*. Ora le aperture delle lenti non si possono aumentare oltre certe determinate misure, senza andare incontro alle confusioni nella visione dipendenti dalla diversa rinfrangibilità dei raggi luminosi, ed a quelle ancora più pericolose, dipendenti dalla figura sferica data alle lenti, delle quali brevemente diremo la origine.

Primieramente non essendo la luce bianca solare composta di raggi omogenei dotati tutti di uno stesso grado di rifrangibilità, addiviene che, cadendo sulla superficie della lente *objettiva* un cono od un cilindro di raggi promiscui emanati da un punto determinato di un oggetto lontano, che, per semplicità, fingeremo situato nell' asse, vengano essi variamente rifratti, separati dalla lente, e rivolti dall' altra parte a punti diversi dell' asse, nel modo stesso che tutti sanno accadere nelle celebri esperienze fatte col prisma intorno alla luce solare, che da esso viene separata e presentata in lunghe striscie colorate passanti dal rosso più intenso fino al violetto più languido, per tenuissime ed insensibili successive gradazioni.

Da ciò ne deriva, che in luogo di un' immagine unica del punto radiante, si ottiene una serie d' immagini colorate situate nell' asse per modo, che la rossa trovisi più distante, e la violetta più vicina di tutte alla lente, cadauna delle quali poi, rapporto all' *oculare*, fa a suo turno le funzioni di oggetto, e l' occhio appressandosi ad esso non vede un' immagine sola, ma più successive immagini, ed in diverse distanze. Da ciò ne risulta una doppia confusione nella visione; imperciocchè se ad un punto unico sostituiamo un oggetto, nei luoghi costituenti i fochi dei singoli colori, verrà prodotta una serie successiva d' immagini colorate, le quali vedrannosi soprapposte le une alle altre, appariranno bianche, o del colore loro naturale nel mezzo in grazia della riunione dei colori nell' occhio, contornate all' estremità di frange colorate; la visione sarà confusa perchè molte immagini di una singola parte vengono contemporaneamente presentate all' occhio, e perchè, per la diversa loro distanza, i raggi luminosi non si presentano da tutte sotto quella inclinazione, ch' è richiesta per la chiara visione.

Una tale confusione avvertita dai primi fabbricatori di cannocchiali, e designata col nome di aberrazione di rifrangibilità, diminuisce col rapporto

fra l' apertura dell' *objettivo*, e la distanza focale, e rendesi tollerabile all' occhio quando questo rapporto venga espresso da una certa piccola frazione, che l' esperienza ha indicato. Ne risulta da ciò che, per aumentare gl' ingrandimenti, conservando agli oggetti un conveniente grado di luce, conviene aumentare necessariamente le distanze focali. Questa difficoltà fu per lungo tempo un ostacolo insormontabile al perfezionamento degli stromenti ottici; a che pure grandemente influì un errore del sommo Newton, il quale credette, che le forze dispersive dei vetri di diverso genere fossero proporzionali alle loro forze rifrattive, e dietro ciò potevasi facilmente dimostrare non essere possibile evitare gli errori di rifrangibilità. Ma verso la metà del secolo trascorso lo svedese Klingestierna, e l' inglese Dollond posero fuori di dubbio, con nuovi esperimenti, l' errore in cui era caduto il Newton, e dimostrarono darsi due specie di vetri conosciuti in commercio sotto il nome di *Crown*, e di *Flint (vitrum coronarium, crystallum)*, nei quali il potere dispersivo non andava crescendo in proporzione del potere rifrattivo. Dietro ciò fu facile dimostrare, coi principj della Diottrica, che potevansi combinare insieme due lenti, l' una di Crown convessa, l' altra di Flint concava (od anche un maggior numero), le quali producessero l' effetto di una lente unica di un vetro fittizio dotato della proprietà di riunire in un punto solo tutti i raggi eterogenei procedenti da un punto determinato di un oggetto lontano; con che, tolti di mezzo gli errori di rifrangibilità, potevansi notabilmente aumentare le aperture delle lenti *objettive* in una determinata distanza focale, e con ciò procurare maggiore chiarezza, ed ingrandimenti maggiori.

V. Un' altra sorgente di errori nelle macchine ottiche dipende dalla figura sferica adottata per le lenti. La legge con la quale si operano le inflessioni nei raggi luminosi nel loro passaggio da un mezzo in un altro di variata densità, è che i seni degli angoli d' incidenza, e rifratti mantengono un rapporto costante. Dietro questa legge si dimostra facilmente che le lenti vitree, conterminate da due superficie sferiche, non possono riunire in un punto i raggi paralelli, e quelli provenienti da un punto rimoto, se non in quanto si assumono le loro aperture per infinitamente piccole.

Tosto che si assume una lente di apertura finita, i raggi incidenti in gran

vicinanza dell' asse, vengono per effetto della rifrazione riuniti nel foco della lente; mentre quelli che cadono verso l' estremità sono rivolti ad un punto un poco più vicino; e se supponiamo l' intera superficie della lente divisa in zone sferiche infinitamente strette, ad ogni zona compete per i raggi paralelli un punto speciale di riunione, che tanto più avvicinasi alla superficie interna della lente, quanto più la zona si allontana dall' asse. La piccola porzione dell' asse in cui cade la serie dei punti di riunione appellasi dagli scrittori di Diottrica *aberrazione longitudinale di sfericità*. Se ora al punto radiante sostituiamo un oggetto dai di cui singoli punti si emettano coni luminosi che vadano ad investire la lente, facilmente si scorge, che si formerà sulla linea di aberrazione longitudinale una serie d' immagini dello stesso oggetto, cadauna delle quali sarà dovuta ad una delle speciali zone, nelle quali (secondo il superiore concetto) fu diviso l' *objettivo*, e se a queste zone si attribuisca un' eguale estensione superficiale, chiaro apparisce, che queste successive immagini riusciranno tutte egualmente splendenti. Pertanto se pongasi l' occhio dell' osservatore dietro la lente oculare, vedrà in luogo dell' oggetto unico, che vuol contemplare una serie d' immagini le une alle altre vicinissime, tutte egualmente splendenti, fra le quali niuna insorge a dichiararsi principale, ed attrarre la sua attenzione, cancellando così, direi quasi, la presenza delle altre; le minute parti di una si projettano sopra le parti dell' altra, e non sempre sopra le omologhe per la varia loro distanza dall' occhio; onde risulta la visione confusa ed indistinta. Vuolsi tuttavia osservare, che gli errori dipendenti dalla figura delle lenti sono piccolissimi nelle piccole aperture; imperciocchè dimostra la teoria che l' aberrazione longitudinale di sfericità varia, come il quadrato del rapporto della semiapertura della lente alla sua distanza focale, laonde se per questo rapporto assumasi una frazione di primo ordine, l' aberrazione longitudinale risulta di secondo ordine, e lo spazio perpendicolare all' asse in cui l' occhio vede distribuite, e ravvicinate tutte le immagini di un punto radiante a cui dassi il nome di circolo di aberrazione, è tale che acquista un raggio proporzionale alla terza potenza di questo rapporto. Tale raggio appellasi *raggio del circolo di aberrazione*.

Da questi pochi cenni si può facilmente concludere, che gli errori di sfe-

ricità negli stromenti ottici hanno piccola influenza nelle mediocri aperture, e soltanto quando queste si fanno un poco maggiori, possono divenire pericolosi per la sovverchia luce, che hanno le immagini secondarie accanto all'immagine principale prodotta dalle parti centrali della lente. Fortunatamente però le aberrazioni di sfericità sono dipendenti dai raggi delle superficie delle due lenti, e si dà luogo a determinarli con tali rapporti per produrre una determinata distanza focale che acquistino un minimo valore; che anzi ponendo a contatto due, o più lenti, delle quali alcune sieno convesse, ed altre concave, si possono facilmente regolare, dietro la teoria, i raggi delle loro superficie; in modo che si annulli l'aberrazione longitudinale, e quindi anche il raggio del circolo di aberrazione; la qual circostanza permette di dare alle lenti un' apertura molto maggiore di quella che comporterebbe una lente unica ed isolata.

VI. Da quanto siamo fin qui istoricamente venuti riferendo, dalla teorica degli stromenti ottici si deduce, 1.° essere possibile di costruire una lente composta di due diverse specie di vetro, la qual distrugga, od almeno attenui e renda innocue alla chiara visione le irregolarità dipendenti dalla diversa rifrangibilità dei colori; 2.° essere possibile di dare ai raggi delle diverse superficie componenti il sistema, tali rapporti che distruggano eziandio gli errori di sfericità. Guidati da siffatte teorie molti celebri ottici, congiungendo la teorica alla pratica, (fra i quali si distinsero eminentemente Dollond, e Ramsden in Inghilterra, Lorenzo Selva in Venezia, Fraunhofer in Monaco, ed il nostro celebre contemporaneo cav. Amici in Firenze) giunsero a costruire lenti *objettive acromatiche* per i cannocchiali, che sorpassarono nei loro effetti qualunque preconcepita speranza; e ne' quali il rapporto dell'apertura alla distanza focale si può spingere, senza nuocere alla precisione delle immagini, ad $\frac{1}{17}$, ed anche ad $\frac{1}{12}$. Le immagini prodotte da queste lenti composte, sono chiare e precise, risultando immuni dagli errori di rifrangibilità e di sfericità. Qualora però queste immagini, prendendo il posto di un oggetto luminoso, vengono ad essere contemplate mediante una lente *oculare*, nella nuova rifrazione, si riproducono gli errori di rifragibilità, e di figura, sebbene in una scala molto più piccola, e per conseguenza risultano molto meno nocivi

alla distinta visione degli oggetti, tanto più che il nostro occhio parte per l'abitudine contratta nella giornaliera osservazione, parte per la sua arcana costruzione, si adatta a certe irregolarità non sorpassanti alcune misure abbastanza late, che l'esperienza ha assegnato.

VII. Sebbene in generale siano stati meno solleciti gli ottici della costruzione degli *oculari*, che degli *objettivi* per la minore loro influenza nella distinta rappresentazione degli oggetti, tuttavia non hanno mancato gli scrittori di Diottrica d'indagare la più conveniente loro disposizione, tanto colla vista di aumentare il campo della visione, quanto di attenuare gli errori da essi riprodotti, che appelleremo *errori secondarj*. Nel secondo volume della teorica degli stromenti ottici ho esposto con conveniente estensione, ed illustrato con molti esempj numerici le leggi che possono servire di norma nella costruzione degli *oculari* per i cannocchiali astronomici composti di una sola lente, di due lenti, ed anche di tre lenti, e questi precetti sono pure quelli, che vedonsi praticati dagli ottici più riputati nei migliori cannocchiali sortiti dalle loro officine; ivi pure ho procurato di apprezzare colla scorta delle formule generali sviluppate nel primo volume. la grandezza degli errori secondarj dipendenti dalla rifrangibilità, e dalla figura sferica dei vetri, affinchè possa facilmente un diligente osservatore dal confronto dell'effetto prodotto dai cannocchiali costruiti dai più riputati artefici colla teorica, raccogliere il limite di grandezza a cui si possono estendere gli errori secondarj senza apportare nocumento alla precisione, ed alla distinta visione.

Dalle cose ivi esposte, gioverà richiamare le seguenti conseguenze.

1.° Qualunque sia la disposizione delle lenti *oculari*, ed il loro numero, è conveniente che sieno costruite con il vetro appellato *Crown*, la cui forza dispersiva è minore di quella del *Flint*.

2.° Negli oculari formati da una lente unica indicando per $\delta\downarrow$ l'angolo di residua aberrazione di refrangibilità pei raggi paralelli all'asse, per m l'indice medio di rifrazione, per dm l'incremento da questo ricevuto quando si vuol adattare alle estremità dello spettro prismatico si ha:

$$\delta\downarrow = \frac{x}{p} \cdot \frac{d\,m}{m-1}$$

Assumendo $\frac{x}{p} = \frac{1}{24}$, e valutando $\frac{d\ m}{m\ -\ 1}$ soltanto per i colori più splendenti, trovasi $\delta\downarrow = 0'\ 33''$ (§ 196). Che se piacesse estenderlo agli estremi dello spettro nei colori più languidi trovasi $\delta\downarrow = 2.'\ 36.''$

Quanto agli errori di sfericità trovasi il raggio K del circolo di aberrazione residua $= 3,''\ 47 \cdot \lambda'$ (§ 197) se sia $\frac{x}{p} = \frac{1}{24}$, e riducesi nei cannocchiali di Fraunhofer, ove $\frac{x}{p} = \frac{1}{30}$ ad $1'', 80\ \lambda'$, ove λ' è un numero, il di cui minimo valore è $= 1$, e da cui dipendono i raggi delle superficie delle lenti, dietro l'equazioni assegnate al § 105 del 1.° Volume.

Nelle lenti isosceli commemente adoperate si ha il numero $\lambda' = 1, 63$, lo che riduce i valori superiori di K ai $5, \frac{''2}{3}$, ed a $3''$ circa.

L' esperienza dimostra, che in questi cannocchiali la visione è distinta; precise le immagini qualora non si richiedano amplificazioni troppo sforzate. Questi numeri si possono pertanto ritenere per termini di confronto ad altri *oculari*.

Oltre i due nominati errori, un altro ne insorge procedente dalla decomposizione dei raggi obbliqui all' asse, i quali nell' *objettivo* si modellano dietro i raggi principali, che passano irrefratti pel suo centro, e si riuniscono per conseguenza nella immagine incolora situata nel foco; ma nell' *oculare* vengono ad incontrare la lente obbliquamente fuori dell' asse, si decompongono, e vanno sotto varie inclinazioni ad incontrare l' asse nel luogo destinato alla situazione dell' occhio. Da ciò ne deriva, che le immagini prodotte dall' *objettivo*, sebbene *acromatiche*, e situate ad un luogo unico nell' asse, vengono per l' intervento dell' *oculare* contornate da un leggiero margine colorato esternamente in azzurro, ed internamente in rosso, difetto non grave, facilmente tollerabile all' occhio nelle discrete amplificazioni, e che non può esser tolto facendo uso di una sola lente oculare.

3.° Il primo a costruire *oculari* pei cannocchiali astronomici con due lenti, che distruggessero il predetto margine colorato fu lo stesso Dollond a cui l' Ottica va debitrice eziandio della prima costruzione degli *objettivi acro-*

matici, tanto con due, che con tre lenti. La teoria di questi celebri *oculari*, appellati ordinariamente *oculari acromatici*, ed anche *negativi* è da me riferita nell'opera più volte citata al § 216, e seguenti; essi godono dei seguenti vantaggi sopra gli *oculari* semplici; 1.° raddoppiano il campo della visione; 2.° distruggono il margine colorato delle immagini; 3.° sono di facile costruzione. Si riproducono però in essi gli errori di rifrangibilità pei raggi paralelli all'asse in una misura presso a poco doppia di quella superiormente riferita pegli *oculari* semplici, ed il raggio dell'aberrazione di sfericità è rappresentato per la formula:

$$\mathrm{K} = o''.\,2239\,(\lambda' - 6\nu + 27\,\lambda'')$$

ove ν dipende dall'indice di rifrazione; ed è presso a poco $= 0.\,2327$, $\lambda'\,\lambda''$ sono i numeri determinanti i rapporti dei raggi delle superficie delle lenti. Dalle discussioni riferite ai §§ 220-221, risulta che la migliore disposizione intorno alla figura da darsi alle lenti è quella di adoprare per la prima una lente piano-convessa rivolgendo verso l'*objettivo* la parte convessa, e per la seconda una lente isoscele. In questo caso i numeri λ', λ'' divengono

$$\lambda' = 9.\,783\,;\ \lambda'' = 1,\,630.$$ Dietro ciò si ottiene $\mathrm{K} = 11'',\,73$.

VIII. Da ciò risulta, che in questi *oculari* il vantaggio ottenuto col togliere il margine colorato è molto attenuato dall'aumento degli angoli di aberrazione, e più ancora dall'incremento notabile degli errori di sfericità, ed era desiderata cosa il poterli perfezionare. Trovandomi nel settembre del 1839 in Firenze, il chiarissimo prof. cav. Amici, fra le molte cose di cui col suo ingegno e con la sua conosciuta abilità ha arricchito quel gabinetto astronomico, mostrommi un circolo a riflessione con prismi di sua invenzione, lavorato con tutta la finitezza meccanica nel suo elaboratorio, a cui era applicato un piccolo cannocchiale, che tosto destò la mia attenzione per la somma chiarezza, e precisione nel rappresentare gli oggetti. Ricercata alla sua gentilezza la ragione di una tale chiarezza e precisione, congiunta

ad un ingrandimento estraordinario in sì piccole dimensioni, mi rispose: ch'era costruito dietro certi suoi principj non pubblicati, coi quali mediante l'aggiunta di una lente di *Flint* avea reso acromatico l'*oculare*. Meditando sulla risposta datami dal chiarissimo amico mio, ho voluto ricercare colla scorta delle equazioni fondamentali della diottrica, quali norme assegnasse la teorica per costruire un oculare a tre lenti, due di *Crown*, ed una di *Flint*, introducendo le condizioni che venisse distrutto il contorno colorato, ingrandito il campo della visione, e distrutte, od almeno attenuate, le aberrazioni secondarie di rifrangibilità, e di sfericità.

Sono appunto queste ricerche, che mi permetto di produrre oggi, dotti colleghi, alla cortese vostra censura. Risulta da esse, essere possibile distruggere gli errori secondarj di sfericità; potersi togliere il contorno colorato, ed attenuarsi gli errori di rifrangibilità nei raggi parallelli all'asse, fino a renderli anco minori di quelli che rimangono in una sola lente; ma restringesi in questi oculari alcun poco il campo della visione, mentre la loro costruzione richiede una diligenza, e perizia non ordinaria, per cui tali vantaggi non possono attendersi che da ottici eminentemente istruiti nella teorica e nella pratica; per lo che gran lode merita il nostro prof. Amici, che primo ha immaginato di correggere per cotal modo, e perfezionare la teorica degli *oculari* per i cannocchiali astronomici.

Premesse istoricamente le superiori notizie, passerò all'esposizione della teoria di sì fatti *oculari*, che verrà da me opportunamente illustrata con esempj numerici, dai quali si faranno palesi le norme per la loro costruzione.

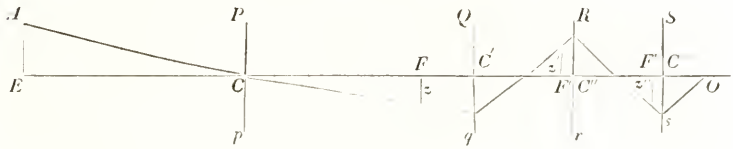
CALCOLO

di un oculare acromatico a tre lenti per i cannocchiali astronomici, in cui sia distrutto il contorno colorato pei raggi laterali, e distrutte, od almeno attenuate le secondarie aberrazioni di rifrangibilità, e di figura riprodotte nella visione dalle lenti delle quali esso componesi.

IX. Riterremo tutte le denominazioni stabilite nel 1.° volume dalla teorica degli stromenti ottici, ed è palese che un cannocchiale munito di un

oculare a 3 lenti costituisce un sistema di quattro lenti disposto per la chiara visione degli oggetti lontani.

Per più facile intelligenza, riferiremo qui la figura generale, con le denominazioni relative ad un tale sistema, che adatteremo poi al caso particolare in questione



Sia E un punto radiante situato ad una distanza grandissima nel prolungamento dell' Asse CO, intorno a cui sono distribuite le quattro lenti Pp, Qq. Rr, Ss, che riguarderemo come convesse, ed aventi per ordine le distanze focali p. q. r. s; rammentando la norma generale, che se alcuna di esse si converte in lente concava, la corrispondente distanza focale deve riguardarsi siccome negativa. Siano F, F', F'' i punti, ove dopo la rifrazione riunisconsi successivamente i raggi emanati da E; e si pongano le distanze di riunione, dette anco *determinatrici* per la 1.ma lente $EC = a$; $CF = \alpha$; per la seconda $C'F = b$; $C'F' = \beta$; per la 3.za $C''F' = c$; $C'F'' = \gamma$; per la 4.ta $C''F'' = d$; $C''F''' = \delta$. AE fingendosi l'oggetto osservato, sia AC il raggio principale estremo, che diretto al centro della prima lente passa per essa irrefratto, ed attraversa, in virtù della rifrazione, le altre lenti, seguendo la linea spezzata $ACqRsO$: le linee $z.z'.z''$ saranno le successive immagini della linea AE del dato oggetto prodotte dal sistema; O il luogo, ove deve collocarsi l'occhio per vedere l'ultima immagine, la quale in questo caso si presenterà inversa, e sotto l'angolo ottico $C''Os$, mentre ad occhio nudo sarebbe veduta sotto l'angolo ACE. Ponendo pertanto quest'ultimo $= \varphi$, il primo $= M\varphi$, sarà M l'ingrandimento prodotto dal sistema. Per ultimo, per ritenere le denominazioni tutte della teorica degli stromenti ottici, chiameremo

πq, $\pi' r$, $\pi'' s$ le aperture $C'q$, $C''R$, $C'''s$ richieste nelle lenti, perchè l'estremo raggio principale possa attraversarle tutte senza impedimento, valutandole per positive, quando in ciascheduna lente l'incontro del raggio principale AC con essa, rapporto all'Asse, segue nella direzione indicata dalla figura, per negative se ciò accada in una direzione contraria. Saranno π, π', π'' numeri assoluti (positivi o negativi secondo la direzione delle indicate aperture) rappresentanti il rapporto di esse alle distanze focali delle lenti, dal valore dei quali dipende l'ampiezza del campo visibile; dietro quanto si è indicato nella teorica degli stromenti non possono assumersi maggiori di $\frac{1}{4}$. senza che troppo si rendano sensibili gli errori di figura, sebbene in alcune meno importanti circostanze siano da abili fabbricatori stati determinati anche $= \frac{1}{3}$ nel massimo loro valore. Assumeremo inoltre, che l'oggetto radiante AE rapporto alle dimensioni del sistema sia situato ad una distanza infinita, e che per la chiara e distinta visione i raggi emanati dal punto E devono sortire dall'ultima lente Ss in direzione paralella all'asse; lo che darà

$$a = \infty \; ; \; \delta = \infty \; ; \; \alpha = p \; ; \; d = s$$

X. Ciò premesso le equazioni somministrate dalla diottrica, alle quali s'appoggia la buona condizione del sistema, saranno le seguenti:

$$(1) \ldots\ldots \frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta}$$

$$(2) \ldots\ldots \frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma} \qquad ; (3)\ d = s$$

$$(4) \ldots\ldots M = \frac{\alpha\beta\gamma}{b\,c\,d} = \frac{p\beta\gamma}{b\,c\,d}$$

$$(5) \ldots\ldots \pi q = (p + b)\ \varphi$$

$$(6) \ldots\ldots \pi' r = \left(\frac{p\beta}{bc} - 1\right) c\,\varphi + \pi\, c$$

$$(7) \ldots\ldots \varphi = \frac{\pi'' - \pi' + \pi}{M + 1}$$

La condizione che nel sistema debba essere distrutta l'aberrazione longitudinale di rifrangibilità nei raggi paralelli all'asse somministra la seguente equazione (§ 87)

$$(8)\ \frac{d\,m}{m-1}\cdot\frac{1}{p}+\frac{d\,m'}{m'-1}\cdot\frac{1}{q}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}+\frac{d\,m''}{m''-1}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{c^2}{\beta^2}+\frac{d\,m'''}{m'''-1}\cdot\frac{1}{s}\cdot\frac{b^2}{\alpha^2}\cdot\frac{c^2}{\beta^2}\cdot\frac{d^2}{\gamma^2}=o$$

Finalmente, la condizione, che i raggi principali attraversanti il sistema degli *oculari* verso i confini del campo sortano pure ricomposti per distruggere i contorni colorati delle immagini, porge la seguente equazione:

$$(9)\ \ldots\ \pi\cdot\frac{d\,m'}{m'-1}\cdot+\frac{\pi'\,c}{\beta}\cdot\frac{d\,m''}{m''-1}+\pi''\,\frac{c\,d}{\beta\,\gamma}\,\frac{d\,m'''}{m'''-1}=o$$

nelle quali due ultime equazioni $m.\ m'.\ m''.\ m'''$ rappresentano per ordine gl'indici medj di rifrazione corrispondenti alle sostanze, di cui sono costruite le lenti di distanze focali $p.\ q.\ r.\ s$; $dm.\ dm'$, dm'', dm''' le loro rispettive variazioni per adattarli ai colori estremi dello spettro solare.

XI. Dopo di avere richiamato dalla teorica degli stromenti ottici le equazioni generali, dalle quali dipende la soluzione del propostoci problema, veniamo ad applicarle e modificarle, siccome esige il presente caso particolare. Primieramente rifletteremo, che intendiamo essere la prima lente Pp un'*objettivo* acromatico costruito dietro i precetti ampiamente esposti, ed esemplificati nel 1.° volume, e per ridurci al caso più comune nella pratica, noi lo supporremo composto di due lenti soltanto, o dietro la Teorica Euleriana, o dietro quella di Herschel costantemente seguita nelle sue costruzioni dal celebre Fraunhofer di Monaco, e da quelli che, dopo di lui, dirigono lo stabilimento ottico da esso lasciato. In questa ipotesi la quantità p rappresenterà la distanza focale dell'*objettivo*, e nell'equazione (8) si annullerà il termine $\frac{dm}{m-1}\cdot\frac{1}{p}$. Apparisce poi dalla forma della stessa equazione, che gli altri termini non possono annullarsi, a meno che le residue tre lenti non sieno formate di sostanze diverse dotate di poteri dispersivi differenti, e non siavene fra esse almeno una avente una distanza focale negativa. Per imitare anche

in questo caso la pratica seguita nel calcolo degli *objettivi* acromatici, riguarderemo l'ultima lente di distanza focale s siccome concava, e costruita di Flint, le altre due essendo costruite di Crown. Oltre a ciò, supporremo ridottte a contatto le ultime due lenti Rr, Ss: lo che darà la condizione $d + \gamma = o$, cioè $\frac{d}{\gamma} = -1$. In fine, per ravvicinarci alla teoria degli oculari Dollondiani, riguarderemo b, come numero negativo; lo che esige che la lente Qq sia situata innanzi che i raggi procedenti dall'*objettivo* siansi riuniti nel foco F a formare la prima immagine, dimodochè in tutto il sistema non risulti che una sola immagine inversa situata tra le lenti Qq, Rr. Dietro tutto ciò la disposizione speciale di questo sistema sarà la seguente:

AE oggetto radiante
Pp lente *objettiva* di distanza focale $= p$
Qq primo *oculare* convesso di distanza focale $= q$
F luogo dell'immagine unica $= z$
Rr secondo *oculare* convesso di distanza focale $= r$
Ss terzo *oculare* concavo a contatto del precedente di distanza focale $= s$
O luogo dell'occhio
$ECqrsO$ viaggio del raggio principale determinante l'apertura φ del campo del cannocchiale.

XII. Confrontando ora la disposizione del viaggio del raggio principale in questa figura con quella della superiore figura fondamentale vedesi, che saranno le aperture πq, $\pi'' s$, positive, mentre risulta $\pi' r$ negativa: pertanto essendo le distanze focali q, r positive, ed s negativa, sarà π numero positivo, essendo π', π'' numeri negativi. Affinchè poi il campo

risulti il più grande possibile, chiamando ω il massimo valore, che possono avere i rapporti $\pi, \pi' \pi''$ (valore, che come sopra abbiamo rammentato, suolsi porre $= \frac{1}{4}$) dovremo porre dietro l'equazione (7)

$$\pi = \omega ; \pi' = -\omega ; \pi'' = -i\omega,$$

essendo i un numero frazionario da stabilirsi convenientemente perchè il campo non risulti troppo diminuito. Ponendo pertanto nelle superiori equazioni generali $\frac{d}{\gamma} = -1 ; \frac{dm}{m-1} \frac{1}{p} = o$, e ritenendo come nel § 26 che il coefficiente $\frac{dm}{m-1}$ per le lenti costruite di Crown sia $= \zeta ;$ e $\frac{dm'}{m'-1} = \zeta$ per le lenti costruite di Flint, le superiori equazioni si cangieranno nelle seguenti:

$$(1) \ldots \frac{1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} ; (2) \ldots \frac{1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma} ; (3)\ d = -\gamma = s$$

$$(4) \ldots M = -\frac{\alpha\beta}{bc} = -\frac{p\beta}{bc} ; (5) \ldots \omega q = (p + b)\ \varphi$$

$$(6) \ldots \omega r = (\frac{p\beta}{bc} - 1)\ \varphi c + \omega c ; \text{ ovvero più semplicemente}$$

$$(6) \ldots \omega r = (M + 1)\ \varphi . c - \omega c\ (7) \ldots \varphi = (\frac{2-i}{M+1})\ \omega$$

$$(8) \ldots \zeta\ (\frac{1}{q} + \frac{1}{r} \frac{c^2}{\beta^2}) + \zeta' \frac{1}{s} . \frac{c^2}{\beta^2} = o\ (9) \ldots \zeta - \frac{c}{\beta} . \zeta + i \frac{c}{\beta} . \zeta' = o$$

le quali, qualora riguardare si volessero le quantità p, M, ω come date, sarebbero sufficienti a determinare tutte le altre quantità $q, r, s, b, \beta, c, \gamma, d, \varphi, i$, osservando che l'equazione (3) tien luogo di due equazioni. Non volendo però prendere per i, che numeri convenienti, e tali che arrechino una piccola diminuzione al campo visibile, non potrà soddisfarsi con tutto rigore l'equazione (8), e perciò dovremo contentarci di scegliere quelle soluzioni, che valgono ad attenuare fino ad un limite tollerabile l'angolo $d4$ della residua aberrazione di rifrangibilità.

XIII. Pongasi per brevità $\frac{c}{\beta} = Q$, e l'equazione (9) darà tosto

..... $Q = \frac{1}{1-i} \frac{\zeta}{\zeta'}$. Dovendo poi essere c, e β numeri positivi in virtù dell'assunta disposizione, dovrà essere $i < \frac{\zeta}{\zeta'}$. Nei vetri dei quali servivasi Fraunhofer nella fabbrica de' suoi cannocchiali, che sono all'incirca quegli stessi posti ai nostri giorni in commercio dalla rinomata fabbrica di M.r Guinand nella Svizzera, si ha molto prossimamente $\frac{\zeta}{\zeta'} = 0{,}6$. Dovrà pertanto i essere numero positivo, minore di $\frac{1}{2}$. Giova poi prendere per i il più piccolo valore, ch'è comportabile colle dimensioni delle lenti, per rendere il campo più grande possibile, giacchè l'equazione (7) dimostra, che se l'aggiunta di una lente concava può togliere od attenuare l'angolo di aberrazione di rifrangibilità, diminuisce necessariamente il campo rendendolo minore di quello che si ottiene dagli *oculari* di Dollond, nei quali pure si ha il vantaggio di avere distrutto il contorno colorato.

Stabilito poi il valore di i, ed ottenuto dietro di esso il valore di Q, un calcolo numerico molto semplice farà determinare dietro la scorta delle superiori equazioni tutte le altre incognite del sistema. In fatti l'equazione (7) assumendo $\omega = \frac{1}{4}$, e riducendo i numeri astratti a minuti di arco, darà tosto

$$\varphi = \frac{(2-i)}{M+1} \omega = \frac{(2-i)\ 3437,'75}{4\,(M+1)}.$$

L'equazione (4) darà $b = -\frac{p'}{MQ}$; dopo di che l'equazioni (5), e (7) insieme combinate daranno

$$q = \frac{(2-i)\ (p+b)}{M+1}.$$

Ottenuto q, si avrà dall'equazione (1)

$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{q} - \frac{1}{b}$, cioè ... $\beta = -\frac{b.\ q}{q-b.}$ quindi $c = \beta . Q$.

Le quantità seguenti si potranno esprimere facilmente per i e per c; in fatti l'equazione (6) (qualora sostituiscasi in essa per φ il suo valore dall'equazione (7) darà ... $r = (1 - i)\, c$. In seguito l'equazione (2) darà $\gamma = \frac{1 - i}{i}\, c$

e per ultimo $d = s = -\gamma$

Pertanto l'ordine da seguirsi nel calcolo numerico sarà il seguente:

1.° Si assuma per i un valore fra 0, ed $\frac{1}{2}$ e si stabiliscano con opportune osservazioni i valori di ζ. ζ' sui vetri che voglionsi impiegare.

2.° Si calcoli $Q = \frac{c}{\beta}$ mediante l'equazione $Q = \frac{1}{1 - i\frac{\zeta}{\zeta}}$

3.° Si otterranno le incognite del problema dal calcolo successivo delle seguenti equazioni:

$$\varphi = \frac{(2 - i)}{M + 1} \quad \omega = \frac{(2 - i)\ 859,'1}{M + 1}$$

$$b = -\frac{p}{MQ}$$

$$q = \frac{(2 - i)\ (p + b)}{M + 1}$$

$$\beta = -\frac{b.\, q}{q - b}$$

$$c = Q.\ \beta$$

$$r = (1 - i)\ c$$

$$\gamma = -d = -s = \frac{1 - i}{i}\, c.$$

Sarà poi la distanza dell'occhio dall'ultima lente $= \frac{\pi - s}{M?}$. che molto prossimamente riducesi a $-\ \frac{i\, s}{2 - i}$

XIV. Gli ottenuti valori che per intero determinano il sistema dovrebbero ora soddisfare eziandio all'equazione (8) affinchè fosse tolto ogni secondario errore di rifrangibilità; ciò per altro non accadendo, indichiamo colla lettera Π il risultato della sostituzione.

Dividendo da ambe le parti per $\zeta = \frac{d\,m}{m-1}$, avremo

$$\frac{\Pi}{\zeta} = \frac{1}{q} + \frac{c^2}{\beta^2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{s}\frac{\zeta}{\zeta}\right) = \frac{1}{q} + \frac{c^2}{\beta^2}\left(\frac{1}{(1-i)c} - \frac{i}{(1-i)c}\frac{\zeta}{\zeta}\right)$$

$$= \frac{1}{q} + \frac{c}{(1-i)\beta^2}\left(1 - i\frac{\zeta}{\zeta}\right).$$

Rammentando essere $\frac{c}{\beta} = \frac{1}{1 - i\frac{\zeta}{\zeta}}$, la precedente diviene

$$\frac{\Pi}{\zeta} = \frac{1}{q} + \frac{1}{(1-i)\beta} = \frac{2-i}{(1-i)q} - \frac{1}{(1-i)b},$$

a motivo di $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} - \frac{1}{b}$

Sostituendo in questo risultato i valori superiori di q e di b espressi per Q. ed M, avremo

$$\frac{\Pi}{\zeta} = \frac{1}{1-i}\left(\frac{M+1}{p+b} - \frac{1}{b}\right) = \frac{M\,Q\,(Q+1)}{p\,(M\,Q-1)} \cdot \frac{1}{1-i}.$$

Ottenuta questa semplice riduzione, potremo facilmente apprezzare l'angolo di residua aberrazione: chiamandolo $d\,\Psi$, e ritenendo la sua forma generale del § 86 per un sistema di quattro lenti di cui la prima sia acromatica. la seconda e terza di *Crown*. e la quarta di *Flint*, si troverà facilmente

$$d\,\Psi = \frac{M\,x\,d\,m}{m-1}\,\frac{b^2}{\alpha}\,\frac{\Pi}{\zeta} = \frac{1}{1-i}\,\frac{M}{M\,Q-1}\cdot\frac{Q+1}{Q}\,\frac{x\,d\,m}{(m-1)\,p^2},$$

la quale molto prossimamente riducesi alla seguente

$$d\,\Psi = \frac{1}{1-i}\,\frac{Q+1}{Q}\,\frac{x\,d\,m}{(m-1)\,p^2}. \quad . \quad . \quad . \quad (A)$$

Risulta ora da questa equazione, non potersi annullare $d\psi$ per qualunque valore di i, e quindi non potersi togliere contemporaneamente alle immagini il contorno colorato dipendente dalla decomposizione dei raggi laterali, e quelle deboli ombreggiature colorate riprodotte dalla decomposizione dei raggi paralelli all'asse pella rifrazione delle lenti *oculari*. Essendo però questo secondo errore piccolissimo negli *oculari* di una sola lente, e rappresentato da $\frac{\varkappa\, d\, m}{(m-1)\, p^2}$, che porremo $= d\psi$, sarà in queste disposizioni attenuato o reso innocuo, se il suo superiore coefficiente sia una frazione o non superi l'unità.

ESEMPIO NUMERICO

XV. Per mostrare più chiaramente la via da seguirsi in ogni caso particolare nella costruzione di tal sorta di *oculari*, proponiamoci di voler costruire un cannocchiale acromatico, dotato della chiarezza normale, il quale ingrandisca 60 volte, avendo un *objettivo* duplicato. Supponiamo di costruire le lenti con le stesse qualità di vetro adoperato nell'esempio del § 126 per la costruzione degli *objettivi* acromatici per cui si ha

$$\frac{\zeta}{\zeta'} = 1{,}650853\,;\ \frac{\zeta}{\zeta''} = 0{,}605747.$$

Ritenendo i precetti esposti al principio del 2.° volume per procurare ai cannocchiali la chiarezza normale, e ritenendo il pollice parigino per unità di misura, la distanza focale dell'*objettivo* acromatico per un ingrandimento 60 sarà $= 30$ pollici. Perciò avremo $M = 60\,;\ p = 30^{p}\,;\ \omega = \frac{1}{i}$.

Porremo $i = \frac{1}{3}$ valore presso a poco medio fra i limiti nei quali è contenuto:

avremo $\zeta = \frac{\zeta^2 - i\,3437{,}75}{1{,}61} = \frac{5{,}859\,\zeta - i}{3{,}61} = \frac{5{,}859\,\zeta - i}{183}$ di cui ecco

il calcolo coi logaritmi:

$$\begin{array}{l} \text{Log. } 5 = 0{,}698970 \\ L.\ 8{,}59{,}\ 4 = 2{,}934240 \\ c.L.\ 183 \quad = 7{,}737553 \\ \hline \text{Log. } \varphi \quad = 1{,}370762.\ ; \quad \varphi = 23'.\ 48 = 23'.\ 29''.\ \text{circa} \end{array}$$

$$2.^{\circ}\ Q = \frac{c}{\beta} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}.\ 1{,}650853} = \frac{1}{0{,}449716}$$

Quindi Log. $Q = 0{,}347706$; $Q = 2{,}2236$

$$3.^{\circ} \ldots\ldots\ldots\ b = -\frac{p}{M\,Q}$$

$$\begin{array}{l} \text{Log. } -p = 1{,}477121 - \\ c.\ \text{Log.} \quad M = 8{,}221853 + \\ c.\ \text{Log.} \quad Q = 9{,}652947 + \\ \hline \text{Log. } b \ = 9{,}351911 - \end{array} \qquad \begin{array}{r} b = -\ 0{,}\ ^{p}22486 \\ p = \quad 30{,}\ 00000 \\ \hline p + b = +\ 29{,}\ 77514 \end{array}$$

$$\text{Log. } \frac{1}{b} = 0{,}648091; \quad \frac{1}{b} = -\ 4{,}44722$$

$$4.^{\circ} \ldots\ldots\ q = \frac{(2 - i)\ (p + b)}{M + 1.} = 5\ \frac{(p + b)}{183}$$

$$\begin{array}{l} \text{Log.} \quad 5 = 0{,}\ 698970 + \\ c.\ \text{L. } 183 = 7{,}\ 737553 + \\ \text{Log. } p + b = 1{,}\ 473851 + \\ \hline \text{Log. } q \quad = 9.\ 910374 + \qquad ;\ q = +\ 0{,}\ ^{s}81352 \end{array}$$

$$\text{Log. } \frac{1}{q} = 0{,}\ 089626 + \ ; \ \frac{1}{q} = +\ 1{,}\ 22922$$

$$5.^{\circ} \ldots\ \beta = -\ \frac{b.\ q}{q - b}\ ;\ \text{ovvero più comodamente}$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} - \frac{1}{b},\ \text{di cui ecco il calcolo}$$

$\frac{1}{q} = +\ 1,\ 2292$

$-\frac{1}{b} = +\ 4,\ 4472$

$\frac{1}{\beta} = +\ 5,\ 6764$: Log. $\frac{1}{\beta} = 0,75407 +$: Log. $\beta = 9.24593 +$

$\beta = +\ 0^{p}.\ 17617$

6.° . . . . $c = \beta . Q$

Log. $\beta = 9.\ 24593 +$

Log. $Q = 0.\ 34706 +$

Log. $c = 9.\ 59299 +$; $c = +\ 0^{p}.\ 39174$

7.° . . . . $r = (1 - i)\ c = \frac{2}{3}\ c = +\ 0.\ 26116$

$\gamma = -\ d = -\ s = +\ \frac{1 - i}{i} .\ c = 2c = +\ 0^{p}.\ 78348$

Pertanto la disposizione del cannocchiale sarà la seguente

Distanza focale dell'*objettivo* duplicato . . . = 30^{p}, 0000

Distanza focale della prima lente *oculare* di *Crown* . . . . . = 0. 8135

Distanza focale della seconda lente *oculare* di *Crown* . . . . . = 0. 2612

Distanza focale della terza lente *oculare* di *Flint*, che sarà concava . . . . . = $-0^{p}.\ 7835$

Le distanze poi delle lenti sasanno le seguenti

Dall'*objettivo*, alla 1.ª lente *oculare* $p + b$. = $29^{p}.\ 7751$

Dalla 1.ª alla 2.ª lente *oculare* $\beta + c$ . . = 0. 5679

La seconda e la 3.ª lente *oculare* saranno a contatto.

Fra la 1.ª e la 2.ª lente *oculare*, ad una distanza $\beta = 0^{p}.1762$ dalla prima lente, si collocherà il diaframma per contornare il campo, e rendere precise le immagini.

Per ultimo la distanza dell'occhio dall'ultima lente sarà:

$$= - \frac{i.\ s}{2 - i} = - \frac{1}{5}\, s = 0^p,157$$

L'equazione (A) darà l'angolo della residua aberrazione

$$d\,\Psi = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q + 1}{Q^2} \cdot \frac{dm}{(m-1)p}$$ che riducesi molto prossimamente $= \frac{dm}{(m-1)p}$, cioè eguale a quello, che si ottiene da un *oculare* semplice.

XVI. In un modo affatto simile si ottengono le dimensioni dell'*oculare* per un altro valore di i qualunque. La tavola seguente riunisce i risultati ottenuti, dando ad i diversi valori, affinchè si possa vedere a colpo d'occhio, quali risultano le dimensioni più convenienti, per soddisfare nella migliore maniera alle assunte condizioni. Vi abbiamo aggiunto in un'apposita colonna eziandio le dimensioni di un *oculare* Dollondiano a due lenti, che distrugge il contorno colorato. Per ultimo i valori di $d\,\Psi_1$ suppongono $\frac{d-m}{m-1} \cdot \frac{x}{p} = 2'\,36''$, quale appunto risulterebbe in una lente unica estendendo la variazione fino agli estremi limiti dello spettro solare.

Dimensioni di un oculare acromatico per un objettivo duplicato di 30^{p}. che ingrandisce 60 volte

$i =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	Oculare Dollondiano
Semi-Campo . . . . . $\varphi =$	21′. 8″	22′ 19″	23′. 29″	25′. 22″	28′. 11
$Q =$	5, 7283	5, 2037	2, 2137	1, 4929	. . . . .
Distanza focale di 1.ª lente . . . . . $q =$	0^{p},7356	0^{p},7746	0^{p},8135	0^{p},8754	0_{p},9672
di 2.ª lente. . . . . $r =$	0, 2235	0, 2428	0, 2612	0, 2849	0, 3240
di 3.ª lente di *Flint* . $s =$	−0. 2235	−0, 5826	−0, 7855	−1, 4465	. . . . .
$b =$	−0, 0873	−0, 1561	−0, 2249	−0. 3349	−0, 5000
$\beta =$	+0, 0780	+0. 1299	+0, 1762	+0, 2422	. . . . .
$c =$	+0, 4461	+0, 4162	+0, 3917	+0, 3616	. . . . .
$\gamma =$	+0, 2235	+0. 5826	+0. 7855	+1, 4465	. . . . .
$d =$	−0. 2235	−0. 5826	−0, 7855	−1, 4465	. . . . .
Distanza di *objettivo* dal 1.° *oculare* . =	29. 9127	29, 8439	29. 7750	29, 6651	29, 5000
di 1.° *oculare* del 2.° =	0, 5241	0, 5461	0. 5679	0, 6038	0, 6480
Angolo di residua aberrazione . . . . . =	0, 41. $d\psi$	0. 70. $d\psi$	0, 98. $d\psi$	1, 40 $d\psi$	2 $d\psi$
ovvero	1′. 2″	1′. 48″	2′. 33″	3′. 38″	5′. 12

Apparisce dalla precedente tavoletta che partendo da $i = \frac{1}{2}$ l'errore $d\psi$ di residua aberrazione va crescendo col diminuirsi di i. e sarebbe minimo assumendo $i = \frac{1}{2}$. Ma questa disposizione, oltre una soverchia diminuzione del campo porta l'immagine in troppa vicinanza alla prima lente, per lo che non vi rimane spazio da adattarvi il diaframma, ed i fili micrometrici, che talvolta in esso si dispongono; oltre a ciò richiede vetri purissimi, e lavoro perfettissimo di lenti, affinchè le piccole bollicine del vetro, e le piccole striscie portate dalla politura non deturpino l'immagine degli oggetti lontani. Opportunissime sono la seconda e la terza disposizione, nelle quali $d\psi$ è minore che negli *oculari* semplici; commendevole è pure la quarta.

che quanto al campo si avvicina agli *oculari* di Dollond, e ne diminuisce alcun poco gli errori. Il vantaggio principale di questa disposizione di *oculari* non deve (a parer mio) riporsi in una qualche diminuzione della residua aberrazione di rifrangibilità, imperciocchè si sa dalle sperienze del nostro Venturi (*Memorie della Società Italiana, vol. III.*) e da altre ricerche posteriormente istituite dal più volte lodato Fraunhofer, che l'occhio nostro non è perfettamente acromatico, e per l'arcana sua costruzione si dispone senza nostra saputa a tollerare deviazioni dalle consuete direzioni dei raggi, ed errori molto più grandi di quelle d'altronde piccolissime residue aberrazioni senza che la loro presenza venga da noi avvertita con un relativo perturbamento nella chiara e distinta visione. Il vantaggio loro principale, per quanto io porto opinione, ed a cui forse è dovuto il buon effetto di sopra rimarcato nell'*oculare* del sig. Amici sta nella possibilità di potere con opportuna disposizione dei raggi delle superficie delle lenti distruggere il raggio di aberrazione di sfericità, da cui emana, siccome sopra abbiamo indicato, una pericolosa sorgente di errori nella visione. Quindi a compimento della loro teorica aggiungeremo eziandio il calcolo relativo alla figura delle lenti.

CALCOLO

del raggio del circolo di aberrazione sferica.

XVII. Si ritengano le denominazioni tutte del § 44 del 1.° volume della teorica degli stromenti ottici, avvertendo soltanto di cambiare le funzioni ivi indicate per P, Q, R, S in P_1, P_2, P_3, P_4 ad oggetto di non indurre confusione col sopraintrodotto valore di Q. Detto K il raggio del circolo di aberrazione sferica, avremo per un sistema di 4 lenti (osservando che per i cannocchiali $h = a$) $K = \frac{M\ x^3}{4}\left(P_1 + \frac{b'}{\alpha'}.P_2 + \frac{b'\ c'}{\alpha'\ \beta'}.P_3 + \frac{b'\ c'\ d'}{\alpha'\ \beta'\ \gamma'}\ P_4\right)$. Nel caso attuale essendo l'*objettivo* reso acromatico e soddisfatte le condizioni per le quali si annulla in esso l'errore di sfericità,

sarà $P_1 = o$. Di più dietro le precedenti equazioni si ha $\frac{\gamma'}{d'} = 1 : \frac{b'}{\alpha'} = \frac{1}{M' Q'}$; $\frac{b' c'}{\alpha' \beta'} = \frac{b' c' d'}{\alpha' \beta' \gamma'} = \frac{1}{M'}$.

Introdotti questi valori nell'equazione precedente, essa può scriversi sotto la forma

$$K = \left(\frac{p}{M}\right)^3 \frac{x^3}{4\,p^3} \left[\frac{p_2}{Q'} + P3 + Q4\right]$$

ove in luogo della frazione $\left(\frac{P}{M}\right)^3$ si porrà $\frac{1}{8}$, se il sistema (come nel superiore esempio) sia disposto per la chiarezza normale. — Assumeremo che la 2.ª e 3.ª lente del sistema (che corrispondono alla 1.ª e 2.ª lente *oculare*) siano convesse e costruite di *Crown* dotate dell'indice di rifrazione m per i raggi medii, mentre la 4.ª concava sia di *Flint*, a cui corrisponda l'indice medio di rifrazione m'. In questa ipotesi avremo dal § 108

$$P_2 = \frac{\mu \lambda'}{q^3} + \frac{\mu x}{q\,b\,\beta}$$
$$P3 = \frac{\mu \lambda''}{r^3} + \frac{\mu \upsilon}{r\,c\,\gamma}$$
$$P4 = \frac{\mu' \lambda'''}{s^3} + \frac{\mu' \upsilon'}{s\,d\,\delta} = \frac{\mu' \lambda'''}{s^3} \text{ (a motivo di } \delta = \infty\text{)};$$

nelle quali $\lambda' \lambda'' \lambda'''$ sono certi numeri arbitrarj positivi e maggiori dell'unità, dai quali dipende la figura delle lenti. Il loro minimo valore $= 1$ corrisponde alla lente di minima aberrazione sferica; μ, x sono certe funzioni determinate dell'indice di rifrazione, la forma delle quali è assegnata al § 103. Mediante questi valori se ritengasi la condizione della chiarezza normale, la precedente equazione tosto diviene

$$K = \frac{1}{8} \cdot \frac{\mu\, x^3}{4\,p^3} \left[\frac{\lambda'}{Q' q^3} + \frac{\lambda''}{r^3} + \frac{\mu'}{\mu} \cdot \frac{\lambda'}{s^3} + \frac{v}{Q' q b \beta} + \frac{\upsilon}{r\,c\,\gamma}\right] \quad \ldots \text{(B)}.$$

XVIII. La sostituzione dei valori di $q.\ r.\ s\ b.\ \beta.\ c\ \gamma$ per $p.\ Q\ M\ I$. conducendo a formule troppo complesse, la ridurremo a numeri per ciascuno

degli assunti valori di i, ritenendo per queste grandezze i valori assegnati nella tavola superiore. Nelle specie di vetro di cui qui si tratta abbiamo dall'esempio del § 126

$$\begin{aligned} m &= 1{,}53000 \ldots\ldots & m' &= 1{,}634494 \\ \text{Log. } \mu &= 9.99454 & \text{Log. } \mu' &= 9.88836 \\ \text{» } \upsilon &= 9{,}34134 & \text{» } \upsilon' &= 9{,}46356 \\ \text{» } \sigma &= 0{,}22014 & \text{» } \sigma' &= 0{,}17982 \\ \text{» } \rho &= 9.35542 & \text{» } \rho' &= 8{,}80053 \\ \text{» } \tau &= 9.96625 & \text{» } \tau' &= 9{,}92117 \end{aligned}$$

Le ultime tre delle quali ci abbisogneranno fra poco.

Eseguendo ora, mediante i sopra riferiti valori, opportunamente i calcoli numerici, si ottengono in ciascuna ipotesi per K i seguenti risultati

1.ª ipotesi . . . . $i = \frac{1}{2}$

$$K = \frac{1}{8}\,\frac{\mu x^3}{4p^3}\,[0{,}002334\ \lambda' + 89{,}600\ \lambda'' - 8.771\ \lambda''' + 4{,}875]$$

2.ª ipotesi . . . . $i = \frac{5}{12}$

$$K = \frac{1}{8}\,\frac{\mu x^3}{4p^3}\,[0{,}02042.\ \lambda' + 69.902.\ \lambda'' - 3{,}970\ \lambda''' + 3{,}596]$$

3.ª ipotesi . . . . $i = \frac{1}{3}$

$$K = \frac{1}{8}\,\frac{\mu x^3}{4p^3}\,[0{,}07597\ \lambda' + 56{,}140\ \lambda'' - 1{,}6284.\ \lambda''' + 2{,}4593]$$

4.ª ipotesi . . . . $i = \frac{1}{5}$

$$K = \frac{1}{8}\,\frac{\mu x^3}{4p^3}\,[0{,}30013.\ \lambda' + 41.300\ \lambda'' - 0{,}25872\ \lambda''' + 0{,}8246]$$

XIX. Apparisce da qui che la figura della 1.ª lente è pressochè indifferente, essendo il numero arbitrario moltiplicato per piccolissime frazioni: la 2.ª e la 3.ª lente hanno grande influenza sulla distinta divisione, ma tro-

vandosi con contrario segno i numeri arbitrarj ad esse relativi, si può coll'ajuto della lente concava attenuare molto il valore di K, ed anche renderlo $= o$. A tale oggetto basterà assumere per λ', λ'' dei valori arbitrarj, e tosto si ha dalle relazioni precedenti il valore di λ''', che annulla l'errore di sfericità, con che la figura delle lenti rimane determinata. I più piccoli valori di λ', λ'' sono l'unità, ma questi conducono a figure incomode in pratica; imperciocchè la prima lente in questa ipotesi diviene convessa verso l'*objettivo*, e concava verso l'occhio, la seconda si avvicina ad essere isoscele. Vedesi pertanto, che la disposizione più comoda per la pratica, e che in pari tempo si avvicina di più ai precetti commendati dalla teoria è la figura piano-convessa per la prima lente con la parte convessa verso l'*objettivo*, e la figura isoscele per la seconda. Noi vogliamo pertanto in queste ipotesi determinare i valori di λ' e di λ''.

Risulta dal § 104 del 1.° volume che perchè la prima lente divenga piano-convessa con la disposizione ora indicata, dovrà λ' determinarsi dall'equazione (8) ponendovi $r' = \infty$; ciò darà nelle presenti denominazioni

$$\sqrt{\lambda'} - 1 = \frac{q}{\beta} \cdot \frac{\rho}{\tau} + \frac{q}{b} \cdot \frac{\sigma}{\tau} \ldots\ldots (a)$$

e dal § 106, affinchè la 2.ª lente sia isoscele si avrà pel caso attuale

$$\sqrt{\lambda''} - 1 = \frac{\sigma - \rho}{2\tau} \cdot \frac{c - \gamma}{c + \gamma} \ldots\ldots (b);$$

ottenuti per ogni valore di i dietro i corrispondenti valori di q, β, b e γ i numeri λ', λ'' si sostituiranno per ordine nei valori superiori di K, i quali posti $= o$ daranno i valori di λ''' in cadauna ipotesi. Finalmente le equazioni (7), (8) del § 104 applicate all'ultima lente daranno i raggi delle sue superficie. Se supponiamo R il raggio della superficie rivolta verso l'*objettivo*; R' quello della superficie verso l'occhio, queste daranno

$$R = \frac{s}{\rho' + \tau' \sqrt{\lambda''' - 1}}; \quad R' = \frac{s}{\sigma' - \tau' \sqrt{\lambda''' - 1}}$$

Eseguendo i calcoli numerici qui indicati con l'appoggio dei risultati

precedenti, si otterranno i risultati seguenti per ciascheduno dei sopra assunti valori di i, dietro i quali la figura di tutte le lenti è completamente determinata.

	$i=\frac{1}{2}$	$=\frac{5}{12}$	$=\frac{1}{3}$	$=\frac{1}{5}$	
$\lambda' =$	165, 120	56, 52	29, 73	15, 472	
$\lambda'' =$	1, 000	1,0167	1,0667	1, 216	
$\lambda''' =$	10, 815	19, 147	39, 67	2152,2	
$R =$	$-0^p,1670$	$-0,1611$	$-0,1492$	$-0,1179$	
$R' =$	$+0,1063$	$+0,2856$	$+0,2133$	$+0,1353$	

Di qui apparisce, che la lente di *Flint* prossima all'occhio risulta concavo-convessa, avendo la parte concava rivolta all'*objettivo*, e la parte convessa verso l'occhio; con che il sistema delle ultime due lenti viene a presentare l'aspetto de'celebri *objettivi* di Fraunhofer. Non è poi a dubitare, dietro le cose esposte, che non si debba attendere da questi *oculari* un ottimo effetto, venendo in essi attenuate le residue aberrazioni di rifrangibilità, e tolte affatto quelle dipendenti dalla figura sferica; ma nel tempo stesso è facile a comprendersi che la pratica loro esecuzione non può essere affidata, che ad ottici diligenti e distinti, i quali ad una grande abilità meccanica congiungano una distinta cognizione di queste sottili teoriche.

XX. *Scolio.* Poichè il gran numero delle indeterminate che si presentano nel trattare le questioni di ottica dà adito a diverse combinazioni, fra le quali l'artefice istruito deve scegliere la più conveniente, crediamo opportuno di dimostrare colla scorta delle equazioni generali, che la disposizione assunta nel calcolo del propostoci *oculare* sembra la più conveniente. In fatti volendosi costruire un *oculare* con tre lenti, due delle quali si assumano convesse e lavorate con *Crown*, l'altra concava costruita con *Flint*, non si possono assumere che le seguenti tre disposizioni 1.° *caso: prima lente concava, seconda e terza convesse.* 2.° *caso: seconda lente concava; prima e terza convesse.*

3.° *caso prima e seconda lente convesse, terza lente concava.* Del quale abbiamo diffusamente sopra trattato. Prendendo ad esaminare la prima disposizione, dovendo essere le aperture $\pi\ q.\ \pi'\ s$ positive, e $\pi'\ r$ negativa (essendo la distanza focale q negativa, e le altre positive) avremo $\pi,\ \pi'$ negativi, e π'' positivo. Ponendo pertanto $\pi = -i\ \omega,\ \pi' = -\omega, \pi'' = \omega$, sarà . . . $\varphi = \frac{(2-i)\omega}{M+1}$ e perciò dovrà sceglierssi per i una piccola frazione ad oggetto di non diminuire troppo il campo. Ciò posto l'equazione del contorno colorato ritenendo le superiori denominazioni diverrà

$$-i.\frac{\zeta'}{\zeta} = \frac{c}{\beta} + \frac{c}{\beta}.\frac{d}{\gamma} = o$$

Qui si possono considerare due casi distinti; cioè quello in cui riduconsi a contatto le due lenti convesse prossime all'occhio; l'altro in cui riduconsi a contatto la prima, e la seconda lente. Nel primo caso, si ha $d + \gamma = o$, e quindi $\frac{d}{\gamma} = -1$; la precedente equazione non può sussistere per valori positivi di c e di β. Quindi non potendosi togliere il contorno colorato, la disposizione è inammissibile. Nel secondo caso, si ha $\frac{c}{\beta} = -1$, e la equazione precedente darà . . .

$$\frac{d}{\gamma} = 1 - i.\frac{\zeta'}{\zeta'} \text{ valore che porremo} = Q.$$

dovendo poi essere d positivo, perchè $= s$ per i piccoli valori di i minori di $\frac{1}{2}$ risulterà pure γ positivo. Laonde con un'analisi simile alla superiore, si troverà che le equazioni generali si modificano in modo da somministrare le seguenti equazioni per il calcolo successivo degli elementi atti nella costruzione del richiesto oculare.

Ritenendo . . . . $Q = \frac{d}{\gamma}$, si avrà

$$1)\ \varphi = \frac{(2-i)\omega}{M+1} = \frac{(2-i).\ 859',4}{M+1}$$

2) $Q = \frac{d}{\gamma} = 1 - i\frac{\zeta'}{\zeta}$

3) $b = -\frac{p}{QM}$

4) $q = \frac{2-i}{i} \cdot \frac{p+b}{M+1} = -\frac{2-i}{i} \cdot \frac{p(MQ-1)}{MQ.(M+1)}$

5) $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} - \frac{1}{b}$

6) $c = -\beta$

7) $r = i\beta\left[\frac{QM-1}{M+1} \cdot \frac{2-i}{i} - 1\right]$

8) $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} - \frac{1}{c} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\beta}$

9) $d = Q\gamma = s$

10) distanza dell'occhio dall'ultima lente $= \frac{\pi'' s}{M\varphi} = \frac{1}{2} s$ prossimamente.

La disposizione poi sarà la seguente; La prima lente concava di *Flint* con distanza focale $= q$ si terrà aderente alla seconda di *Crown*, convessa con distanza focale $= r$; la terza lente pure di *Crown* con distanza focale $= s$ si terrà separata dalle due precedenti dell'intervallo $= r + d$. Il diaframma per contornare il campo si stabilirà nel foco della 3.ª lente, ove pure si devono all'uopo tendere i fili micrometrici.

Per calcolare l'angolo $d\Psi$ dell'aberrazione residua di rifrangibilità, ed il raggio K dell'aberrazione di sfericità pongasi $\frac{\Pi}{\zeta} = \frac{1}{q} \cdot \frac{\zeta'}{\zeta} + \frac{1}{r} + Q^2 \cdot \frac{1}{s}$; sarà (indicando per $d\Psi_t$ l'aberrazione residua negli *oculari* semplici di una sola lente)

$$d\Psi = \frac{p}{Q^2 M^2} \cdot \frac{\Pi}{\zeta} \cdot d\Psi_t \ldots\ldots (a)$$

Si troverà poi facilmente (ritenendo come sopra $\frac{p}{M} = \frac{1}{2}$)

$$A = \frac{\mu \cdot x^2}{32\ p^3} \left| \frac{\mu'}{\mu Q \cdot q^3} \lambda' + \frac{1}{Q \cdot r^3} \lambda'' + \frac{1}{s^3} \lambda''' + \frac{\mu \cdot \gamma'}{\mu Q \cdot q b \beta} + \frac{1}{Q \cdot r c \gamma} \right| \ldots (b)$$

dietro le quali equazioni facilmente si potrà giudicare della convenienza dell'*oculare* per ogni assunto valore di i.

XXI. Per vedere fino a qual punto questa disposizione possa raccomandarsi nella pratica, ho calcolato nelle stesse ipotesi superiori di $M = 60$. $p = 30$. e colle stesse qualità di vetri le dimensioni risultanti per l'*oculare* nelli casi di $i = \frac{1}{5}$, ed $i = \frac{1}{10}$ valori che danno una piccola diminuzione al solito campo degli *oculari* Dollondiani a due lenti. Ho ottenuto così i seguenti risultati. per .... $i = \frac{1}{5}$ ..... per $i = \frac{1}{10}$

$Q =$ 0, 66983	$Q =$ 0, 83491
$b = -$ 0.^{p}74645	$b = -$ 0.^{p}59337
$q = -$ 4. 3161	$q = -$ 9, 1592
$\beta = +$ 0, 90252	$\beta =$ 0, 64079
$c = -$ 0, 90252	$c = -$ 0. 64079
$r = +$ 0, 86320	$r = +$ 0, 91576
$\gamma = +$ 0. 4412	$\gamma = +$ 0. 3770
$d = s = +$ 0. 2956	$d = s = +$ 0. 3148.

Queste disposizioni pertanto condurrebbero a distanze focali sensibilmente grandi, e convenienti nella pratica; ma non reggono alla prova degli errori residui; imperciocchè si riscontrano in essi anche maggiori, e più pericolosi di quelli sussistenti negli *oculari* di Dollond a due lenti. In fatti. facendo uso degli ottenuti valori il calcolo numerico delle equazioni (*a*). (*b*) darà

$$d\Psi = 2{,}56\ d\Psi_i \ldots\ldots\ d\Psi = 2{,}24\ d\Psi_i$$

mentre negli oculari di Dollond si ha $d\Psi = 2\ d\Psi$.

Quanto al raggio del circolo di aberrazione sferica si troverà

per $i = \frac{1}{5}$

$$K = \frac{\mu x^2}{32 p^3} [- 0{,}04838. \lambda' - 2{,}7823 + 7{,}723 \lambda'' + 38{,}738. \lambda''']$$

e per $i = \frac{1}{10}$

$$K = \frac{\mu x^3}{32 p^3} [- 0{,}00210. \lambda' - 1{,}9083 + 2{,}680 \lambda'' + 32{,}069. \lambda''']$$

mentre negli *oculari* Dollondiani a due lenti si ha (V. II. p. 42)

$$K = \frac{\mu x^3}{32 p^3} (\lambda' - 1{,}38 + 27 \lambda'')$$

A vero dire il coefficiente negativo del numero arbitrario λ' rende possibile l'annullare il valore di K in questi *oculari;* ma ciò non si ottiene, che con valori grandissimi di λ', i quali conducono nella costruzione della lente concava a curvature contrarie e fortissime, che esigono una somma diligenza, e nelle quali un piccolissimo errore può produrre rilevanti confusioni nella visione. Per questa ragione credo che non sia da raccomandarsi ai pratici questa disposizione di lenti.

XXII. Passando ora ad esaminare il caso, in cui si voglia formare concava la seconda lente, si presentano qui pure due distinte combinazioni; cioè quando riducesi essa aderente alla terza lente prossima all'occhio; e quando riducesi aderente alla 1.ª lente innanzi la formazione dell'immagine. Sì nell'una che nell'altra combinazione saranno positive le aperture $\pi\, q$, $\pi''\, s$, mentre è negativa l'apertura $\pi'\, r$; essendo poi positivi i valori di q, e di s, negativo quello di r, risultano positivi i rapporti π, π', π''. Si stabilirà pertanto per rendere il campo più grande possibile, $\pi = \pi'' = \omega$; $\pi' = i\ \omega$, e quindi $\varphi = \frac{(2 - i)\,\omega}{M + 1}$

Prendendo ora a parte la prima combinazione in cui si ha $\gamma + d = o$ e quindi $\frac{d}{\gamma} = - 1$ rifletteremo che $d = s$ è numero positivo; donde γ sarà negativo $= - d$. Dietro ciò l'equazione relativa al contorno colorato diverrà

$$1 + \frac{c}{\beta} \left(i \frac{\zeta'}{\zeta} - 1 \right) = o$$

Ponendo pertanto come sopra (§ 13) $Q = \frac{c}{\beta}$, avremo $Q = \frac{1}{1 - i\frac{\zeta'}{\zeta}}$

donde concludesi, che dovendosi per ragione del campo prendersi per i una piccola frazione, saranno c, e β positivi, e quindi come nel caso superiore (§ 17) avveniva risulterà b negativo, come negli *oculari* Dollondiani. Determinando le distanze focali, e gli errori residui di rifrangibilità, e di figura si ricade in rapporti del tutto analoghi a quelli ottenuti ponendo la lente concava prossima all'occhio; donde è facile il dedurre che l'*oculare* gode delle stesse proprietà: nè noi c'intratterremo a svilupparle di nuovo per qualche cambiamento di segno che tosto presentasi all'accorto calcolatore.

In secondo luogo se vorrassi porre a contatto la lente di *Fliut* con la prima lente *oculare*, si troverà una disposizione del tutto simile a quella superiormente esaminata ai §§ 20, 21.

In fatti rimanendo $\pi = \pi'' = \omega : \pi' = i\omega$, sarà in questo caso $\beta + c = o$ e l'equazione del contorno colorato darà (come nel citato luogo)

$$Q = \frac{d}{\gamma} = 1 - i\frac{\zeta'}{\zeta}$$

da cui si concluderà che dovendo essere per il campo i una piccola frazione, saranno d, γ numeri positivi. Quindi l'ordine del calcolo per gli elementi determinanti la costruzione dell'*oculare* sarà rappresentato dalle seguenti equazioni

1) $\varphi = \frac{(2-i)\omega}{M+1}$; 2) $b = -\frac{p}{QM}$

3) $q = \frac{(2-i)(p+b)}{M+1}$; 4) $\frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} - \frac{1}{b}$

5) $c = -\beta$; 6) $r = -\frac{\beta}{i}\left(1 + \frac{(2-i)(QM-1)}{M+1}\right)$

7) $\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} + \frac{1}{\beta}$; 8) $d = s = Q\gamma$

Si avrà poi analogamente

$$\frac{\Pi}{\zeta} = \frac{1}{q} + \frac{1}{r}\cdot\frac{\zeta'}{\zeta} + Q\cdot\frac{1}{s}$$

$$d\Psi = \frac{p}{Q^2 M}\cdot\frac{\Pi}{\zeta}\cdot d\Psi'$$

$$K = \frac{\mu x^3}{32\, p^3}\left(\frac{\lambda'}{Q^3 q^3} + \frac{\mu'}{\mu}\frac{\lambda''}{Q^3 r^3} + \frac{\lambda'''}{s^3} + \frac{\upsilon}{Q^3 qb\varepsilon} + \frac{\mu'\upsilon'}{\mu Q^3 rc\gamma}\right).$$

Per giudicare della variazione subita dall'*oculare* con questa semplice trasposizione di lenti fingesi $i = \frac{1}{5}$. ritenendo tutti gli altri dati numerici del § 21. I numeri Q. p. M rimanendo inalterati. otterremo

$$q = + 0.^p8632: \quad b = - 0.^p7464: \quad \varepsilon = + 0.^p4003$$
$$r = - 4.\ 316: \quad c = - 0.\ 4003: \quad \gamma = + 0.\ 4412$$
$$d = s = + 0.^p2955.$$

Essendo pertanto ritornati gli stessi valori nelle distanze focali delle lenti convesse, e della lente concava. i valori di $d\Psi$ e di K ritornano pure gli stessi, e quindi questo cambiamento di sito non migliora la cattiva condizione di questa disposizione.

(*Letta il 9 marzo 1841*)

ILLUSTRAZIONE

DI

ALCUNE PIANTE DELLA GRECIA E DELL' ASIA MINORE

DEL PROF. ROBERTO DE' VISIANI

(Con sei Tavole)

Sono sulla superficie del globo alcune regioni così privilegiate per soave tempra di cielo, così moltiformi per varietà di suolo, ed insieme per condizioni locali così malagevoli ad essere accuratamente e compiutamente esplorate, che la scoperta di tutte le produzioni naturali, che le abbelliscono, ne sembra presso che inesauribile, come se crescessero elleno sotto lo sguardo di chi le cerca, sotto la mano di chi le coglie. Ora uno di questi paesi per siffatto rispetto avventurosi si è certamente la Grecia, le cui naturali dovizie, e segnatamente le vegetali, non sono peranco del tutto note, per cui tuttora lieta messe promettono a chi, non isconfortandosi alla difficoltà dei luoghi, con animo volonteroso si fa ad indagarle. La qual cosa benchè sia a' botanici nota e certissima, non resta però di riescire maravigliosa se si consideri, ch' egli è pure in quella terra, ove tutte le naturali discipline ebbero lor natali, che nacquero eziandio ed osservarono i primi padri della Botanica Teofrasto, Dioscoride, Nicandro, Crateva ed Eraclide, per tacere di altri di cui men certe son le notizie; ch' egli è in quella, per cui dottamente peregrinarono i Cordo, i Belli, i Belon, gli Anguillara, gli Alpino, i Buxbaum, i Tournefort, e molti

altri benemeriti di questa scienza prima della Linneana ristaurazione; che quella con opera apposita, classica, e la più splendida forse, di che la scienza stessa si vanti, illustrarono il Sibthorp e lo Smith; che questa infine anche a tempi nostri visitarono con quella diligenza d'indagine, ch'è propria solo degli osservatori moderni, l'Olivier, ed il Sieber, il Bory S.t Vincent, e lo Chaubart, il Clarke, lo Zuccarini, il Link, il d'Urville.

Ciò non pertanto, e malgrado sì numerose ricerche, e sì esperti ricercatori erano a molti sin qui sfuggite non poche piante o nuove affatto, o mal note, o rarissime, delle quali altre proprie della Grecia stessa, altre delle regioni finitime dell'Asia minore, che un naturalista italiano quanto valoroso modesto, il chiarissimo sig. Alberto Parolini di Bassano, ivi raccolse peregrinando nel 1819 e 1820. Ora avendo egli a me liberalmente concesse siffatte piante, ond'io a mio potere le venissi illustrando, ho divisato dalla ricca sua collezione levarne alcune, che per rarità o novità, o per essere imperfettamente descritte presso gli autori che ne trattarono, meritavano più particolarmente questa fatica. Alla quale opera mi sarà sprone e la speranza di arricchire con ciò di alcune nuove osservazioni l'amena scienza, che men per debito che per amore io professo, e l'obbligo che mi corre di rispondere alla fiducia di quel cortese, che a me cedeva il prezioso frutto delle penose sue indagini, e il desiderio infine di far conoscere agli stranieri, pronti sempre a tacciarci di neghittosi, che i viaggiatori scienziati, se scarseggiano, non mancano nemmeno fra noi, e quanti ch'e' siano, san però compiere l'uffizio loro a tal modo, che ne vien sempre incremento alla scienza, ch'essi coltivano, onore alla nazione, cui appartengono.

Fu sul principio del 1819, che il sig. Parolini, il concittadino, l'amico, il compagno dell'illustre e sventurato Brocchi, in unione ad un inglese naturalista, che dappoi levò alta fama di sè, il chiarissimo Filippo Barker-Webb, partiva da Napoli per un viaggio scientifico diretto a fare osservazioni botaniche, e geognostiche, ed a raccoglier minerali e piante nell'Oriente. Attraversata pertanto la Basilicata e le Puglie, lasciava egli ad Otranto la costa d'Italia, si recava a Corfù, indi esplorava, oltre questa, altre isole dell'Ionio, Santa Maura, con Meganissi, Itaca, e Zante, e lungo la costa,

Prevesa. Lepanto, Corinto, e la Morea. Da Corinto passò in Atene, si trattenne un mese osservando e raccogliendo nell'Attica, indi seguendo suo viaggio per l'Arcipelago, visitò particolarmente le isole di Egina, Poros, Idra, Renia, Delo, e Scio. Rimontato poi l'Ellesponto, ed entrato pei Dardanelli nel mar di Marmara, giunse a Costantinopoli, ove a quel tempo imperversando la pestilenza, pose sua stanza coll'amico suo nella deliziosa villa di Bujuk-déré in riva al Bosforo, ove soggiornando circa due mesi, investigò la natura geognostica, e la vegetazione d'ambe le sponde di quel mare, e della vicina spiaggia pur del Mar Nero, segnando anche sul luogo una carta geologica, e facendovi sopra osservazioni preziose, che domandano di essere pubblicate. Dal Bosforo partivano i due compagni per l'Asia minore, che attraversarono fino a Smirne per terra: indugiarono alcun tempo nella Troade, e vi raccolsero di molte piante, ed insieme osservazioni bastevoli a compilare d'accordo quella Memoria, che il sig. Webb inserì poscia nella Biblioteca Italiana per l'anno 1821, e che s'intitola: *Osservazioni intorno allo stato antico e presente dell'Agro Trojano*, accompagnata da una carta topografica, nella quale ebbe principal parte il sig. Parolini. In questo tempo visitarono eglino le spiagge, le pianure ed i monti di quelle altrettanto celebri un giorno, quanto ora mal note regioni. La salita del monte Ida fu una delle più ardue e faticose del viaggio, compensata però largamente dalle nuove, e rare piante che vi trovarono.

In appresso esplorarono la Frigia e la Lidia dal golfo di Adramitti a quello di Smirne, donde passarono in Sicilia. Le raccolte geologiche da essi fatte su quel suolo vulcanico (i famosi Campi Flegrei dell'Asia minore), nonchè sulle isole dell'Arcipelago, riuscirono di grande importanza alla scienza, e vennero esaminate e in qualche parte illustrate dal celebre bar. de Buch nella sua Memoria: *Sulla memoria dei fenomeni vulcanici delle isole Canarie e sulla loro relazione cogli altri Vulcani della superficie della terra.* Servirono altresì ad un lavoro dell'illustre A. Boué inserito nel Manuale di Mineralogia del Leonhard pel 1828 intitolato: *Compilazione dei fatti geognostici più noti sopra la Turchia europea e sopra l'Asia minore.*

Alla collezione delle piante fatta dal Parolini e dal Webb, se ne aggiunsero

delle altre non meno rare e preziose, che raccolte ne' dintorni di Angora sul Mar nero, vennero al primo graziosamente communicate da un'egregia coltivatrice della botanica Lady Liston móglie di Sir Robert Liston, in allora ambasciatore inglese a Costantinopoli; alcune delle quali verranno pure in questo scritto illustrate. Di tutte, quella parte, che risguardava la numerosa famiglia delle *Composte*, venne spedita dal Parolini al celebre De-Candolle; e questi si è compiaciuto di citarne alcune nel *Prodromus systematis naturalis Regni vegetabilis*. Vol. V, e seg.

Premesse queste notizie, come utili alla storia delle osservazioni e scoperte del Parolini, di che sono per favellare, io mi farò ora a descrivere e chiarire quelle fra le sue piante, che a me parvero di maggior conto: l'esposizione delle quali, se in alcune specie o per la scarsezza, o per la imperfezione degli esemplari non potrà essere da me portata a quella sottigliezza di analisi che si richiede, e ch'io pure avrei vivamente desiderata, la giustizia de' leggitori vorrà al certo scusarmi di una colpa, che non è mia.

1°. *Salvia rotundifolia*. * Tav. I.

» S. cano-tomentosa, caule fruticoso adscendente, foliis elliptico-subrotundis rugosis crenulatis obtusis, basi subcordatis, superioribus oblongis, bracteis cordato-subrotundis sessilibus cuspidatis, pseudo-verticillorum distantium cymis inferioribus pedunculatis multifloris, calycibus quinquedentatis hirsutis corolla duplo brevioribus, dentibus lanceolatis acutis, supremo rotundato mucronulato minimo. «

» Hab. in Monte Ida Bithyniae. Affinis *S. officinali* et *S. grandiflorae*, sed foliis inferioribus subrotundis, dente calycis supremo lato brevissimo, et corollae tubo multo longiore videtur distincta. «

Questa Salvia è fornita di tronchi legnosi quadrangolari tomentosi ascendenti, di foglie a lunghi picciuoli quasi rotonde od elittiche, un po' incavate alla base, minutamente rugose al di sopra, nervose e venose al di sotto, bianchiccie, sottilmente dentellate ne'margini, delle quali le superiori sono bislunghe, e sostenute da picciuoli molto più corti. I suoi fiori sono disposti in cime fra loro opposte, portate da brevi gambi, e costituenti quasi una specie di ver-

ticillo, e questi falsi verticilli distribuiti a distanze lunghesso un fusto comune compongono un grappolo rado e diritto. Ogni fiore è formato da un calice campanulato, a nervature rilevate ed irte di peli, a cinque denti lanceolati, ed acuti, tre de' quali superiori, di cui l'intermedio è più largo, più ottuso, e la metà più breve dei laterali, e due inferiori a questi (fig. *a*): di una corolla sparsa essa pure di peli, due volte più lunga del calice, il cui labbro superiore è bislungo, un po' convesso esternamente ed eretto; l'inferiore diviso in tre lobi, i laterali dei quali sono brevi e rotondati, l'intermedio più largo all'apice ch'è un po' intaccato, e ristretto alla base (fig. *b*): di due stami eguali alla corolla, il connettivo de' quali porta una loggia dell'antera a ciascuna delle sue estremità: da un pistillo, il cui stilo è diviso all'apice in due lobi, il superiore de' quali è più tenue e più breve. Le granella o *nucule* del *nicrobasio* sono quasi sferiche nitide brune, e sparse sotto alla lente di punti e di minutissime rughe (fig. *c*). Questa specie abbisogna di essere studiata sul vivo, onde assicurarsi se i caratteri, che le assegnai come specifici, sieno veramente costanti, nonchè per determinare esattamente la forma del connettivo, ciocchè non permise a me il cattivo stato de' fiori, che mi fu dato d'analizzare. Nell'erbario del celebre De-Candolle trovasi pure questa Salvia come raccolta in Oriente dal ch. Rousseau l'anno 1823, e tuttavia innominata, perchè l'esemplare fornito di sole foglie radicali manca di fusto e di fiori.

2.° *Thymus punctatus* * Tav. 2 fig. 1.

« T. pumilus fruticulosus erectus glanduloso-punctatus, cauliculis cano-
» pubescentibus, foliis ovato-oblongis bracteisque late ovatis subrhombeis
» nervosis obtusis planis glabriusculis, basi ciliatis, subsessilibus, floribus
» spicato-capitatis terminalibus, calycis labiati glabriusculi dentibus longe
» ciliatis bracteas corollamque subaequantibus, superioribus lanceolatis, infe-
» rioribus subulatis, fauce villosis, staminibus inclusis. »

« Hab. circa *Angora* prope *Mare nigrum*, ubi lectum communicavit cl. *Parolinio* nobilissima botanicae fautrix Lady *Liston*. »

« Affinis ex descriptionibus auctorum *Th. numidico* Desf. fl. atl. 2. p. 29 :
» qui tamen ex inventore ipso differt foliis linearibus nec oblongis rhombeis-

» que, prorsus glabris, nec basi ciliatis, floribus axillaribus terminalibusque,
» nec terminalibus tantummodo, et praecipue bracteis ovato-lanceolatis acutis,
» dentibusque calycinis omnibus setaceis. Similior quidem videtur *Th. numi-*
» *dico* Benth. lab. gen. et sp. p. 347, qui a descriptione Desfontainesii quid-
» quam differt, sed ab hoc quoque discriminatur bracteis latissimis nec basi
» angustatis, calycibus fere glabris nec villosis, habitu denique ab illo *Th. vul-*
» *garis*, cui cl. Bentham speciem suam comparat, satis diverso. »

Questo picciolissimo suffrutice manda molti cauli da una radice legnosa, biancheggianti per una corta e ripiegata peluria. Tanto le foglie (fig. *d*), che le brattee (fig. *e*), hanno una forma quasi romboidea, più bislunga nelle prime, più ovata nelle altre, e sì queste che quelle sono cigliate soltanto alla base, nel resto quasi glabre e punteggiate per tutto di piccole ghiandolette. Il capolino de'fiori ha forma rotonda, della grandezza d'un pisello, tutto embriciato di brattee larghe intermedie ai medesimi, e questi (fig. *a*) hanno brevissimi gambi, hanno calici glabri, ma punteggiati al pari delle foglie, divisi in cinque denti, i tre superiori de'quali lanceolati, i due inferiori più stretti ed alcun poco più lunghi, e tutti forniti agli orli di peli ritti lunghi, e paralleli, sono vellosi alla fauce (fig. *b*): la corolla supera di poco i denti del calice, ed ha il labbro superiore un po'intaccato nell'apice, i lobi dell'inferiore interi ed ottusi, l'intermedio de'quali alquanto più lungo: gli stami più brevi della corolla.

« 3.° *Thymus cherlerioides* *

« T. pumilus cæspitosus, cauliculis suffruticosis effusis gracilibus, foliis
» fasciculatis linearibus obtusis pubescentibus margine revolutis ciliatis, basi
» planis sessilibus, floralibus....; floribus subspicato-capitatis, calycibus pu-
» bescentibus fauce villosis, dentibus adscendentibus acuminatis ciliatis, supe-
» rioribus lanceolatis, inferioribus linearibus.

« Hab. in monte Ida in Bithynia. Habitum quodammodo refert *Cherleriae*
» *sedoidis*, unde nomen. «

Questa piccola specie di Timo forma cespugli da uno a due pollici di diametro, ha rami sdrajati e tutti coperti di foglie sottili lineari pelose ottuse

molto fitte ed a margini rovesciati, ha fiori piccoli, disposti in brevi spiche e scarsi di numero, con calici labbiati e vellosi alla fauce, a denti cigliati ed incurvi, gl'inferiori dei quali molto più stretti e un po' più lunghi degli altri. Ne' due esemplari da me veduti mancano la corolla e le foglie fiorali, ed è per causa dell'imperfezione de' medesimi, che non posso darne nè descrizione compiuta, nè diligente figura. Ciò non pertanto l'aspetto di questa pianta è così diverso da tutti gli altri Timi a me noti, ed i suoi caratteri così poco si accordano con quelli delle altre specie, che non ho dubitato di considerarla siccome nuova, restandomi il desiderio che altri possa vederne esemplari migliori, e su questi compierne la descrizione.

« 4.° *Stachys Swainsoni Benth.* lab. gen. et sp. p. 535. Tav. III, f. 1. »

Questa pianta trovata dall'ill. Swainson sul monte Parnaso fu descritta per la prima volta dal ch. Bentham nella sua bella Monografia delle Labbiate soltanto l'anno 1834. Ma fin dall'anno 1819 il Parolini ed il Webb l'avevano raccolta al Castello di Ulisse nell'Isola d'Itaca. Confrontando però la pianta di questi colla descrizione datane nell'opera testè citata vi si osservano differenze, che trovo utile di rilevare. La specie è suffruticosa senz'alcun dubbio, anzichè erbacea come sospetta il ch. Bentham, ha foglie ovali ossia ellittiche, anzichè ovate; le brattee non sono la metà più corte de' calici, ma quasi eguali a' medesimi (fig. *b*); questi sono forniti di corto gambo (lett. *a*) ne' quasi sessili. Egli è perciò, che io propongo per questa specie la seguente frase diagnostica.

« St. suffruticosa lanata, ramosissima, basi procumbens, foliis petiolatis
» ovalibus obtusis crenatis mollissimis subsericeis, pseudo-verticillis pauciflo-
» ris, bracteis linearibus calyces campanulatos breviter pedicellatos molliter
» villosos subaequantibus, dentibus lanceolatis spinulosis, corollae calyce
» duplo longioris galea pilosa emarginata. »

Hab. in Ithaca ad *Castello d'Ulisse*. Flores rubelli. »

Nell'erbario del celebre De-Candolle, sotto il nome di St. *Swainsoni* appostovi dallo stesso Bentham, avvi altra specie affine a questa, ma però ben distinta pelle foglie bislungo-lanceolate, venose e quasi intere. La nostra è

senz'alcun dubbio la vera specie descritta dal medesimo nell'opera delle Labbiate e pella concordanza del massimo numero de'caratteri, e perchè il suo autore ebbe sott'occhio la pianta istessa comunicatagli dal ch. Webb.

« 5. *Stachys pauciflora* * Tav. II, f. 2.

« St. herbacea lanuginoso-canescens, caule erecto ramoso, foliis oblongis » obtusis crenatis rugosis, inferioribus basi subcordatis petiolatis, superiori- » bus floralibusque ovato-oblongis sessilibus, pseudo-verticillis 4-6 floris. » bracteis oblongo-linearibus integris calyce dimidio brevioribus, calycis ner- » vosi lanati dentibus lanceolatis spinosis corollae tubo subaequalibus, galea » ovali acuta integra extus lanata. »

« Hab. in Troade. Flores ochroleuci. »

Pianta a radice perenne quasi legnosa, fornita di grosse fibre. Ogni sua parte è coperta di lanugine cinerea: il suo caule è quadrangolare con un solco per ciascun lato, e ramoso: le foglie inferiori sono fornite di un gambo lungo ed alla base quasi troncate o leggermente incavate, le superiori sessili ed ornate alla base di più lunga lanugine. I falsi verticilli sono distanti, composti di pochi fiori, e formano sull'estremità del fusto un lungo e rado racemo. Le foglie fiorali sono una volta più lunghe dei calici, e quasi eguali o poco più brevi della corolla: le brattee sono bislunghe lineari ottuse, e metà più corte de'calici (lett. *a. c*): questi sono lanati di fuori e nell'interna parte dei denti, che sono lanceolati ed acuti (lettera *a. b*): le corolle sono giallognole a labbro superiore ovale acuto intero, convesso e lanato esternamente, l'inferiore diviso in tre lobi interi, rotondati, e sericei al di fuori (lett. *c*).

« 6.° *Stachys Parolinii* * Tav. IV.

« St. herbacea, caule erecto ramoso gracili pilis reflexis scabro, foliis ovato- » lanceolatis petiolatis serratis adpresse strigosis acutis, petiolis pilosis, flo- » ralibus conformibus sessilibus, racemi pseudo-verticillis 4-6 floris basi » distantibus. bracteis linearibus calyce multo brevioribus. calycibus subsessi-

» libus campanulatis villosis, dentibus lanceolatis aristatis nervoso-reticulatis » corollae tubo brevioribus, sinubus corollaeque galea barbatis. »

« Syn. *St. recta.*" Parol. herb. non L. »

« Hab. circa *Lepanto*. Flores ochroleuci. Foliis acuminatis, verticillis pau- » cifloris, calycis sinubus barbatis, dentibus aristatis, corolla duplo majore a » *St. recta* diversa. »

Questa pianta, il cui esemplare non ha radice, presenta un caule ritto con rami ascendenti gracili, coperto di peli strigosi bianchicci addossati a lui, che il rendono scabro al par delle foglie. Queste sono acuminate, i loro piccinoli sono folti di peli lunghi ed orizzontali, e le fiorali finiscono in una resta e son più lunghe del calice, più corte della corolla; le brattee sono lineari strettissime e pallide. I denti del calice sono cigliati al margine di peli ghiandolosi, sono forniti in punta di lunga resta, e portano fra un dente e l'altro un fascetto di peli lunghi e bianchi (lett. *a. b*). La corolla è grande giallognola con tubo lungo sporgente fuori del calice, a labbro superiore intero e lanato, a labbro inferiore diviso in tre lobi, il mezzano de' quali è grande e smarginato nel mezzo (lett. *c*).

« 7.° *Linaria graeca* Chavann. Monogr. des Antirrh. (Paris 1833) p. 108.

« Syn. *Antirrhinum graecum* Bory et Chaub. expéd. scient. de Morée » part. bot. p. 175, pl. XXI. »

Questa pianticella scoperta nell'isola di Renia sin dal 1819 dal sig. Parolini, e sin d'allora rimasta inedita nel suo erbario, fu rinvenuta dai sigg. Bory et Chaubart quasi dieci anni dopo a Scardamula e Chimova nella Morea, e pubblicata soltanto nel 1832 con buona descrizione e figura, nella bell'opera che illustra quell'utile spedizione comandata dal Ministero che reggeva la Francia nel 1827. Appartiene alle Linarie anzichè ai veri Antirrini, cui la riportarono gli scopritori, e da' quali separolla il ch. Chavannes: distinguesi poi dalle altre specie pe' seguenti caratteri osservati negli esemplari del Parolini.

« Linaria herbacea, caulibus prostratis villosis, foliis pilosis petiolatis inte- » gris, inferioribus hastato-subovatis, superioribus sagittato-lanceolatis, pedun-

» culis oppositifoliis longissimis capillaribus flexuosis patulis, calycis laci-
« niis pilosis lanceolatis basi scariosis, corollae calyce duplo longioris, limbo
» calcare subadscendente breviore. »

« Hab. in ins. Rhenia. Flores in sicco videntur ochroleuci. »

« Affinis potius L. *cirrhosae* quam L. *Elatines*, cum qua comparat cl. Cha-
» vannes. Differt ab illa caule vix sparsim piloso, nec patule et longe villoso,
» foliis glabris nec pilosis, omnibus hastato-lanceolatis, nec inferioribus sub-
« ovatis, petiolis laminae dimidium aequantibus nec triplo brevioribus, lacinia-
« rum calycis margine toto scarioso, nec tantum basi, corollis triplo mino-
» ribus calyces paullo excedentibus, calcare limbum subaequante nec multo
» longiore. Discrepat a L. *Elatine* praesertim foliis superioribus sagittato-
» lanceolatis, et seminibus tuberculatis nec alveolatis. »

Nella pianta nostra, in cui però mancano le foglie inferiori, non si ritrova il carattere delle foglie sinuate alla base, qual viene descritto e figurato dagli scopritori della medesima. I calici poi non sono minuti, nè lo sprone della corolla è lungo quanto il lembo, come viene descritto dai medesimi nel testo dell'opera, ma più lungo dello stesso, come lo figura la tavola relativa.

« 8.° *Digitalis orientalis*. Lam. Enc. bot. 2, p. 278 (Ediz. Padov.). »

La pianta, ch'io qui presento sotto un tal nome, non senza incertezza, è una specie a foglie radicali di quattro pollici di lunghezza, di forma lineare angusta, intiere cartilaginee nel margine e nella costa, affatto liscie, piegate a doccia per lungo, con tre a cinque nervi al di sotto, acute all'apice, ed un poco ricurve, somigliantissime a quelle di un *Tragopogon*, a cui Tournefort chiamò analoghe quelle della *D. Orientalis*. Il fusto è quasi rotondo rossegiante semplice liscio, fornito di foglie alterne simili alle radicali, ma due volte più corte, sessili e quasi amplessicauli, le superiori ancora più brevi, lanceolate ed acuminate. L'asse fiorale, e tutte le parti del fiore sono sparse di peli corti fitti, e glandulosi alla cima. Il racemo, che ne risulta, è fatto di fiori solitarii distanti, alterni, quasi distici, sessili, forniti ognuno di una brattea lanceolata cuspidata, che supera i fiori inferiori, ed è più breve dei superiori. Il calice è spartito in cinque divisioni ovali e lanceolate ineguali

acute, il cui margine è folto di peli bianchi e più lunghi. Le corolle nel secco sono ferrugigne, ed hanno il tubo e la fauce reticolati di vene più scure. Questo tubo ha un rigonfiamento superiore ed un inferiore alterni fra loro, un labbro superiore smarginato, e i due lobi laterali dell'inferiore brevissimi semi-rotondi: l'intermedio più lungo del tubo stesso, fatto a spatola, tutti brevemente pelosi nel loro margine.

La pianta or descritta differisce dai caratteri assegnatile da Lamarck pel caule semplice, per i fiori sessili, reticolati, mentre in quelle il caule superiormente è ramoso, i fiori peduncolati e bianchicci, il labbro superiore troncato e quasi nullo. Nel *Botanical Magazine* fu data pure una figura della *Digitalis orientalis* alla tav. 2253, e questa figura per un singolare accidente è tratta da un esemplare comunicato da quella stessa Lady Liston, dond'ebbe il sig. Parolini quello da me descritto. Ora questa istessa figura differisce dalla mia pianta pei fiori peduncolati, pelle brattee molto più larghe, ed anche più lunghe delle corolle. Ciò farebbe sospettare, che questi caratteri variassero nella stessa specie. Checchè ne sia, credo utile di dare della pianta da me osservata, e che cresce ne' dintorni di Angora, dond'ebbela Lady Liston, la seguente frase specifica.

« D. foliis anguste linearibus acutis integris nervosis complicatis glabris. » supremis lanceolato-linearibus, caule simplici, racemo laxo glanduloso » pubescente, bracteis lanceolato-cuspidatis calyces subaequantibus, floribus » sessilibus, laciniis calycinis ovali-lanceolatis acutis margine albo-villosis » corollae tubo subaequalibus, fauce ventricosa, labio superiore brevissimo » obtuse bilobo, inferioris lobo medio elongato, lateralibus brevibus » rotundatis. »

« 9. *Anchusa obliqua* Vis. *Semin. rar. hort. patav.* 1836.-Tav. v.

« A.-hispida caule erecto ramoso, foliis oblongo-lanceolatis oblique semi- » decurrentibus subrepandis ciliatis, racemis densiflоris conjugatis secundis, » bracteis oblique subcordato-acuminatis hinc semidecurrentibus pedicello » triplo longioribus, calycibus obtusis erectis tubo corollae brevioribus, » demum inflatis nutantibus. »

« Hab. ad europaeum Bosphori litus, loco *Fanarachi* dicto.-Flores coe-
» rulei. »

Questa specie di Ancusa ha una radice grossa fosca ramosa, è tutta coperta di peli brevi frammisti a setole più lunghe, più grosse ed arcuate sorgenti da altrettanti tubercoli; ha cauli erbacei eretti od ascendenti, ramosi superiormente, striati o angolati; ha foglie radicali lanceolate attenuate alla base, le cauline ovate alla base ed amplessicauli, le quali con uno de' margini più brevemente, coll' altro più a lungo scorrono sopra il tronco, lanceolate all' apice ed acute, e tanto le une che le altre sono quasi repande e cigliate. Le brattee sono oblique, quasi cordate, acuminate, cigliate di lunghi peli, inegualmente scorrenti co' loro margini, una volta più brevi dei calici (lett. *c.*) I fiori sono disposti in racemi lunghi appajati, sostenuti da un gambo comune più largo all' apice, sono folti e voltati tutti da un lato, hanno gambetti tre volte più brevi delle brattee, calici fioriferi divisi sino a metà in cinque denti ottusi diritti, più corti del tubo della corolla, fruttiferi gonfii e pendenti, a denti orizzontali o ripiegati all' ingiù (lett. *c. d.*). La corolla ha un tubo conico, un lembo obliquo a lobi rotondati, la fauce chiusa da cinque appendici quasi semilunari e coperte di fibrille, cinque antere alterne ed inferiori a que' lobi, bislunghe e sessili (lett. *a.* lett. *b.* corolla ingrandita), un pistillo con ovario bi-quadrilobo, con istilo gracile e cilindrico e stimma a capolino (lett. *c.*). Il microbasio è per lo più fornito di due nucule trasverse depresse incavate alla base, ch' è circondata da un grosso lembo rugoso, e sporgente nel mezzo in un tubercolo bianco ed acuto, lateralmente e superiormente pieghettate senz' ordine, da un' estremità rotondate e convesse, dall' altra prolungate in un beccuccio ottuso in punta, piano ed acuto nel margine. (lett. *e. f.* con molto ingrandimento). Questa pianta, i cui semi mi furono da cinque anni comunicati dal ch. Parolini fu indicata nel Catalogo de' semi dell' Orto botanico di Padova per l' anno 1836, ed ivi coltivasi sin d' allora.

10. *Lycopsis? mollis* * Tab. VI, fig. 1.

« L. molliter tuberculato-pilosa, caule subramoso, foliis oblongo-lingu-
» latis obtusis integris, racemis laxifloris conjugatis, bracteis ovali-oblongis,

» supremis basi constrictis calyce duplo longioribus, floribus pedunculatis,
» calycis 5-partiti laciniis linearibus obtusis villosis inaequalibus corollae
» tubo incurvo semel brevioribus, stylo apice bifido incluso.

» Hab. circa Angora, unde lectum communicavit cl. *Parolinio* nob. *Lady*
» *Liston*.

Nell'unico esemplare, che ne ho veduto, i racemi sono appajati nella cima del caule, le brattee inferiori ovali, le superiori bruscamente ristrette presso la base, di modo che questa è la metà più stretta della lamina rimanente. I calici sono spartiti profondamente in cinque lacinie lineari ottuse ineguali di lunghezza (lett. *a. b.*). Le corolle sono una volta più lunghe del calice e giallognole, hanno un tubo cilindrico, alquanto rigonfio e un po' curvo nel mezzo, un lembo diviso in cinque lobi rotondi separati alla base da seni d'egual figura (lett. *b. c.*). — L'interno del tubo è nudo e soltanto presenta alcune linee o pieghe rilevate ed orizzontali sorgenti sotto le antere, e come sono espresse alla lett. *d.* della tavola. Le antere sono inserite ad altezza e distanza ineguale alla metà del tubo mediante un filamento arcuato, che s'inserisce nel mezzo del dorso delle medesime (lett. *d. g*, con ingrandimento); hanno elleno forma ellittica, e le loro logge ad ambe l'estremità sono un cotal poco staccate fra loro (*V.* lett. *e.* rappresentante un'antera non anco aperta, lett. *f.* la stessa aperta e vuota di polline, ambe ingrandite). Lo stilo è gracile e filiforme, ed all'apice si divide in due rami con istimmi bislunghi.

Non senza esitazione io colloco questa specie nel genere delle Licopsidi, e più pel portamento suo che per la somma dei caratteri ch'essa presenta, differendone specialmente pelle antere attaccate pel dorso all'apice del filamento, e pello stilo bifido. Avendone veduto un solo esemplare, e questo senza ovarii sviluppati, m'astengo dal portare sicuro giudizio sul vero genere cui appartiene, e la raccomando a quelli, che avessero la fortuna di vederne migliori e più numerosi esemplari, o, meglio ancora, di esaminarla vivente, ed in frutto.

« 11. *Asterocephalus Webbianus*. Spr. *syst. veg.* 1, p. 382.

» Syn. Scabiosa Webiana Don. *in bot. reg.*, t. 717. DC. *Prodr. syst. nat.* 4. p. 660. »

Questa specie fu scoperta prima d'ogni altro dal ch. Parolini nella sommità del monte Ida in Bitinia, e dallo stesso venne spedita soltanto nell'ottobre 1824 al suo compagno ed amico il ch. Webb senza nome. Questo egregio botanico la mandò al ch. Don, il quale riconosciutala nuova la nominò *Scabiosa Webiana* intitolandola a quello da cui l'avea ricevuta, e ch'ei forse credette esserne lo scopritore, e ne pubblicò nel *Botanical Register* una succinta descrizione ed una figura. Mancando però tuttora una descrizione circostanziata della medesima, e trovandosi fra i caratteri assegnatile dagli autori sopra citati, e quelli da me osservati ne' varii esemplari comunicatimi dal suo scopritore il sig. Parolini, delle notabili differenze, mi parve acconcio il definirla più esattamente, e poscia il descriverla come segue.

« A. incano-subsericeus, caule suffruticoso ramoso, foliis inferioribus » spathulato-ovalibus obtusis repandis integerrimisque, superioribus lyrato- » pinnatifidis bipinnatifidisque acutis, lobis oblongis, pedunculis elongatis, » corollis quinquelobis subaequalibus involucri foliolis lanceolatis semel longioribus, involucello villoso angulato, corona membranacea crenata, calycis » limbo brevissime stipitato, setis quinis nigris scabris corona duplo longioribus.

» Hab. in monte Ida Bithyniae. Flores ochroleuci. »

Da un rizoma orizzontale legnoso fornito di foglie radicali picciuolate spatolato-ovali, ora oscuramente crenate, ora intere, sorgono dei rami brevi ascendenti coperti nella parte superiore al par delle foglie e dell'involucro di pelurie densa cinerea quasi sericea. I peduncoli rispetto alla pianta sono lunghissimi quasi cilindrici e coperti di pelurie più rada. I capolini de' fiori hanno appena il diametro di un mezzo pollice, e sono forniti di brattee tomentose pria diritte, poscia spiegate. Le corolle sono giallognole, pelosette al di fuori, ottuse, ed il loro tubo sorpassa appena le brattee ed eguaglia le setole.

Seguendo l'esempio e le ragioni dello Sprengel io riferisco questa specie al genere *Asterocephalus* fondato dal Vaillant sino nel 1722 per una parte

delle Scabiose Linneane, riservando il genere *Scabiosa* per quelle altre, per cui lo Schrader fondò solamente nel 1814. il suo genere *Cephalaria*.

« 12. *Hypericum supinum.* * »

« H. tomentosum, caulibus basi fruticulosis teretibus, foliis ovalibus obtu- » sis semi-amplexicaulibus pellucido punctatis, floribus pedicellatis conjugato- » racemosis glaberrimis, bracteis oblongis calycisque laciniis obtusis serrato- » glandulosis, corollisque pellucido punctatis.

» Syn. H. supinum *Clus. rar. stirp. hisp.* lib. II. p. 428. cum icon.

» H. minimum supinum, septentrionale Lobel. *stirp. hist.* p. 217. (nec » ejusd. *Ic. stirp.* p. 400). icone a Clusio desumpta. »

» H. supinum tomentosum hispanicum *Clus. rar. pl. hist.* lib. VI. p. CIXXXI.

» H. humistratum Clusii Dalech. *hist. lugd.* 2. p. 1154. icone Clusii inversa.

» H. tomentosum. Taberaemont. *Ic. pl.* p. 865. nec Lobel.

» H. tomentosum Clusii Ger. *herb.* p. 541. icone Clusiana.

» H. supinum tomentosum C. Bauh. phytop. p. 547. excl. Lobel. synon.

» H. supinum tomentosum majus vel hispanicum C. B. *pin.* p. 279. Ray » hist. pl. 2, p. 1020 Tourn. *inst. r. herb.* p. 255.

» H. tomentosum B Linn. *sp. pl.* ed. II. p. 1106. W. *sp. pl.* 3, p. 1406. » Lam *enc. bot.* ed. Patav. 4, p. 166 (excl. syn. Moris. et Sauv.)

» Hab. circa *Antandro* ad sinum *Golfo d' Idramitti* dictum. Flores » lutei. »

Da una radice legnosa sorgono ascendenti o prostrati più tronchi suffruticosi semplici vestiti di una peluria fitta corta cinerea. Le foglie sono opposte ed incrocicchiate, ovali, od ovali-bislunghe sparse di punti pellucidi tenuissimi, cigliate ed un poco rovesciate ne' margini, a nervature pennate, due delle quali per ciascun lato. I fiori nell'estremità de' tronchi sono disposti in due racemi semplici diritti e privi di peli, sono alterni fra loro e sostenuti da corti gambi. Ogni fiore (tranne quello che trovasi fra due racemi, ch'è nudo) è fornito di una brattea alla sua base, e due ve ne sono alla base de' racemi, bislungo-lineari, un po' acute, alquanto più corte del peduncolo, sparse di punti pellucidi, seghettato-glandulose nel margine con glandule

troncate e nere, e sono prive di peli. I calici eguagliano in lunghezza il loro gambo, e le loro divisioni sono bislunghe ottuse insieme unite e solcate alla base, punteggiate, seghettate e glandulose come le brattee. I petali sono bislungo-lineari ottusi con vene parallele, sparsi nell'apice di punti trasparenti, e sono una volta più lunghi del calice. Gli stami sono numerosi uniti pella sola base in varii fascetti, più corti dei petali, forniti di antere ovali segnate all'apice di un punto nero. L'ovario è ovale allungato, trilobo all'apice, da cui sorgono tre stili, che in basso sono lanceolati e diritti, poi si fanno contorti e ristretti, e finiscono filiformi e retti in altrettanti stimmi quasi rotondi. La casella è membranacea segnata di strie, a cui soggiacciono dei vasi proprii trasparenti longitudinali e paralleli.

Questa specie d'Iperico dal Clusio primamente descritta fra le piante rare della Spagna ed illustrata con buona figura, fu prima dal Lobelio, poi da tutti i botanici posteriori confusa coll'*Iperico tomentoso*, dal quale sommamente differisce pei peli non divergenti dalla pianta, ma addossati strettamente alla stessa; pei fiori distintamente pedicellati, il gambetto de' quali è più lungo della brattea, e non più breve quasi del doppio, come nell'altro; pelle brattee e divisioni del calice liscie, ottuse, glanduloso-seghettate, e non lanuginose acuminate ed intiere; pelle corolle sparse di punti trasparenti e non neri; pell'infiorescenza a racemi appajati, nè mai formanti nel loro insieme una cima dicotoma come nell'altro. Gli stimmi poi sono a capolino sì in questa specie che nell'altra, come osservò e figurò il ch. Moris, nè semplici quai gli indicano molti autori nell'*Iperico tomentoso*. Quindi è che la pianta di Salamanca, e di Valenza descritta dal Clusio, quella del Brabante e delle Fiandre del Lobelio, e la greca del Parolini, appartengono tutte e tre alla medesima specie, ch'è ben diversa dall'*Iperico tomentoso* di Montpellier. A maggior illustrazione di che non sarà inutile il rifare la frase specifica di questo ultimo comparativamente coll'altro, e rettificarne la sinonimia.

« 13. *Hypericum tomentosum*. L. *sp. pl.* ed. II. pag. 1106 (excl. var. » β) Gou. *hort. monsp.* p. 402. Lam. *fl. fr.* p. 770 et *Enc. bot.* ed Patav. » 4. pag. 166 (excl. var. β et syn. Tabernaem.) W. *sp. pl.* 3. pag. 1406

» (excl. var. β) Chois. in DC. Prodr. 1. pag. 551. Moris fl. sard. 1. p. 322. » Tab. XXI. »

« H. lanuginosum caule herbaceo tereti, foliis ovatis obtusis semi-amplexicaulibus pellucido punctatis, floribus subsessilibus laxe dichotomo-paniculatis, bracteis linearibus calycisque laciniis lanceolatis cuspidatis tomentosis integris nigro-glandulosis pellucido-punctatis, corollis nigro-punctatis.

» *Syn.* Hypericum tomentosum Lobel. *stirp. hist.* pag. 218 (excl. syn. Clus.) I. Bauh. *hist. pl.* 3. pag. 384.) excl. syn. Tabernaem. (Ray *hist. pl.* 2. pag. 1020.

» H. tomentosum Lobelii Dalech. *hist. lugd.* 2. pag. 1154. icone Lobelii » inversa. Ger. *the herb.* p. 540 cum ic. ead. »

« H. tomentosum et H. supinum Clusii Lobel. *ic. stirp.* p. 400. —

» H. supinum tomentosum alterum Clus. *rar. pl. hist.* 2. p. CLXXXI cum » ic. Lobelii.

» Androsaemum alterum tomentosum Lobel. *stirp. advers.* p. 173.

» Hypericum supinum Dodon. *pempt.* p. 77. nec Clus.

» H. supinum tomentosum minus vel monspeliacum C B *pin.* 279. » Magnol. *bot. monsp.* p. 135. Tourn. *inst. r. herb.* p. 255. »

« H. tomentosum majus hispanicum Parkins. *theatr. bot.* pag. 572 (falso » nomine, et huc adducta icone Clusii *H supini tomentosi alterius* mox citata.)

» H. supinum tomentosum majus Moris. *hist. oxon. Sect.* V *Tab.* VI. f. 5. » excl. syn. C. B. pin. et Clus. »

Gaspare Bauhino nel Pinace pag. 280, e Giovanni Bauhino nella *Hist. pl.* 3. pag. 384 a questi sinonimi aggiungono pure l'*Androsaemum album Delechampii* Hist. lugd. 2. pag. 1157, il quale però rappresenta tutt'altra pianta.

« 14. *Alsine nodosa*. *

» A caulibus caespitosis ad nodos subgloboso-incrassatis, ramis suberectis, » foliis patentibus rigidis lineari-subulatis subtus crasse costatis, muticis, » caulium sterilium ad axillas fasciculatis, cyma dichotoma fastigiata, sepalis » ovato-lanceolatis cuspidatis tricostatis petalis obtusis paullo brevioribus.

» *var.* α. glaberrima.

» *var.* β. viscido pubescens.

» Syn. Arenaria odosa Bory et Chaub. *exp. scient. de la Morée. part. bot.* pag. 125. tab. XIV.

» Speciem circa *Augora* lectam communicavit nob. *Lady Liston:* varietatem in elatioribus Taygeti legere cl. *Bory et Chaubart.*

Questa pianta differisce da quella descritta e figurata nella parte botanica della Spedizione scientifica della Morea pell'assoluta mancanza di peli viscidi in ogni sua parte, locchè prova l'incostanza del carattere tratto dalla presenza di questi peli, il quale perciò non può tenersi come specifico, e quindi ancora la specie, cui fu assegnato, và a divenire una semplice varietà pubescente di quella, di cui testè porsi la diagnosi. Alla descrizione poi dello Chaubart debbo aggiungere, che le foglie or ne sono canalicolate, ora piane; che le inferiori e quelle dei cauli sterili sono molto più lunghe delle altre; ch'esse non sono già fornite al di sotto di tre nervature, bensì d'una costa grossa che le percorre per lungo, ad ambi i lati della quale scorre un solco profondo, che facendo risaltare ed apparire più rilevati e più grossi i due margini delle foglie, dà a questi sembianza di nervature; che le foglie fiorali sono lanceolate, e membranacee negli orli; che i petali sono più o meno lunghi del calice e rotondati nell'apice; che la capsula infine è ovato-bislunga nitida, ed all'apice si divide in tre valve, locchè toglie questa specie dalle vere Arenarie, ove la posero gli scopritori, e la colloca meglio fra le Alsine. Nella figura della stessa opera il portamento della pianta non rappresenta abbastanza bene quel della nostra, i cui cauli sono rigidi, e diritti, non diffusi e giacenti, e mancano affatto in quella le insigni nodosità dei medesimi, che pur fornirono a' sullodati botanici il nome specifico della pianta. Queste ne' cauli sterili sono grosse e quasi globose, ma non mancano nè anco ne' fertili, ove però vanno mano a mano diminuendo in grandezza, talchè verso i fiori quasi affatto svaniscono.

» 15. *Dianthus Webbianus*, Parolini. Tav. III. f. 2.

» D. caespitosus pumilus rigidus, cauliculis subunifloris, foliis lanceolato-linearibus squarrosis pungentibus canaliculatis nervosis, floralibus confor-

» mibus, squamis calycinis basi ovalibus obovatisve apice cuspidatis calycem subaequantibus, dentibus calycinis lanceolato-acuminatis membranaceis striatis margine ciliatis, petalis spathulatis denticulatis glabris. »

« Hab. in montis Idae Bithynicae summitate. Flores purpurei. »

Questa elegante pianticella presenta un cespuglio rigido pungente, in cui da una radice perenne sorgono di molti cauli, che sembrano fruticulosi alla base, lunghi un pollice e mezzo, o anche meno, ascendenti, portanti in vetta un sol fiore, di rado due, vestiti di foglie spiegate orizzontalmente, squarrose, nervose, scabre nel margine e nella costa di sotto, lanceolato-lineari, acutissime, rigide, più lunghe degl'internodj.

Le foglie fiorali sono simili a queste, ed in numero di quattro a sei (lett. *a*.) Le brattee o squame sottoposte al calice sono quattro, di rado sei, dilatate ed ovate, od anco obovate alla base (lett. *b*.), poi bruscamente lineari e pungenti. I calici sono cilindrici, o appena gonfii nel mezzo, verso la parte superiore solcato-striati, rosseggianti, divisi in cinque denti acuti inermi membranacei, ciliati specialmente verso la base (lett. *c*, che rappresenta una sezione del lembo del calice molto ingrandita). I petali hanno forma di spatola, sono purpurei, privi di peli, dentellati nel margine (lett. *d*). I suoi semi sono ovati acuminati, e cinti tutto all'intorno da un margine largo e sottile.

Questa nuova specie viene dal sig. Parolini dedicata al suo illustre compagno il sig. Filippo Barker-Webb, con ciò intendendo di porgergli quella testimonianza di stima, di affetto e di gratitudine ch'ei può maggiore, e di ricambiare nel miglior modo alla cortesia usatagli di recente da questo egregio botanico nel dedicar a lui un nuovo genere della famiglia delle Crucifere, indigeno delle Canarie, che gli piacque di nominare PAROLINIA ORNATA. *Ann. des scienc. nat. Murs.* 1840.

» 16. *Sedum Listoniae* * Tav. VI. p. 2.

» S. caulibus caespitosis reflexe strigosis simplicibus, foliis oppositis planis ellipticis integerrimis subrepandis sessilibus glabris, surculorum sterilium compacte conglobatis abortivis, cyma terminali bifida glabra, floribus

» in dichotomia et secus cymae ramos unilateralibus sessilibus dodecandris.
» sepalis ovatis, petalis senis lineari-lanceolatis acutis. »

« Hab. circa *Angora*, ubi lectam communicavit nob. *Lady Liston*. Flores » purpurei. »

Quest'erba carnosa, dai tre ai quattro pollici di lunghezza, manda molti cauli articolati coperti di peli strigosi piuttosto grossi, bianchi, vòlti all'ingiù, più folti nella parte inferiore de' cauli stessi. Negli sterili sonovi gruppi quasi globosi e compatti di fogliette carnose rotondate. Tutte le foglie ed i sepali sono segnate nel secco di lineette o pieghe rilevate brevi, brune e assai spesse. I petali sono rossi segnati pel loro lungo da una linea più scura (lett. *a*): le antere hanno un colore azzurro bruno. Le capsule sono liscie semiovate, e finiscono ciascheduna in una specie di resta lunga e sottile, ch'è lo stilo persistente dopo la fioritura. Non si è potuto ne' fiori esaminati trovar traccie di squame nettarifere, ma l'aspetto della pianta non permette di separarla dai *Sedum*, essendo affatto simile a questi, e ben diversa dai *Sempervivum*. La specie porta il nome della benemerita Dama, che dai dintorni d'Angora comunicolla al ch. Parolini. Nè vorrà ella sdegnare questa significazione di gratitudine, che a lei tributa per opra mia il bassanese naturalista, ben consapevole esser questo a' botanici, giusta il detto Linneano, il sommo, anzi l'unico premio d'ogni fatica.

E con ciò io porrò fine a questa illustrazione delle piante più rare scoperte dal Parolini nella Grecia e nell'Asia Minore, bene avventurato se l'opera da me posta nel render pubblica una qualche parte di ciò ch'ei fece a pro della scienza, non tornerà tutt'affatto o alla stessa disutile od a lui ingloriosa.

(Letta li 7 Marzo 1841.)

1. Thymus pantlatus Vis.

2. Stachys pannonica Jacq.

OSSERVAZIONI

SUL

FONDAMENTO DEL SISTEMA DELL'AB. ROSMINI SULLA ORIGINE DELLE IDEE

DEL

DOTT. GIROLAMO VENANZIO

Io mi propongo oggi di esaminare il fondamento che l'Ab. *Rosmini* pose alla sua dottrina della origine delle idee. E se a fare questo esame mi accingo nella solennità di questo luogo e di questo giorno, ciò non parrà indegno ad uomo d'intelletto; perocchè la dottrina della origine delle idee è la vera protologia dello spirito; ed o si volga la mente agl'infiniti oggetti che la universale natura compongono, o la s'innalzi alle matematiche verità ed alle speculazioni trascendentali, o la si applichi a considerare le condizioni dell'uomo in sè stesso e nello stato di natura, o le leggi della civile società o la ragione e le reciproche relazioni dei governi politici, e si comprenda quindi col pensiero tutta la umana moralità: in ognuna di queste discipline bisogna innanzi ad ogni altra cosa rimontare alla origine delle idee ed averne la certezza: bisogna cioè conoscere come si sappia e perchè si sappia: ed un sistema che sviluppi e ordini siffatta dottrina è come un faro che posto sulle prode dello immenso mare dello scibile, quei che van per esso perigliando può del pari guidare a porto sicuro o spingere a perdersi fra le sirti e gli scogli, secondo che una ginsta o ingannevol luce diffonde. Il sistema, dieci

anni or sono, dato alla luce dall'Ab. *Rosmini*, è concepito con quella forza di mente per la quale potè l'illustre Autore essere noverato fra i primi pensatori d'Italia ed è sviluppato con rara lucidità di argomenti e di metodo; ma scavando intorno alle basi sulle quali si fonda, qualche lato debole si trova, qualche pietra non ferma e non ben combaciante, per cui l'intero edifizio può inclinare a ruina. Ciocchè ora tenterò di mostrare.

Il fondamento che il *Rosmini* pone al suo sistema è il seguente: Non si può, egli dice, avere un'idea generale senza che prima si formi un giudizio, e non si può formare un giudizio senz'aver prima un'idea generale. Ammesse queste due proposizioni, ogni processo psicologico diviene impossibile, e da ciò l'illustre Autore deduce la necessità d'adottare una specie *di sistema d'intervento* e di far comparire la idea innata dell'ente a liberar l'anima dalla cerchia angusta in cui, a suo avviso, sta rinchiusa per non dir conficcata.

Ma sembra che siavi errore nelle due proposizioni che a guisa di fondamento furono poste, e che quindi non sussista la supposta necessità, nè sia mestieri invocar la idea innata dell'ente perchè soccorra all'anima impotente e derelitta. Poichè contro la sentenza del *Rosmini* puossi ragionare in questo modo. Tutti gli enti fisici e morali hanno fra loro relazioni che sono in ultima analisi leggi primitive dell'ordine universale. L'anima umana è privilegiata della facoltà di conoscere siffatte relazioni; le quali tostochè sieno con un giudizio affermate si convertono in idee. Queste idee hanno esse medesime le loro relazioni che possono, con una specie di secondi giudizii, essere avvisate; e così rinnovando questi processi quante volte sia mestieri, l'anima si forma una scala di relazioni ovvero d'idee, per le quali può innalzarsi ed ascendere alle più rimote verità ed ai concetti più sublimi. Ora fra le innumerabili relazioni egli è naturale ed ovvio, ed anzi conveniente e necessario, che l'anima cominci a discerner quelle che vi sono tra le percezioni semplici che le provengono dai sensi e dalla coscienza e che dia quindi principio alla sua opera interiore coll'attendere alle percezioni medesime, col paragonarle, col giudicare le loro relazioni e col trarre da siffatti giudizii le idee che le relazioni stesse rappresentano. In tutto questo processo mentale non si scorge che sia in alcuna maniera necessario l'intervento delle idee generali: perchè

giudicare delle relazioni esistenti fra le percezioni semplici non è altro che conoscer se le percezioni medesime si convengano le une nelle altre, ovvero se le une dalle altre disconvengano. Le idee che nascono da questi primi giudizii saranno necessariamente particolari, come particolari sono le percezioni dalle quali si deducono; ma quando l'anima parecchi giudizii abbia formato e parecchie di queste particolari idee ne abbia tratto, allora ella potrà rivolgersi sopra di esse coll'attenzione, e con analitico intendimento potrà in esse separare ciò che hanno di comune da ciò che hanno di proprio. Le note comuni poi, astratte che sieno dal resto, naturalmente si fondono insieme, o, per parlare più propriamente, l'anima le comprende tutte con una sola veduta, e ne concepisce quindi un'idea sola, la quale consolidata che sia e renduta permanente coll'apposizione di un segno, diviene un'idea generale. Questo metodo di astrarre e di generalizzare, questo avvicendamento di analisi e di sintesi è l'istromento più efficace della ragione umana e la più splendida manifestazione della potenza interiore dell'anima. Concludiamo che vi sono alcuni giudizii primi che si formano paragonando le percezioni semplici somministrate dai sensi e dalla coscienza, che, per formare questi giudizii, non è mestieri che siavi prima nella mente alcuna idea generale, e che le idee generali nascono dopo questi giudizii, depurando i loro prodotti e combinandoli coll'uso avvicendato dell'analisi e della sintesi. In conseguenza di ciò sembra tolta di mezzo la necessità che costituisce il fondamento del nuovo sistema dell'Abate *Rosmini*: e sembra che senza danno alcuno, e senza pericolo dell'umano sapere possa il suo ente innato dileguarsi e sparire.

Parrà ad alcuni che il processo psicologico che fu ora descritto sia chiaro ed esatto in modo da non presentare difficoltà veruna. Ma così non pare al *Rosmini*, il quale su questo sentiero così piano ed aperto innalza barriere ad ogni passo, cosicchè è mestieri guadagnare il campo combattendo, e conquistarlo palmo a palmo. « Quando facciamo un giudizio qualunque » scrive il *Rosmini*, di cui vuolsi riferir qui le precise parole « abbiamo bisogno di posseder già » nella nostra mente delle nozioni generali .... perocchè un giudizio non è » se non quell'operazione colla quale noi uniamo un dato predicato ad un » dato soggetto, e quindi in quest'operazione. 1.° Noi percepiamo il soggetto

» ed il predicato a parte come due cose mentalmente distinte, cioè tali, » nell'una delle quali possiamo fissare la nostra attenzione esclusivamente, » e così parlare dell'una senza parlare dell'altra; 2.° Noi uniamo queste » due cose, ossia riconosciamo che sono unite in natura, cioè noi fissiamo la » nostra attenzione non già nell'uno dei due termini inseparato ma nel loro » rapporto d'unione in un soggetto. Essendo questa l'analisi del giudizio, » ne segue che noi concepiamo un predicato distinto dal soggetto, ed un » predicato distinto dal soggetto contiene sempre una nozione generale, giacchè » fino a che non è ad un soggetto congiunto, egli si può congiungere a più » soggetti anzi ad un numero infinito di soggetti possibili. » Così il *Rosmini:* il quale facendo uso di quell'argomento del predicato e del soggetto, oltrechè in una così detta petizione di principio, incorre eziandio in una fallacia che par manifesta. Poichè adducendolo, egli mostra di supporre che sempre uno dei due termini del giudizio sia costituito da una di quelle idee generali che servono di tipo e di norma per qualificare le altre idee e per ordinarle quindi e collocarle nelle loro classi, nei loro generi, nelle loro specie; ciocchè appunto significar vuolsi quando si parla di unire un predicato ad un subbietto. Ma quando invece ambedue i termini del giudizio sono costituiti da percezioni semplici nate dalla esperienza de' sensi, quando si tratta di conoscere se esse convengano o disconvengano fra loro, quando con questa relazione di convenienza, o di disconvenienza rilevata, ed affermata mediante un giudizio si forma un'idea, allora il caso supposto non si verifica, e l'allegato argomento non vale. Gioverà chiarire questo discorso con un esempio. Fingasi per un momento che si offra alla vista una stanza in cui si trovino raccolti e fogli di carta e vasi di latte e canestri di gigli, e si supponga che tra le varie impressioni operate da questi oggetti l'anima non presti la sua attenzione che a quelle dei colori, e dal resto prescinda. Ciò posto essa intenderà a conoscere qual relazione vi sia tra la percezione della carta e quella del latte, tra quella del latte e quella dei gigli, tra quella dei gigli e quella delle pareti, e scoperte che abbia queste relazioni, e conosciuta la loro convenienza con una serie di giudizj, essa non dirà, come con insidioso intendimento afferma il Rosmini, che il latte è bianco, ovvero che il latte somiglia

alla carta, poichè per poter giudicare in questa maniera essa dovrebbe esser fornita delle idee generali di bianchezza e di somiglianza: ma dirà semplicemente che la percezione della carta trovasi eziandio nel latte, e quella del latte nei gigli, e quella dei gigli nelle pareti. Conosciute poi che abbia queste relazioni e formato che ne abbia altrettante idee, l'anima trovando in esse una qualità, o nota comune, le comprenderà tutte con una sola veduta che sarà un atto di sintesi, e le combinerà in un solo concetto che mediante l'apposizione di un segno diverrà un'idea generale: e quindi per continuare nel primo esempio, l'anima avvisando le note comuni che trovansi nel colore del latte, dei gigli, della carta, delle pareti, separerà, mediante l'astrazione, queste note dal resto, e ne formerà un'idea generale ch'esprimerà colla parola *bianco* o con qualunque altra parola che fosse a tale uso convenuta. Queste idee generali in tal modo concepite, e moltiplicate a seconda dei bisogni, sono appunto i predicati di cui parla il *Rosmini;* ed esse renderanno più agevole il ragionamento, poichè qualunque altra percezione od idea particolare, anzichè ad un'altra percezione od idea, potrà a quelle archetipe nozioni essere riferita, e ne potrà in questo modo essere più speditamente e più sicuramente determinato il carattere; onde scorgendosi p. e. un ermellino, non si dirà più l'ermellino è come il latte, ma si dirà a dirittura che l'ermellino è bianco. Non è dunque vero che il giudizio non sia « se non « quella operazione colla quale noi uniamo un dato predicato ad un dato « soggetto » e che quindi per fare qualsivoglia giudizio sia mestieri aver prima le idee generali che i predicati costituiscono. Pare in conseguenza che affermando ciò il ch. Autore dia a divedere di non aver distinto le idee secondo i tempi in cui sono formate ed i termini da cui si traggono, e di non aver bene osservato i varj modi con cui i giudizj si fanno.

Contro siffatta sentenza insorge il *Rosmini*, e la combatte col seguente discorso. « Voi volete (sono le stesse di lui parole), voi volete che riflettendo « sopra le mie idee particolari di un albero, di un sasso ec., io fissi l'atten« zione alle loro qualità comuni, e le separi dalle qualità proprie. Voi dun« que supponete che l'idea dell'albero, ec. ch'io ne ho, sia un'idea composta « 1.° d'idea di qualità comuni e generali, 2.° e d'idee di qualità proprie. In

fatti se quella idea non contenesse questi due elementi io non potrei scomporla siccome volete ch'io faccia, non potrei trovarveli se non vi fossero, nè fissare la mia attenzione sull'uno elemento a preferenza dell'altro. Voi dunque con ciò venite a contraddire voi medesimi; giacchè siete partiti » dalla supposizione che le idee particolari non contenessero idee generali; e che la mia mente essendo di queste seconde interamente sprovveduta potesse coll'ajuto di quelle prime formarsele. » Indi lo stesso ch. Autore soggiunge: « Deducendo voi le idee generali, e comuni dalle idee particolari supponeste che le prime siano una parte un elemento delle seconde. All'incontro quando avete dedotto le idee particolari dalle sensazioni avete supposto il contrario; poichè se avete supposto che nelle idee particolari si contenesse qualche nozione comune, e generale, voi avreste dovuto assegnare » una origine a queste diversa dalle sensazioni le quali nulla hanno che non sia » interamente particolare » fin qui il Rosmini; al cui discorso sembra che si possa rispondere nel modo seguente. Egli è vero che le sensazioni nulla hanno che non sia interamente particolare, ed è vero parimenti ch'io non posso nè creare, nè trovare in esse gli elementi generali, quando questi in esse non sono. Ma non vi apponete dicendo che scomponga una idea particolare per separare le idee di qualità comuni e generali dalle idee di qualità proprie, e quindi fissare la mia attenzione sulle une, piuttosto che sulle altre; e meno ancora vi apponete quando attribuite ad altri il pensamento che sino dalla origine nelle percezioni semplici procurate dai sensi, vi sieno qualità comuni alle qualità proprie congiunte, e frammiste. Qualunque analisi si faccia delle percezioni primitive, non ne risulteranno giammai che note particolari, come particolari sono sempre i prodotti della sperienza. Ciò che si dice comune o generale non è una qualità intrinseca spiccata, diversa della propria, ma è bensì una relazione che si scopre nelle note proprie quando queste vengono al paragone di altre note in cui si convengono; e ciò dallo stesso *Rosmini* si ammette. Quindi le qualità comuni e generali nè si trovano da principio nelle percezioni, nè sono enti innati, nè sono creazioni dello spirito: sono bensì note proprie che per una relazione che si svela e per l'interiore lavoro dell'anima si cangiano in note comuni, onde quando si dice che l'astrazione separa le note comuni

dalle proprie per generalizzarle, si dice intendere che ciò si fa non perchè quelle note siano comuni in sè stesse, ma perchè hanno una relazione di comunione con le altre, per la quale in certo modo si trasformano e di proprie ch'erano divengono comuni. Da ciò nasce in primo luogo, che in una percezione sola non si vedono mai note comuni, perchè tali note, come si è detto, sono relazioni, ed un termine solo non basta a far manifesta una relazione, ed in secondo luogo che una nota che in un momento trovossi comune può in un momento posteriore cessare di esserlo, e tornare ad esser propria, ove in questo secondo momento si tolga il termine di confronto a cui nel primo erasi riferita. Nè in ciò havvi assurdità o contraddizione alcuna, poichè dalle percezioni, in cui tutto necessariamente è particolare, non si deducono che idee particolari, e queste si convertono in idee generali non già perchè si aggiungano loro elementi e qualità comuni preesistenti in queste percezioni, ma per le relazioni che hanno tra esse, e che sono dall'anima co' suoi giudizii affermate. Ma l'Ab. *Rosmini* insiste col dire: se la parola comune non significa che un rapporto fra più oggetti osservato dall'intelletto; se quindi questo rapporto non è una qualità di qualsiasi specie esistente in un oggetto, ma è fuori di qualunque oggetto, e non si avvisa che dal pensiero, onde nel pensiero è venuta la nozione di qualità comune? e se l'intelletto non può riceverla dalla sensazione, come non si dirà che esso l'abbia ingenita in sè medesimo? Sembra però che a questa argomentazione si possa con giusta ragione rispondere: quando si è detto che l'anima qualifica per comuni le note delle idee che pur in sè stesse sono proprie, attendendo alla relazione che hanno fra loro, si è naturalmente rimossa la difficoltà accampata dal ch. Autore. Imperciocchè, non badando alla parola *comune* ch'è un segno di convenzione e non altro, ma ponendo mente alla nozione che da essa è significata, si comprende di leggeri che l'anima non ha d'uopo di ritrarre siffatta nozione da alcun altro, ma che dall'istesso suo fatto proprio la ritragge. In fatti, se ogni relazione percepita è una veduta interiore ed un atto del pensiero, e se ogni atto del pensiero è un diverso modo di essere, è una modificazione diversa dell'anima, ne segue che una serie di relazioni conformi costituiscono una permanenza di modificazione, e questa modificazione permanente ridotta alla

ultima analisi si scorgerà essere la nozione che si desidera. La qual nozione, quando l'anima avrà progredito nelle sue operazioni, e l'uomo nell'uso del suo linguaggio e nella civiltà, si chiamerà nozione di qualità comune; ma in origine sorge nell'anima nel modo indicato, qualunque sia la forma di cui in quel punto si vesta. Però l'Ab. *Rosmini* non solo nega che l'anima possa formare alcun giudizio senz'avere idee generali, non solo nega ch'essa possa concepire alcuna idea generale senza il soccorso della idea innata di ente che supplisca alla nozione di qualità comune che l'anima in sè stessa non può avere; ma nega altresì che alcuna idea particolare trarsi possa dai giudizii senza l'intervento del suo ente che fornisca la nozione di esistenza. E per comprovare la sua negativa, egli produce il seguente ragionamento, di cui, secondo il solito, riferisco le precise parole: « Perchè io (scrive il *Rosmini*), perchè io » concepisca intellettualmente l'ente sensibile, il mio spirito deve pronunciare » un giudizio sopra di lui, cioè dire a sè stesso: esiste qualche cosa dotata » delle qualità sensibili tali e tali, cioè delle qualità percepite dai sensi. Ora » pronunciando questo giudizio io non faccio che attribuir la esistenza ad un » essere di cui ho percepito coi sensi le sole sensibili qualità, e così percepi- » sco l'essere stesso intellettualmente. La idea generale di cui faccio uso in » questo giudizio è la idea di esistenza; e se io non avessi precedentemente » questa idea nel mio spirito, egli sarebbeimpossibile che io l'applicassi alle » mie sensazioni; quindi non potrei pronunciare il giudizio interiore: esiste » l'ente dotato delle qualità sensibili da me percepite: quindi non potrei » neppur percepire cosa alcuna col mio intelletto, perchè il percepire cosa » alcuna col mio intelletto non è altro che giudicar qualche cosa esi- » stente; .... e nella formazione delle idee o percezioni intellettive si addi- » manda sempre un giudizio, nel quale si faccia uso della idea generale di » esistenza .... e non vi ha idea di alcuna cosa finchè lo spirito non pro- » nuncia internamente questo giudizio: la tal cosa è. » Questo argomento è gravissimo e vitale, poichè in esso si appuntano gl'intendimenti dell'Autore, e da esso principalmente si deduce la necessità dell'ente innato ch'egli fa uscire alla luce per dargli la signoria della mente, e per disgombrarla di ogni impedimento e di ogni dubbio, nella stessa guisa che gli antichi drammaturgi

dopo aver avviluppato la loro favola, facevano discendere il *Deus ex machina* per troncare il nodo che non sapevano sciogliere. Ma contro l'argomentazione rosminiana sembra che si possa ragionare nel modo seguente:

La esistenza nel senso metafisico considerata, non è che l'attualità della cosa nel pensiero. Quando una cosa è pensata, in qualsivoglia modo lo sia, sempre è; non avrà la qualificazione, le forme, i nomi che col progresso dello spirito e collo spiegamento delle sue facoltà essa acquista, ma è, e l'anima avvisa che è; poichè ogni cosa pensata sendo una modificazione dell'essere pensante, dire che l'anima pensi una cosa senza accorgersi che sia, sarebbe dire che l'anima si modifica senza saperlo, sarebbe lo stesso che negare ad essa ogni attività, ogni potenza, perfino la vita medesima. Quindi l'attualità della cosa nel pensiero è esistenza, ed esistenza avvertita; e per quest'attualità non è mestieri che Dio abbia posto nell'anima il principio innato dell'ente; poichè ad essa la danno le impressioni operate dagli oggetti esteriori, la danno gl'impulsi e i moti cagionati dall'uso degli organi e delle membra e dall'esercizio della vita, la danno principalmente le operazioni che l'anima negl'intimi suoi penetrali eseguisce. Ed in quest'attualità consiste la intuizione con cui Locke insegna che l'uomo apprende la propria esistenza; in essa consiste la persuasione dell'esistenza attuale del D.r Reid prodotta, come egli dice, da un giudizio naturale e primitivo; in essa consiste il *cogito ergo sum* di Cartesio, che è una formula esprimente lo stato dell'anima, che conoscendosi modificata dal suo pensiero, conosce necessariamente di essere. Così per l'alta economia della mente umana l'intelletto è principio a sè stesso della sua conoscenza; ciò che sembra che abbia voluto significare Aristotile quando affermò che « l'intelletto intende sè stesso a quel modo che intende » le altre cose; » ciò che è pure confermato dall'autorità di S. Tommaso d'Aquino tanto, e sì giustamente riverita dall'Ab. *Rosmini*. Poichè l'acutissimo Dottore scrisse: « *Quid intellectualiter cognoscitur per se est notum, et ad* » *ipsum natura cognoscentis sufficit absque exteriori medio;* » cioè senza l'intervento d'alcun'altra idea d'altra parte venuta. Certo però che l'anima avvisando l'attualità della cosa nel suo pensiero non dirà: la tal cosa esiste: poichè ragionando per analogia l'anima bambina e debole non può avere i

modi nè usare il verbo che ha ed usa quando sia fatta adulta e provetta; ma dirà: la tal cosa è; e ciò basta all'uopo di formare i primi giudizii, poichè in ogni giudizio, come in quello già da noi indicato per esempio: la percezione del latte è nella percezione del giglio: vi sarà l'affermazione espressa della convenienza delle due percezioni e l'affermazione sottointesa della esistenza delle percezioni medesime. Questa nostra dottrina è conforme a quella insegnata dal celebre Cousin, il quale in tale proposito nel seguente modo si espresse: « Fino a tanto che l'uomo non si conosce, non si *appercepisce*, non » ha coscienza di sè, non conosce, non appercepisce nulla, poichè noi non » possiamo sapere cosa alcuna se non in tanto che noi siamo per noi stessi, » cioè a dire in tanto che noi sappiamo che noi siamo. Ogni saper qualunque » implica il sapere di sè stesso, non certo un sapere sviluppato, ma quel » sapere che consiste almeno nel sapere che noi siamo. Fino a tanto che » l'uomo non è per sè, egli è come se non fosse: ma dall'istante che egli » si conosce (e notate che io non parlo qui di un sapere sviluppato e scientifico), egli non si conosce che a condizione di saper tutto il resto nella » maniera che sa sè stesso. Tutto è dato in tutto, e l'uomo appercependosi » col pure affacciarsi a sè stesso, tocca già col suo intendimento tuttociò ch'e» gli può apprender più tardi. » Così scrive il Professore Cousin; ora dagli annunciati principii due conseguenze derivano, che giova qui accennare: 1.° Non si deve confondere la prima percezione dell'essere colla conoscenza della esistenza reale, che n'è affatto diversa, e di cui non vuolsi qui favellare; benchè quella sia uno spedito e sicuro avviamento a questa, e l'una sia generata direttamente dall'altra: 2.° Non si deve parimenti confondere quella prima conoscenza colla nozione generale di esistenza, la quale però nell'altra, come il seme nel guscio, si comprende, onde quando l'anima già fatta capace del pieno uso delle sue facoltà vuole alle sue speculazioni applicarsi, e quindi con un corso di operazioni analitiche e sintetiche, e con una serie di astrazioni e di generalizzazioni spoglia gli enti pensati delle loro determinazioni, delle loro qualità, dei loro accidenti, essa torna a trovare quella istessa prima conoscenza nella sua originaria semplicità, e ne forma la idea astratta e generale di esistenza.

Sembra però che il nostro ragionamento sia stato per così dire presentito dall'acutissimo ingegno del *Rosmini*, il quale nel Nuovo Saggio sulla origine delle idee espone una serie d'argomenti diretti allo scopo di distruggere il principio su cui il ragionamento stesso si fonda. Egli è necessario esaminarli brevemente.

In primo luogo nell'ART. VIII del CAP. XII. l'ab. *Rosmini* insegna che in ogni sensazione distinguere si deve la sensazione soggettiva con cui si sente l'organo stesso senziente, e la sensazione oggettiva con cui sente contemporaneamente un oggetto estraneo all'organo senziente. Questa distinzione però si farà più agevolmente e si concepirà meglio quando si ponga mente che gli organi della vista, dell'udito, del gusto e dell'odorato oltre all'avere l'attitudine che di essi è propria esclusivamente di percepire i colori e le figure, i suoni, i sapori, e gli odori, conservano pur quella che appartiene al senso del tatto e che è comune a tutte le parti sensitive del corpo umano. Per questa ragione i quattro sensi indicati oltre a quelle speciali impressioni che si operano sopra di essi e che recano all'animo le percezioni dei colori, dei suoni, degli odori ec., sperimentano pure la pressione materiale, l'azione meccanica dei raggi luminosi e sonori, e delle particelle emananti dai corpi odorosi e saporosi. Perciò le sensazioni soggettive ed oggettive del *Rosmini* si risolvono nelle sensazioni tattili, e nelle sensazioni fenomenali; quelle nate da quel senso fondamentale e diffuso per tutto il corpo ch'è il tatto, queste nate dagli organi speciali, che in alcune speciali parti del corpo stesso, cioè negli occhi, nelle orecchie, nella bocca, e nel naso sono collocati.

In secondo luogo il *Rosmini* nell'ART. I. - del CAP. XXIII introduce un'altra distinzione tra la percezione sensitiva, e la intellettiva: « Vuolsi in prima » considerare (sono queste le istesse di lui parole) che il senso ha sempre » per termine una cosa singolare ». Da questo principio deriva « che tuttociò » che noi troviamo fornito di qualche universalità nella percezione dei corpi » si debba attribuire all'intelletto e non al senso; » onde avviene « che quando » io percepisco un corpo col mio pensiero, cioè quando penso un oggetto » fornito dalla natura di corpo, o quando il penso come una cosa esistente, » io ne ho la percezione intellettiva perchè non posso pensarlo così, se io non

» mi abbia le nozioni di corporeità od almeno di esistenza che sono universali .... E da tuttociò si vede che l'intelletto a percepire il corpo non fa che considerare quanto i sensi somministrano: ma non in modo a noi relativo, siccome il senso; ma prescindendo e astraendo da noi, cioè aggiungendo il concetto universale dell'essere della cosa. La percezione intellettiva del corpo è dunque la unione dell'idea di esistenza colla percezione sensitiva, ossia un giudizio immediato, una sintesi primitiva. » Così il *Rosmini;* ma egli è chiaro che dalla proposizione che il senso ha sempre per termine una cosa singolare e che tuttociò che si trova di universale nelle percezioni si deve attribuire all'intelletto, la quale è vera, non può trarsi rettamente la conseguenza, che la percezione intellettiva consista nell'unire la idea universale di esistenza colla percezione sensitiva; imperocchè altro è dire che ogni universale provenga dall'intelletto, ed altro che l'intelletto percepir non possa se non che l'universale. L'analisi con cui si separano e si considerano divisamente le varie facoltà, le varie operazioni dell'anima è puramente ideale, è un atto della mente che tende soltanto a render più agevoli le operazioni, più distinte le idee, più chiaro il ragionamento. Ma quest'analisi, quest'atto, nulla hanno in sè stessi di positivo ed a nulla di reale si riferiscono; poichè l'anima spirituale è una ed indivisibile, e quelle varie facoltà ed operazioni in essa notate, non sono che diversi modi di vedere, diverse forme del discorso; uno essendo pel resto il principio, una la potenza, una l'azione. Perciò ogni percezione sensitiva si converte tosto in percezione intellettiva, poichè l'intelletto, che alla stessa anima appartiene, e non è anzi che la stessa anima guardata nell'intendere invece che nel sentire, non può non assumerla e pensarla. Ora in questa prima assunzione, in questo primo pensiero, la percezione intellettiva avrà la stessa qualità, gli stessi termini della sensitiva; in seguito potrà l'intelletto applicarsi ad essa, esercitar sopra di essa la sua attività, astrarla, combinarla, generalizzarla; ma da principio egli deve riceverla, come la sensibilità la riceve dai sensi; e il dire che una percezione non possa essere intelletta come è sentita, è lo stesso che dire che sianvi nell'anima due diverse nicchie, due officine diverse in cui i prodotti mentali sieno elaborati gli uni indipendentemente dagli altri; ciò che è assurdo.

e sa di materialismo. Però l'Ab. *Rosmini*, fu condotto ad affermar ciò dalla sua prediletta dottrina che l'intelletto umano abbia innata in sè stesso l'idea dell'ente, e che quindi tuttociò che havvi in lui debba di tale idea informarsi; ma in tal caso egli fa servire di prova la stessa proposizione che dev'esser provata.

L'Ab. *Rosmini* chiarisce e conferma la sentenza che testè abbiamo esaminato con un'altra distinzione ch'egli fa nel §. 8. Art. II. del Cap. IV. tra l'atto con cui si concepisce l'idea d'un oggetto e l'atto con cui si dice a sè stessi di percepire l'oggetto. Per mostrare la verità di questa distinzione egli suppone il caso che l'anima sia talmente assorta nella contemplazione d'un oggetto che non vegga che questo, non senta che questo, non pensi che a questo. « In tale caso, dice il *Rosmini*, di cui riferisco le precise parole, » io non posso pronunciare il giudizio e percepisco l'ente, se non in conse- » guenza d'una riflessione che faccio su di me stesso, per la quale io rivolgo » la mia attenzione sullo stato mio, e formo questo stato oggetto della mia » attenzione. Ma lo stato di me è un oggetto interamente diverso dall'ente. » Dunque io debbo percepire lo stato mio con un atto diverso da quello onde » percepisco l'ente: percepisco l'ente con un atto dell'attenzione che all'ente » si volge, percepisco me con un atto dell'attenzione che si volge in me.... » Egli è quindi assurdo immaginare che nel tempo che io percepisco un oggetto » percepisca, ciò che vale a dire, conosca di percepirlo; egli è evidente che il » secondo atto avendo per oggetto il primo atto, non può cominciar ad esistere » senza supporre che il primo sia già bello e compiuto: e ripugna il concepire i » due atti contemporanei,cioè concepire contemporaneo il conoscer qualche cosa » ed il conoscere che la conosciamo. » Così scrive il *Rosmini*: il quale in questo passo più che nell'altro prima esaminato, fa chiaramente manifesta la strana sua abitudine di considerare l'anima come fossero realmente in molte parti divisa, e fossero queste da insormontabili barriere separate. Il ragionamento ch'egli produce sarebbe insuperabile se l'anima fosse una cosa diversa dalla percezione dell'ente, e se la percezione si ponesse nell'anima come una parte si pone in un complesso; ma invece la percezione non è che l'anima stessa, l'anima che si modifica nell'atto di percepire. Dunque non è vero che lo

stato dell'anima percipiente sia una cosa interamente diversa dalla percezione: non è vero che questo stato si debba percepire con un atto diverso da quello con cui l'ente si percepisce; non è vero che per queste due percezioni l'attenzione si debba prima volgere all'ente e poscia allo stato dell'anima; non è vero che ripugni il concepire questi due atti contemporanei, cioè il concepire di conoscere qualche cosa, ed il conoscere che la conosciamo. Dacchè la cosa conosciuta ovvero posta nell'intelletto è l'anima stessa conoscente, cessa ogni difficoltà e la presunta ripugnanza si converte in necessità. Perocchè dire che l'anima non conosce di conoscere, è come dire ch'essa si modifica senza sentire di modificarsi, e dire che l'anima si modifica senza sentirsi modificata, è dire che essa nello stesso tempo è e non è modificata; ciò che implica contraddizione. Bisogna dunque ritenere che l'anima modificandosi sente la propria modificazione; e siccome l'intelletto per la propria virtù assume qualsivoglia sentimento, e lo percepisce, segue da ciò ch'esso percepirà anche la propria conoscenza nel punto stesso che conosce, senza che vi sia bisogno nè d'intervalli di tempo nè di successione di atti. Su ciò sembra che insorger non possa alcun dubbio; certo si potrà con distinzioni minute, e con astruse sottigliezze imbrogliar la materia e confondere le idee; ma quando si parla delle facoltà, e delle operazioni dell'anima, bisogna sempre pensare che ogni divisione è puramente ideale, e non è che un modo di vedere e di favellare: e come il filo posto per guida in un intricato labirinto, bisogna sempre aver presente il principio che l'anima intelligente è tutta in tutto.

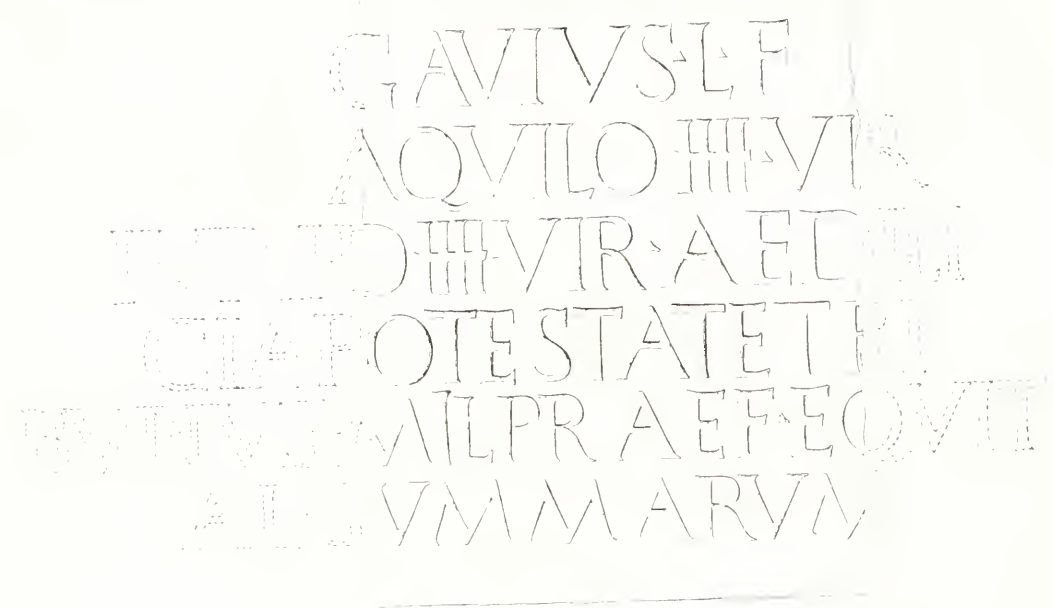
Riassumendo pertanto tuttociò che fu detto sinora sul fondamento che pose l'Ab. *Rosmini* al suo sistema sulla origine delle idee, pare che si possa osservare; 1.° Ch'egli ammise un falso supposto ritenendo che in qual si voglia giudizio non si tratti che di aggiungere un predicato ad un soggetto e che quindi non si possa senza idee generali formare giudizj di sorte alcuna. 2.° Che non pose mente abbastanza alle permutazioni che subiscono le idee dal nascere allo svilupparsi, ai loro incrementi, alle loro trasformazioni, per la qual cosa pare che nei primordi del pensiero egli intendesse a trovar quelle nozioni così ampie ed elaborate quali soltanto i progressi della mente e le opportune condizioni dei popoli e dei tempi fanno abilità allo spirito di

concepire. 3.° Che per tale inesattezza reputò l'Ab. *Rosmini* di aver buona ragione di affermare che l'anima umana non potendo ricavar da sè stessa nè la nozione di qualità comune, nè quella di esistenza essa non può formare alcun giudizio nè alcuna idea senza il soccorso di un principio innato, e ad ogni sua operazione preesistente. 4.° Che puossi dubitare che la indicata inesattezza sia da ciò proceduta che l'Ab. *Rosmini* anzichè rimontare alla origine delle idee e ragionare di esse, secondo i primitivi loro modi, abbia voluto ragionare sulle parole secondo il significato che vien loro attribuito nella presente condizione della civiltà, e della filosofia. 5.° Che in generale l'Ab. *Rosmini* fa troppo uso dell'analisi psicologica, e per dar fondamento alle sue dottrine, sembra che consideri quest'analisi come fosse reale, mentre in fatto è ideale soltanto, poichè le facoltà e le operazioni che con essa si distinguono nell'anima non sono che forme del discorso adoperate per significare le permutazioni che prova l'anima stessa sperimentando le impressioni della realtà esteriore e i varii gradi per cui passa nello spiegamento e nell'esercizio della propria attività.

In conseguenza di tuttociò sembra che siavi buona ragione per conchiudere che non è bene dimostrata la necessità dell'intervento di un ente innato per render possibile il processo delle operazioni dell'anima; la qual necessità costituendo il fondamento della dottrina dell'Ab. *Rosmini* sulla origine delle idee, par quindi che la solidità dell'intero sistema esser possa rivocata in dubbio.

(Letta li 7 Marzo 1841)

Tav. VII



Metro

INTERPRETAZIONE

E SUPPLIMENTO

DI UN' ANTICA LAPIDA ROMANA TROVATA PRESSO JESOLO

MEMORIA

DELL' AB. GIUSEPPE FURLANETTO

(Con una Tavola)

Avendo io l'onore d'intrattenere questo dotto Consesso per la prima volta con una lettura relativa ai miei studj, non esitai gran fatto nella scelta dell'argomento, che adatto fosse a questa veramente magnifica città, e a questo luogo dalla sovrana munificenza destinato alle nostre scientifiche e letterarie adunanze. Occupato io sempre nell'indagare ciò che può trovarsi nell'alta antichità latina di grande e d'importante confacente a questa nostra Italia, per cui si possa spargere un qualche nuovo lume su ciò che riguarda le sue antiche costumanze, ho creduto conveniente di prendere ad illustrare non solo, ma ancora a supplire una non ignobile epigrafe latina, la quale, scopertasi nel 1833 a Jesolo nel Veneto littorale, e di là qui trasportata, adorna ora il Museo lapidario della Marciana Biblioteca.

Essa fu comunicata nel mese di Aprile di quell'anno dal sig. Emmanuele Cicogna, dotto illustratore della Veneta epigrafia, al sig. cav. D.r Gio. Labus, contemporaneamente a me pure, affinchè tentassimo di raccoglierne una plausibile spiegazione. Ambedue ci prestammo allora all'inchiesta fattaci, e parecchie osservazioni ci cadde in acconcio di stendere intorno alla medesima.

che furono da noi al suddetto partecipate. Siccome poi coincidevano le nostre idee sulla generalità dell'epigrafe, siamo pur convenuti nell'affermare, che quella carica sostenuta dal personaggio ivi menzionato e indicato sulla fine della medesima, presentava una tale difficoltà da non poterne dare una facile interpretazione. Poco dopo il ch. Labus ne mandò un apografo al sig. cav. Bunsen, inviato straordinario del re di Prussia alla S.ta Sede a Roma, e segretario generale dell'Istituto di corrispondenza archeologica, e un simile ne inviò al sig. Clemente Cardinali a Velletri, il primo dei quali avendolo mostrato al ch. Olao Kellermann, dotto Danese, dimorante allora in Roma, e dipoi, con danno immenso dell'antica erudizione Latina, mancato ai vivi in fresca età nell'infausta strage che menò in quella capitale il *Cholera-morbus*, fu cagione che venisse da quest'ultimo inserita nella sua bell'opera intitolata *Vigilum Romanorum latercula duo Coelimontana* (a p. 75. n. 265.), colà pubblicata nel 1835; il secondo, trapassato all'altra vita nell'autunno del 1839, la riportò come degna di particolare attenzione nei suoi *Diplomi imperiali ai militari* (p. 236, n. 443), stampati a Velletri nell'anno stesso 1835. Ma siccome nè l'uno nè l'altro ebbero l'opportunità di vedere il marmo originale, quindi ambedue pubblicarono l'epigrafe con qualche notevole inavvertenza.

Avendo io frattanto nuovamente esaminato l'apografo mandatomi dal sig. Cicogna, venni in sospetto, che nelle poche parole mutilate dell'ultima linea si celasse un impiego militare finora sconosciuto, non già quello di *villicus summarum*, o di *actor summarum*, o di *rationalis summarum*, o di *procurator rationum summarum privatarum*, o di *dispensator arcae summarum* (*), come taluno allora in Venezia e in Padova aveva opinato, non riflettendo che quell'impiego, proprio soltanto di servi o di liberti, o almeno di uomini di condizione plebea, non poteva essersi sostenuto da colui che nella nostra lapida fa mostra di essere un ingenuo, ed onorato inoltre delle primarie dignità civili e militari, e che li nomi di cotali impieghi di persone vili e plebee furono introdotti nella lingua latina due o tre secoli dopo che fu

(*) Presso il Fabretti, *Inscript.* p. 36. n. 178, l. 7, Iscri. presso il Muratori, pag. 172. n 2, Iscrizione presso Svetonio in Domiz c. 11., Cod. Theod. 10. zione presso il Marini, Frat. Arv. p. 603.

scolta la nostra pietra, la quale a qualunque occhio esercitato in tal genere di monumenti si palesa evidentemente come spettante al bel secolo di Augusto. Mi posi perciò a rovistare quanti autori latini, e quanti illustratori dei medesimi scrissero intorno alla romana milizia. Nè furono vane le mie ricerche, poichè scorrendo l'opera militare d'Igino, pubblico agrimensore e perito, vissuto sotto l'impero di Trajano, la quale ha per titolo *De castrorum metatione*, m'imbattei in tre passi di quell'autore nei quali si parla di una specie di cavalleria romana, detta ora *summactaris*, ora *summacteria*, ora *summaclaris* (*). Su queste traccie fondai il mio dubbio, che nel fine della nostra iscrizione dove leggesi *Praef. Eq.* . . . . e dopo una lacuna, *ummarum*, si nascondesse qualche ignota milizia corrispondente a quella accennata da Igino. Ne scrissi tosto al sig. co. cav. Bartolommeo Borghesi, a cui soglio ricorrere frequentemente nei miei dubbj sopra argomenti di antiquaria, e n'ebbi in risposta (li 28 ottobre del 1833), che appunto nei tre luoghi da me citati di quell'antico scrittore, trovavasi, a suo parere, la spiegazione che io cercava, e dopo avermi mostrato che in ognuno dei tre luoghi doveva leggersi *summalares*, voce composta dai due vocaboli *summa* e *alaris*, e valendosi poi della sua prodigiosa erudizione, m'indicò eziandio un'altra epigrafe stesa in lingua greca, e recata dal Muratori (**), e prima dallo Spon (***), ove si nomina un Tito Antonio Alfeno Arignoto ai tempi di Caracalla, che regnò dal 211. al 217. di Cristo, il quale ivi s'intitola: *πραιπόσιτος ἴλης ἐνταλαρίων*, cioè comandante di un'ala di soldati che stava non nella parte somma, ossia di fronte, ma nella parte inferiore ossia di retro; e conchiuse che ora soltanto dal confronto d'Igino e della nostra lapida latina colla greca recata dal Muratori, si conosce che quella voce *ἐνταλαρίων* è ibrida, e composta dal greco avverbio *ἐντὸς*, inferiormente, e dall'aggettivo latino *alaris*, e che siccome negli eserciti romani alle volte un solo comandante presiedeva alla cavalleria

(*) *Hygin* De castror. metat. pag. 8. col. 1. Et super hos summactares et reliquae nationes tendere debent *Id.* p. 10 col. 1. Nationes, Cantabri, Getae, Daci, Brittones, Palmyreni, centuriones statorum, et si quid aliud datum fuerit, in exercitu summaclariorum in retentura ponimus. *Id* p. 14 col. 2. Summacterias et reliquas nationes quoties per strigas distribuimus, non plus quam tripertitae esse debent.

(**) Muratori pag. 674. n. 1

(***) Spon. Miscell antiq p. 112

dei soldati ausiliari, combattenti tanto alla destra, quanto alla sinistra delle romane legioni, ed altre volte uno comandava all'ala destra soltanto, un altro alla sinistra, pure accadeva tal fiata che atteso il numero stragrande dei soldati ausiliari, e la vasta estensione del terreno da essi occupato, in un'ala medesima vi fossero due comandanti, uno dei quali alla parte superiore, un altro alla inferiore delle due ale destra e sinistra presiedesse.

Approvata da me la congbiettura dell'amico, e bramoso inoltre di supplire alle mancanze dell'epigrafe, di cui possediamo la parte maggiore e centrale, e di cui si cercarono invano le due porzioni laterali, le quali essendosi scolpite su due pezzi diversi, che uniti a quello che rimane, compivano la iscrizione stessa in onore di quel personaggio ivi nominato, pregai nuovamente il sud. sig. Cicogna di osservare, se nella pietra superstite esistevano certe particolarità di scrittura che molto contribuir potevano alla retta interpretazione del monumento. Allora egli nel mese di dicembre dell'anno stesso, approfittando dell'opera diligente e cortese del sig. ingegnere Casoni, ora nostro Collega, mandommi un *fac-simile* tratto dall'originale. Su questo studiai a mio grand'agio la parte rimasta dell'epigrafe, e conobbi che la pietra non poteva ammettere la identica lezione Borghesiana, se non che trasponendo le due voci dell'ultima linea *summarum alarum*, com'egli aveva supplito, in *alarum summarum*, come appunto le feci collocare nel disegno, che ho l'onore di presentarvi *(Tav. VII.)*, nel quale i supplimenti certi sono indicati dalle lettere tracciate con appositi punti neri, e gl'incerti coi punti in rosso. Ciò premesso, imprendo la interpretazione dell'epigrafe, giustificando nel tempo stesso quanto venni in essa supplendo.

La prima ricerca che dee farsi è di sapere a quale antica città appartenga la nostra lapida. Se si consideri che l'attuale situazione di Jesolo, dov'essa fu trovata, corrisponde a quella parte del Veneto littorale, che ne' tempi romani spettava al territorio di Altino, a cui seguiva quello di Oderzo, anticamente *Opitergium*, indi l'altro di Concordia, finalmente l'ultimo di Aquileja, ch'è distante da Jesolo a cammin retto circa 80. miglia; e che tutto questo tratto di paese è intersecato dalla Piave, dalla Livenza, dal Lemene, dal Tagliamento, ognuno facilmente mi accorderà, che non ad Aquileja, come mostrarono di

credere e il Kellermann e il Cardinali, ma piuttosto alla più vicina città di Altino deesi la nostra lapida attribuire.

Spiacemi soltanto che la qualità della pietra, benchè non si opponga alla mia congliettura, non si presti però a confermarla, essendo essa di formazione calcarea, e originaria delle Alpi Carniche nell' antica Japidia presso Trieste; e perciò potè accadere che trasportata essa ne' tempi antichi per mare nella provincia detta allora *Venetia*, che tutte le città suddette comprendeva, fosse scolpita in qualunque di esse, non volendo io già supporre che siasi trasferita là, ove fu da pochi anni scoperta, in tempi posteriori, perchè come pietra non essendo di finissima qualità, non meritava che se ne facesse gran conto, e venisse quindi a grande distanza traslocata, nè esiste memoria che siasi altrove letta, e quindi giammai pubblicata dai raccoglitori delle romane antichità, gli amatori delle quali incominciarono a radunarle alla fine del secolo XIV. e al principio del XV., epoca della florida grandezza e della somma coltura dei Veneziani. La parte superstite è alta metr. 1.35, larga metr. 0.99; le lettere della prima linea sono alte centim. 15, quelle dell' ultima centim. 13.2, l'offerto disegno è modellato sulla decima parte dell' originale. Questa epigrafe essendo onoraria, è cosa certa che formava la faccia anteriore della base sostenente la statua della persona onorata dal suo municipio pe' suoi meriti verso la patria, che non sono però indicati. Neppure la gente Gavia, a cui appartiene il nostro Italiano, serve a fissare la patria di lui, giacchè questa gente Gavia era assai diffusa nelle provincie cispadane, e quindi è spesse volte rammentata nelle lapidi di Aquileja, di Forogiulio, ora Zuglio, di Padova, e specialmente di Verona, dove a chi non è noto il celebre arco de' Gavii, che a' nostri tempi vedemmo atterrato, ed i cui avanzi furono barbaramente dispersi e perduti? Manca pure, per fatale combinazione, la parte destra della pietra, ove nella seconda linea doveva esservi segnata la tribù a cui fu ascritto il nostro Gavio, lo che ci toglie anche l'altra maniera per assicurarci di quale città fosse nativo, perchè se lo fosse stato di Altino, com' io ragionevolmente suppongo, argomentandolo dal luogo in cui venne scoperta la lapida, sarebbe la *Scaptia;* se di Opitergio, la *Papiria;* se di Concordia, la *Claudia;* se di Aquileja, la *Velina.*

Chiunque per tanto osservi il proposto disegno, agevolmente si accorgerà, che il solo supplimento, che mi si rende impossibile è quello del prenome a principio della 1.ª linea, potendo essere un A, cioè Aulo, una C, cioè Cajo, una D, cioè Decimo, un L, cioè Lucio, e così via via discorrendo la serie di 30. circa prenomi latini che conosciamo, in guisa che sarebbe tempo perduto il tentare ora di determinarlo. Il nostro Gavio adunque figlio di un Lucio Gavio, ebbe il cognome di Aquilone, che non mi venne fatto di trovare presso alcuno scrittore o in verun monumento, e che significa quel vento impetuoso che pur Borea fu detto; se non che in una iscrizione del Grutero (pag. 338. n.° 5.), trovasi così chiamato un cavallo del Circo, forse per la rapidità del suo corso in quegli antichi certami. Nessun dubbio però può cadere intorno al supplimento a sinistra della stessa 2.ª linea, poichè o si presti attenzione alla proporzionale regolarità dell' epigrafe, o al senso di quel luogo, null' altro può mancarvi che la semplice lettera R, e neppure intorno a quello a destra della linea 3.ª, giacchè nel marmo essendovi rimasto superstite l' indizio della lettera D, ed essendo pur duopo, per riempiere lo spazio richiesto, di quattro lettere, è cosa indubitata che non altro che IVRI dee supplirsi; avremo perciò il *quatuorvir juri dicundo*. Sulla fine della stessa linea 3.ª, ov' è accennato il *quatuorvir aedilicia potestate*, che occupa una grande porzione di questa 3.ª e della susseguente linea, è fuori di controversia che null' altro ivi manca, se non che le lettere per compiere le due voci *aedilicia potestate*, che devono essere ripartite nel modo già notato nel disegno. Sul terminare poi della 4.ª linea, ove oltre alla lettera T, scorgonsi le sicure vestigia della R., dee supplirsi la lettera I, nessun' altra parola essendovi in lingua latina che riguardo al significato e alla certa indicazione delle due lettere T ed R, dalle quali incomincia quella voce, possa essere diversa dal *tribunus*. A ciò si arroge, che a compimento di quella linea richieggonsi precisamente tre sole lettere che sono appunto le segnate T R I, quindi saremo assicurati che nella 5.ª linea dovean seguire le cinque altre lettere BVNVS, a compimento della intera parola *tribunus*. Siccome poi al principio della 5.ª linea nel marmo leggesi MIL. è palese che nulla più vi manca a compimento del senso e dello spazio ivi richiesto. Ora coll'ajuto di parecchie centinaja d'iscrizioni

latine, nelle quali sono registrate le varie cariche militari romane, nessun'altra parola può ammettersi fra il T R I. e il MIL. semmonchè o le cinque lettere necessarie a terminare la voce *tribunus*, o la sigla L A T I C L. cioè *laticlavius*, per dinotare che quel tribuno de' soldati fu di schiatta senatoria, e perciò decorato del tribunato laticlaviale. A questo supplimento però si oppongono due ragioni. la prima: che lo spazio simmetrico della nostra lapida non ammette al fine della 4.ª linea, come ho già mostrato, che tre sole lettere T R I. non due, come T R. nè quattro, come T R I B. quante sarebbero necessarie, se nella susseguente vi fosse stato il L A T I C L: la seconda e più importante si è che pur volendosi ad ogni modo che al principio della 5.ª linea vi fosse il L A T I C L, lo che, a dir vero, sarebbe tollerato dallo spazio richiesto, viene esso supplimento rifiutato dal conoscersi, che i tribuni laticlavii furono introdotti la prima volta (per attestato di Svetonio (*)) a favore de' figli de' senatori romani. Ora il nostro Gavio Aquilone mostrasi bensì illustre personaggio, onorato di due sole cariche municipali e di due militari, ma non del primo ordine, nè mai sostenne quei magistrati riservati alle famiglie senatorie. Di fatto egli non vedesi decorato di veruna di quelle magistrature minori che costituivano il vigintivirato nel quale erano iniziati agli onori i figli dei senatori romani, cioè i *decemviri stlitibus judicandis*, i *quatuorviri curatores viarum*, i *tresviri monetales*, e i *tresviri capitales*: ed è inoltre da osservarsi che neppure que' personaggi i quali pervennero al consolato, omisero mai nelle loro iscrizioni queste quattro sorte di magistrature, appunto per far conoscere che a quell' apice degli onori non arrivarono pel solo favore di qualche Augusto, ma pel diritto di nascita, e dopo aver trascorse quelle dignità proprie delle sole famiglie senatorie. Inoltre, se il nostro Gavio Aquilone fosse stato tribuno laticlavio, avrebbe ottenuta di poi la questura romana, alla quale soleano aspirare immediatamente i tribuni laticlavii, onde poi passare all' edilità, se erano di sangue patrizio, o al tribunato della plebe, se

(*) Sveton. in Aug. c. 38. « Liberis sen[illegible] modo legitimis, sed et [illegible] quo celerius reipublicae assuescerent, protinus [illegible] eis [illegible] latum clavum induere, et curiae interesse [illegible] permisit [illegible]

plebei, indi alla pretura, finalmente al consolato, per nulla dire ora del governo delle provincie, il quale soleasi accordare parte ai pretoricii, parte ai consolari. A tuttociò si deve aggiungere, che la gente Gavia non ottenne mai gli alti onori dello stato, se non dopo che venne resa illustre da M. Gavio Massimo Veronese, prefetto del pretorio per vent'anni sotto Antonino Pio (*), il quale, come sappiamo da un' iscrizione recata dal Muratori (**), conseguì soltanto gli ornamenti consolari, ma non il consolato, del quale rimase sempre priva questa gente, come consta dai Fasti consolari che non fanno di essa veruna menzione.

Resta dunque da supporsi che, siccome nella precedente linea venne distesamente scritta senz' alcuna abbreviatura la carica di *quatuorvir aedilicia potestate*, siasi qui pure fatto altrettanto coll' incidere tutta intera la voce *tribunus* parte nella fine della linea 4.ª e parte al principio della 5.ª — Ed eccoci finalmente arrivati all' ultimo impiego militare sostenuto dal nostro Gavio Aquilone dopo il tribunato. Siccome dalle lettere che sono rimaste nella penultima linea, e dall' euritmia dell' epigrafe richiedesi che leggasi *Praef. Equit.*, così è per certo che col principio dell'ultima conviene supplire *AL* cioè *alarum*, e la *s* iniziale del *summarum*, non già come ha fatto il Kellermann, che credette doversi supplire *praefectus equitum summarum alarum*, mentre dal disegno che avete sott' occhio chiaramente apparisce che alla fine della linea 5.ª dovette essersi scolpito *equit.* e al principio dell ultima linea non possono premettersi che due sole lettere le quali necessariamente saranno le iniziali A L indicanti *alarum*.

Laonde riassumendo quanto fin qui venni dimostrando, è certo che il nostro Gavio Aquilone, probabilmente originario di Altino, avendo nella sua gioventù sostenuto il tribunato di una legione romana per un anno, che solea conferirsi ai figli di qualificate famiglie, fu poi promosso alla prefettura di un distaccamento della cavalleria ausiliaria, che combatteva nella fronte delle due

(*) Capitolin. in Antonin. c. 8. Gavius Maximus praefectus praetorii usque ad vicesimum annum sub [illegible] pervenit

(**) Murat. pag. 705. n. 6 M Gavio M. F. Pal. Maximo Praef. Praet. consularibus ornamentis ornato T. Claudius Firmus PP. ex cornicular. ipsius L. P. [illegible] D

ale dell'armata. In seguito rinunziando alla speranza di pervenire col mezzo di altri impieghi alla primaria dignità del consolato, ambito generalmente, al tempo della repubblica e dell'impero, quale apice di tutti gli onori, e datosi a vivere tranquillamente nella sua patria anche senz'avere amministrata la municipale questura, che conferivasi ai giovani figli de' decurioni i quali davano di sè buone speranze, ottenne da' suoi concittadini di essere eletto *quatuorviro* con podestà edilizia, il quale magistrato avea cura specialmente de' pubblici e privati, sacri e profani edifizj, del buon ordine interno della città di giorno e di notte, e quindi delle osterie, delle bettole e de' lupanari. Indi passò alla primaria dignità municipale, fatto essendo *quatuorviro* egualmente per un anno *juri dicundo*, cioè preside all'amministrazione della giustizia, alla sorveglianza delle rendite pubbliche e della pubblica quiete. Sembra poi cotanto essersi in quest'ultimo impiego distinto colla sua prudenza e generosità a vantaggio dei suoi concittadini, provvedendo ai loro bisogni, e aggradendo al popolo colla magnificenza dei pubblici spettacoli, i quali allora stavano a carico de' primarj magistrati, che abbia da essi ottenuto l'onore della statua, a cui in que' tempi aspiravano i benemeriti e ragguardevoli personaggi, lo che probabilmente si effettuò dopo il termine di quell'annua magistratura, essendosi posta l'epigrafe, della quale ragioniamo, nella faccia principale della base che la statua forse equestre sosteneva. Che sia stata quella assai magnifica e collocata nel pubblico e più cospicuo luogo della città, cioè nel Foro, ce lo persuade e l'uso costante di erigere colà tali monumenti, e in Roma e nelle città provinciali, e la considerabile mole della pietra, e la grandezza delle sue lettere, le quali doveano leggersi facilmente anche a grande distanza. Se poi prendasi in esame la elegante e precisa brevità, e la esatta simmetrica disposizione di tutta l'epigrafe, nella quale le lettere di ciascheduna linea, secondo le regole della prospettiva, vanno gradatamente scemando in altezza, lo che non suole ora praticarsi fra noi, mentre tutt'al più si fanno più grandi quelle che contengono il nome e cognome della persona onorata; se abbiasi riguardo alla forma delle lettere e singolarmente a quelle della lettera M, che anche nell'arte tipografica suole essere la norma di tutto l'alfabeto, le cui aste esteriori sono molto inclinate all'infuori, e le due

interiori uguagliano in lunghezza le laterali, in guisa che sta la sua larghezza all'altezza come il 18 al 13. e nessuna delle quattro aste è perpendicolare, ma molto inclinata all'indentro e all'infuori. e se inoltre alla lettera O, che è perfettamente circolare, e alla grossezza delle aste di tutte le altre lettere, che sempre eguale non soffre rastremazione in veruna sua parte; se all'asta prolungata superiormente della lettera I nella voce MIL della linea 5.ª per indicare la sua lunga quantità prosodiaca, come quella che proviene dal più antico dittongo EI ivi usato nei tempi vetusti, quando cioè scriveasi col dittongo e colla semplice I la voce *meil.* da cui provenne il vocabolo *miles:* se finalmente alla mancanza della legione, a cui appartenne il nostro tribuno, è giuoco forza conchiudere che sebbene per tutto ciò questa lapida possa spettare ai tempi repubblicani, attesa però la menzione del quattuorvirato con podestà edilizia, distinto da quello con giurisdizione, ch'ebbe certamente sua origine nei primi tempi imperiali, come potrei agevolmente dimostrare se non temessi di riuscirvi nojoso col discendere a troppe minute osservazioni, fu essa scolta senza verun dubbio al cominciar dell'impero d'Augusto, cioè dopo le note incertezze del governo municipale promosse da Cesare, il quale col favorire i municipii specialmente d'Italia, e col toglierli in gran parte all'immediata soggezione de' rispettivi proconsoli, avea cercato di farsi un partito onde pervertire dai fondamenti la repubblicana costituzione; poichè fu Augusto il primo ad introdurre nei municipii le tre magistrature della questura, del quatuorvirato con podestà edilizia, e dell'altro primario all'amministrazione della giustizia. Di fatto negli ultimi anni della vita di Cicerone sono spesse volte da lui nominati li quatuorviri dei municipii introdotti la prima fiata da Cesare, quando questi riunivano in sè soli l'interna economia, la polizia e la giudicatura di ogni città, le quali tre attribuzioni giammai si rammentano separatamente prima d'Augusto, che scaltramente conobbe il valore di quel detto *dividi et impera*, e quindi distribuì queste tre diverse incombenze ai questori, ai quatuorviri edilizii, e ai quatuorviri jusdicenti. Sendo dunque certissimo che per la ricordanza del magistrato edilizio e giusdicente la nostra pietra non può attribuirsi ai tempi repubblicani, nè a quelli di Cesare dittatore, resta soltanto che spetti a quelli d'Augusto, benchè non agli ultimi del suo impero.

Laonde se la carica militare, di cui non esisteva memoria che presso il solo Igino che scrisse al principio del secondo secolo cristiano, e nella greca iscrizione spettante ai tempi di Caracalla, cioè ai primi anni del terzo secolo si conosce ora essersi usata anche negli anni anteriori all'era nostra, oppure nei primi della medesima, non temo d'errare affermando essere la nostra pietra, benchè mutila, assai pregevole, e accrescere lustro al Museo lapidario della Marciana Biblioteca, la quale se è nota e celebre in Europa per la copia dei suoi libri, e spezialmente per la preziosità dei suoi antichi Manoscritti, avrà pure il pregio di possedere un monumento che può far bella comparsa di sè fra le parecchie migliaja di lapidi ch'esistono sparse nelle provincie dell'antico impero romano, e segnatamente in Italia, culla un tempo e dolce asilo d'ogni civiltà e cultura, e della massima nazionale ricchezza e potenza

CALCOLO

DELLE PERTURBAZIONI

PRODOTTE DALL'AZIONE DI GIOVE E DI SATURNO NEGLI ELEMENTI ELLITTICI

DELLA

COMETA DI BREI E PERIODO DETTA DI BIELA

DAL SUO PASSAGGIO

PEL PERIELIO NEL 1839 FINO AL PROSSIMO SUO RITORNO NEL 18..

DEL CAV. GIOVANNI SANTINI

1. Questa cometa, per la particolare posizione della sua orbita rendesi sommamente interessante nel sistema solare per la nostra terra; ond'è, che comunque sia picciola, ed appena visibile ad occhio nudo in una qualche favorevole circostanza, molto importa il tenere dietro ai suoi movimenti, ed assegnare l'epora delle sue successive apparizioni ad oggetto di non perderne la traccia, tenendo conto di tutti quegli elementi, che possono servire ad alterare i suoi moti dipendenti dalla sola azione solare. Non è mia intenzione di ritessere qui la storia della sua scoperta, e delle apparizioni fino al presente osservate, potendosi questa leggere nel terzo volume dei *Nuovi Saggi dell I. R. Accademia di Padova*, in una mia Memoria contenente le osservazioni delle Comete apparse fra il 1825 ed il 1828, e in altre due memorie relative agli stessi argomenti pubblicate nel quarto volume della stessa raccolta.

Io mi limiterò a rammentare, ch'essa è stata da me osservata nei suoi ritorni al perielio accaduti negli anni 1826-1832, e formò argomento a varie mie ricerche inserite nei citati Saggi, tanto per determinarne l'orbita ellittica

dalle proprie mie osservazioni instituite nell'anno 1826, quanto per istabilirne poscia il ritorno all'anno 1832, avendo riguardo alle perturbazioni apportate nei suoi movimenti dall'azione dei pianeti del sistema solare. Avvenuto poi il ritorno al suo perielio nel 1832, e confermati dal fatto tutti i calcoli precedenti, corretti gli elementi ellittici col mezzo delle osservazioni a quell'epoca instituite, intrapresi a calcolarne il ritorno per il 1839, avendo riguardo alle attrazioni prodotte da Giove, da Saturno e dalla Terra. Si ottennero in questa guisa gli elementi, dietro i quali fu calcolata un'effemeride per ricercarla nel 1839, e che qui si trascrivono dalla pag. III del IV volume dei citati *Nuovi Saggi* per comodo delle ricerche, che oggi io vi presento a continuazione di quelle da me fatte in quell'epoca e comunicate all'Accademia di Padova.

Passaggio al perielio . . . . . 1839 in 20^{g}. 0.3907, T. medio in Padova
ovvero Luglio . . . . . 23^{g}. 0.3907, dell'anno 1839
Longitud. del perielio . . . . . $\pi = 110.^{\circ}6.\ 16.'33''$ dell'equin. medio
Longitud. del nodo ascendente $\omega = 248.\ 13.\ 18.\ 59$ del 23 luglio 1839
Inclinazione all'ecclitica . . . . $i = 13^{\circ}.12'.24''.49$
Angolo di eccentricità . . . . . $\varphi = 48.\ 43.\ 16.\ 80$
Moto diurno siderale medio . $n = 533''.\ 938407$
Log. semiasse mag. . . . . log. $a = 0.5483436$
Log. eccentricità . . . log. sen. $\varphi = 9.8769347$

L'effemeride costruita su questi elementi annunciava, che non si poteva sperare di riuscire ad osservarla in quel suo ritorno al perielio, siccome il fatto anche verificò in appresso: poichè restando immersa nella viva luce crepuscolare, inutile riuscì ogni mia ricerca, nè a me consta che altri siano stati più fortunati.

II. Riuscite infruttuose le ricerche della Cometa in discorso nel Luglio del 1839, rendesi indispensabile di apparecchiare l'effemeride per poterla ricercare verso l'epoca del prossimo suo ritorno al perielio nel 1846. In questa sua rivoluzione si avvicina a Giove a poco più della distanza della

terra dal sole; e siccome ciò accade verso il 140.° di anomalia media, mentre il suo moto diurno è lentissimo, così lungamente rimane in vicinanza di questo potente pianeta: donde accade che i suoi elementi ellittici siano fortemente alterati, ed il suo ritorno al perielio accelerato per circa 30 giorni. Io ho stimato conveniente riprendere il calcolo delle perturbazioni dipendenti dall'azione di Giove e di Saturno, partendo dall'epoca del passaggio calcolato per il 1839, e seguendo le stesse traccie, valutare le variazioni di ciaschedun'elemento dipendenti dall'azione di questi due pianeti fino al ritorno al perielio nel 1846.

Non è mestieri, che io mi diffonda nella esposizione del metodo da me perciò seguito, potendosi questo vedere esposto nel IV volume dei *Nuovi Saggi* con sufficiente estensione a pag. 91. Io mi limiterò solo ad osservare che nel calcolare l'azione di Giove, si è proceduto di 4° in 4° di anomalia media: per Saturno di 8° in 8° ritenendo per il calcolo delle coordinate della Cometa invariati i superiori elementi fino alla fine. In un tale modo di procedere, possono insorgere leggere differenze fra i veri elementi, e quelli che si ottengono; giacchè volendo operare con tutto il rigore, converrebbe (siccome è noto) correggere successivamente gli elementi, e trasportarli a mano a mano da un'epoca all'altra; ciò in vero non molto allunga il calcolo: ma gli toglie una certa specie di uniformità, e richiede un tempo maggiore di quello, che io (distratto in molte altre cure) potei accordare a queste penose ricerche. Oltre l'azione di Giove e di Saturno, che sono i due più potenti pianeti del sistema solare, la terra può esercitare un'influenza sensibile nell'alterare il movimento ellittico della Cometa, e di questa si tenne conto nelle due rivoluzioni comprese fra il 1826 ed il 1839; ma (per la mancanza del tempo) la circostanza che nel 1839 si trovò la Cometa in grande distanza dalla terra mi ha indotto a credere, che questa non potesse esercitare un'azione sensibile, che verso il ritorno al perielio nel 1846: quando cioè la cometa comincierà a rendersi visibile, e permetterà di verificare col fatto i nostri calcoli e le nostre congetture. Per queste ragioni ho creduto al presente di poterla trascurare, attendendo il tempo conveniente a riprenderne il calcolo con più comodo e maggior dettaglio.

riduzione nell'eclittica mobile ed all'
equinozio medio per gli 11 Febbrajo 1846 ..... = 0. 81
Inclinazione all'eclittica nel 1846 ..... = 12°. 35'. 25". 85
La nuova longitudine del nodo rapporto all'
eclittica fissa sarà ..... $\omega + \delta\omega$ = 245°. 51. 55. 23
riduzione all'equinozio medio del 1846 : ..... + 5. 29. 23
Quindi la nuova longitudine del nodo ..... = 245°. 57'. 24". 46

La nuova longitudine del perielio sarà :

$$= \pi + \delta\pi + 2\delta\omega \operatorname{sen}^2 \tfrac{1}{2} i + 5', 29'', 23 = 109°. 4'. 29". 11.$$

Il nuovo angolo di eccentricità sarà $= \varphi + \delta\varphi = 49°. 10'. 39". 98.$

Finalmente il nuovo moto diurno medio siderale sarà $= u + \delta u.$
cioè $= 537", 653627,$
da cui si formerà, mediante i noti principii, il logaritmo del nuovo semiasse maggiore $a + \delta a,$ e si troverà
log. $(a + \delta a) = 0, 5463360.$

Dietro tuttociò, gli elementi ellittici per il prossimo ritorno della Cometa al perielio saranno i seguenti :

Passaggio al perielio ..... 1846 in giorni 42.40127 } T. M. in Padova
ossia 1846 11ª.40127 Febbr. }
Longitudine del perielio .. π = 109°. 4'. 29". 11 } dall'equinozio medio
..... del nodo ..... ω = 245. 57. 24. 46 } degli 11 Febbrajo 1846.
Inclinazione dell'Eclittica .. i = 12°. 35'. 25", 85.
Angolo di eccentricità. .... φ = 49°. 10'. 39". 98.
Moto diurno siderale medio u = 537. 653627
Log. semiasse maggiore log. a = 0. 5463360

Da questi elementi si otterranno i seguenti logaritmi costanti che servono al calcolo della posizione eliocentrica della cometa per un istante qualunque contato dal suo passaggio pel perielio.

Log. sen φ = 9.8789476; log. B sen ζ = log. e 5. 1955727

Log. A = log. $\sqrt{2a}$ sen $\left(45^\circ - \frac{1}{2}\varphi\right)$ = 0.3955219

Log. B = log. $\sqrt{2a}$ cos. $\left(45^\circ + \frac{1}{2}\varphi\right)$ = 9.9662021;

dei quali gli ultimi due servono al calcolo dell'anomalia vera v, e del raggio vettore r, data essendo l'anomalia eccentrica u, col mezzo delle due seguenti equazioni.

$$\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}v\sqrt{r} = A.\operatorname{sen}\tfrac{1}{2}u$$

$$\cos\tfrac{1}{2}v\sqrt{r} = B.\cos\tfrac{1}{2}u$$

Aggiungerò per ultimo le formule, che servono al calcolo delle coordinate eliocentriche della cometa rapporto al piano dell'equatore, dalle quali poi facilmente si può calcolare la sua posizione geocentrica rapporto allo stesso piano, facendo uso del metodo esposto nelle mie lezioni di Astronomia (vol. I. pag. 254. 2.ª edizione).

$x = m.r.\operatorname{sen}(c + 198^\circ.33'.5''.9)$ . . . . . log. m = 9.9912196 —

$y = n.r.\operatorname{sen}(c + 104^\circ.47'.39''.1)$ . . . . . log. n = 9.9785097 —

$z = p.r.\operatorname{sen}(c + 139^\circ.39'.32''.9)$ . . . . . log. p = 9.5633736 —

Dietro queste equazioni è stata calcolata la effemeride posta in fine della presente memoria, desunto avendo inoltre le coordinate solari rapporto all'equatore delle tavole del sig. Carlini inserite nelle effemeridi di Milano per l'anno 1834 (1).

(1) Nelle tavole Solari del sig. Carlini per l'anno [illegible] stato [illegible] numero [illegible] corso [illegible] 1853, e scorso un errore tipografico, che qui [illegible] 1845 dev'essere 1.7[illegible]

SPIEGAZIONE

delle Tavole numeriche esposte in fine della presente memoria.

V. Il celebre Clairaut, annunziando il ritorno della Cometa di Halley per il 1759. usò della modestia, e della circospezione, che bene conviene a chi conosce la possibilità di commettere un errore numerico in mezzo ad una sì lunga serie di calcoli, il quale senza nuocere alle generali verità della teorica può travisarne i risultamenti. Sebbene da quell'epoca siensi alcun poco semplificati i metodi pratici di calcolo, io sento tuttavia lo stesso bisogno, e non espongo i miei risultamenti sopra riferiti, che con ripugnanza e trepidazione, vedendo la facilità, che le molte cure che mi circondano, le noje e le molestie inseparabili da una età avanzata possano avermi facilmente condotto in errori di calcolo numerico in argomento sì delicato, appoggiato unicamente alla esattezza di operazioni lunghe e tediose. Nella speranza pertanto, che altri pure si possa occupare dello stesso argomento innanzi l'aspettato ritorno, io stimo conveniente di riferire eziandio le basi del calcolo a cui si appoggiano i superiori risultamenti, affinchè, ove per mala ventura insorgessero delle differenze, più facile riesca la scoperta del vero, a cui aspira costantemente l'umano intelletto.

Scegliendo pertanto a piano fondamentale il piano dell'orbita della Cometa rappresentato dagli elementi riferiti di sopra pel 1836 al § I. si ritengono tutte le denominazioni adottate nel IV vol. dei citati nuovi saggi.

cioè . . . ζ l'anomalia media della Cometa;

t il tempo espresso in giorni contato dal passaggio per il perielio assunto nel 1839;

x, y le coordinate rettangole della Cometa rapporto all'asse maggiore della sua orbita;

u l'anomalia eccentrica, v l'anomalia vera,

r la sua distanza dal sole;

a, φ, π, ω, i, rappresentando, come sopra, il semiasse maggiore l'angolo di eccentricità, la longitudine del perielio, la longitudine del nodo, e l'inclinazione all'eclittica.

Le stesse lettere accompagnate da un accento indicano le analoghe quantità per il pianeta perturbante, essendo inoltre z' la terza coordinata del pianeta perpendicolare al piano dell'orbita della Cometa. Inoltre indicheremo con la lettera ρ la distanza lineare della Cometa dal pianeta perturbante, e porremo, come nel citato luogo,

$$D = \frac{1}{r'^3} - \frac{1}{\rho^3}; \quad F = -\frac{x'}{r'^3} - \frac{x}{\rho^3} \left(\frac{1}{r'^3} - \frac{1}{\rho^3}\right) = \left(x' \operatorname{sen} \varphi' - y' \cos \varphi'\right) D$$

$$G = \frac{x'}{r'^3} - \frac{x' - x}{\rho^3}; \quad H = -\frac{y'}{r'^3} - \frac{y' - y}{\rho^3}.$$

Dietro queste posizioni, si otterranno le cercate variazioni degli elementi dell'orbita dalla integrazione per quadratura delle seguenti formule differenziali, nelle quali m' rappresenta la massa del pianeta perturbante.

$$(1)\ dp = -\frac{m' a}{\cos \varphi'} \cdot z' y D \cdot d\zeta$$

$$(2)\ dp = -\frac{m' a}{\cos \varphi'} \cdot z' x D \cdot d\zeta$$

$$(3)\ d\varphi = -m' a^2 H \cdot d\zeta + m' a F \cdot \cos u \cdot d\zeta$$

$$(4)\ d\pi = m' a^2 \cot \varphi \cdot G \cdot d\zeta + \frac{m' a^2}{\operatorname{sen} \varphi} F \operatorname{sen} u \cdot d\zeta$$

$$(5)\ du = -\frac{3m' na^2}{R^2} \cdot G \cdot \frac{\operatorname{sen} u}{r} \cdot d\zeta + \frac{3m' na^2}{R^2} \cos \varphi \cdot H \cdot \frac{\cos u}{r} \cdot d\zeta$$

$$(6)\ dg = -\frac{r^2}{a^2 \cos \varphi} \cdot d\pi - \left(1 + \frac{r}{a \cos^2 \varphi}\right) \cos \varphi \operatorname{sen} u \cdot dz.$$

Al calcolo di queste variazioni conviene aggiungere il calcolo di $\int dt \int dn$ $T \int dn - \int t dn$, da cui si ottiene la variazione totale dell'anomalia media $\delta\zeta$, la quale è rappresentata dall'equazione

$$\delta\zeta = T \int dn - \int t dn + \int dg$$

che conduce alla variazione della rivoluzione periodica primitiva T

espressa per $\delta T = -\frac{\delta \zeta}{n}$.

VI. Richiamate ad intelligenza delle Tavole le precedenti denominazioni, abbastanza palese nè è la loro composizione. La tavola I parte 1.ª parte 2.ª, e parte 3.ª contiene le quantità dipendenti dal moto ellittico della cometa, ed è ordinata di 4° in 4° di anomalia media da 0° fino a 180°; dopo di che le funzioni riprendono gli stessi valori numerici, con qualche cambiamento di segno che tosto si presenta all'accorto calcolatore.

La parte prima porge ad ogni 4° di anomalia media i valori di log. t. u. v. log. r. log. sen u. log. cos u; log. $\frac{sen\ u}{r}$. log. $\frac{cos\ u}{r}$

La parte seconda porge per gli stessi $4.^{\circ}$ di anomalia media i valori di

x. y. log. x. log. y, log. sen v. log. cos v. log. P = log. $\frac{r^2}{a^2 cos\ \varphi}$

log. Q. = log. $\left(1 - \frac{1}{a\ cos^2 \varphi}\right)$ cos φ sen u.

la parte 3.ª serve di supplimento alla parte 1.ª e porge i logaritmi di t da 180° fino a 360° di anomalia media.

La Tavola II. porge i valori delle funzioni dipendenti dalla posizione eliocentrica di Giove calcolati per i tempi corrispondenti ad ogni 4 gradi di anomalia media della cometa. L'anomalia media v' di Giove, ed il logaritmo del raggio vettore r' si desunsero fino a tutto l'anno 1843 dalle posizioni riferite nelle effemeridi di Berlino già pubblicate; le altre sono state calcolate mediante le tavole del sig. Bouvard (Parigi 1821).

Le formule adoperate per il calcolo delle coordinate dedotte dalle equazioni riferite nel più volte citato volume degli atti di Padova furono le seguenti.

$x' = Ar'$. sen $(v' + 352^{\circ}.\ 36'.\ 6)$ essendo log. $A = 9.99460 +$
$y' = B.\ r'$ sen $(v' + 260.\ 49.\ 8)$ ..... log. $B = 9.99183 +$
$z' = C.\ r'$. sen $(v' + 300.\ 54.\ 7)$ ..... log. $C = 9.39422 +$

La Tavola III porge in egual modo le funzioni relative alla posizione eliocentrica di Saturno per ogni 8° di anomalia media della Cometa. Le formule adoperate per il calcolo delle coordinate di Saturno furono le seguenti.

$$r = A.\, r'.\, \text{sen}\,(v' + 70.^{\circ}\,56'.\,4) \ldots \text{essendo qui log. } A = 9.99503 +$$
$$y' = B.\, r'.\, \text{sen}\,(v' + 339.\,2.\,7) \ldots\ldots\ldots\ldots \log. B = 9.98995 +$$
$$z' = C.\, r'.\, \text{sen}\,(v' + 15.\,13.\,0) \ldots\ldots\ldots\ldots \log. C = 9.41568 +$$

ove le quantità v'. log. r' sono state desunte fino a tutto il 1843, come sopra, delle effemeridi di Berlino, e per il tempo rimanente dalle citate tavole di Bouvard.

La Tavola IV porge i logaritmi delle quantità ρ. D, E, G, H dipendenti dalle posizioni di Giove, e della Cometa per ogni $\frac{1}{4}$° di anomalia media; la tavola V porge le stesse quantità dipendentemente dalla posizione di Saturno calcolate di 8° in 8° di anomalia media.

Le Tavole VI. VII. danno i valori parziali delle variazioni dp. dq ... dipendenti dalle azioni di Giove, e di Saturno calcolati dietro le superiori equazioni, dai quali sono state dedotte le sopra riferite variazioni finali degli elementi ellitici del 1839.

Meritano una particolare avvertenza i valori di dg riferiti nell'ultima colonna delle due menzionate tavole, e procedenti apparentemente soltanto fino a 180° di anomalia media, sebbene in fatto abbraccino tutta la rivoluzione. Essi sono stati calcolati colla scorta della sopra riferita equazione (6) al modo seguente. Fingasi, che i valori di $d\pi$, e di dz corrispondenti alle anomalie medie z'. 360° $- z'$ siano rappresentati per $d\pi'$. $d\pi$: dz'. dz'': è palese che nella detta equazione (6) i coefficienti di $d\pi'$. $d\pi''$ divengono fra di loro uguali, mentre quelli di dz', dz'' cangiano di segno. Riunendo i due corrispondenti valori di dg, il calcolo di queste variazioni procederà semplicemente fino a 180° col mezzo della formula

$$dg = -P\,(d\pi' + d\pi'') - Q.\,(dz' - dz'')$$

i logaritmi di P e di Q dovendosi prendere dalla tavola I parte 2.ª

Per ultimo la tavola VIII contiene le posizioni geocentriche della Cometa calcolate in gradi, e minuti rapporto al piano dell'equatore mediante gli elementi ellittici ottenuti per il 1846, dal 23 Novembre 1845 fino al 6 Maggio 1846, per facilitarne la ricerca, e le osservazioni all'epoca di quel suo ritorno.

(*Letta li 20 Febbrajo 1842*)

TAVOLA I. *delle funzioni ellittiche relative all' orbita della Cometa:*

parte I.

Argomento, anomalia della Cometa $= z$.

an. media $= z$	Log t.	an. ecc. $= u$	an. vera $= v$	Log. r	Log. sen. u	Log. cos. u	Log. $\frac{\text{sen. } u}{r}$	Log. $\frac{\cos. u}{r}$
0°	$-\infty$	0° 0'.0	0° 0'.0	9.94365	$-\infty$	0.000000+	$-\infty$	0.05635+
4	1.43087	15 31.5	39.47.4	9.98913	9.42557+	9.98386	0.43884+	9.99453
8	1.73190	28 38.0	68 14.4	0.00833	9.68052	9.97335	9.60019	9.86362
12	1.90799	39 14.0	86 56.2	0.16941	9.80105	9.88906	9.63164	9.71065
16	2.03263	47 59.8	99.31.9	0.24880	9.87105	8.82554	9.62625	9.58574
20	2.12984	55.28.5	108.46.4	0.30712	9.91586	9.75341	9.60874	9.44629
24	2.20902	62. 1.7	115.51.8	0.35964	9.94665	9.67120	9.58645	9.31166
28	2.27597	67.53.6	121.32.5	0.40398	9.96684	9.57533	9.56286	9.17135
32	2.33596	73.13.6	126.45.2	0.44213	9.98112	9.46028	9.53864	9.01810
36	2.38511	78. 8.3	130.33.3	0.47546	9.99063	9.31292	9.51517	8.85746
40	2.43087	82 12.6	133 50.0	0.50483	9.99648	9.10341	9.49165	8.59861
44	2.47226	87. 0.0	136.52.1	0.53092	9.99950	8.71880+	9.48848	8.18788+
48	2.51005	91. 3.1	139.24.7	0.55430	9.99993	8.26382—	9.47563	7.70952—
52	2.54481	94 54.1	141.51.3	0.57538	9.99841	8.93169	9.42303	8.35631
56	2.57700	98 34.7	144 5.1	0.59450	9.99512	9.17366	9.40062	8.57916
60	2.60696	102. 6.1	146. 8.6	0.61190	9.99024	9.32155	9.37884	8.70965
64	2.63499	105.20.7	148. 1.9	0.62780	9.98302	9.42672	9.35612	8.79892
68	2.66132	108.46.2	149.48.0	0.64240	9.97627	9.50753	9.33387	8.86513
72	2.68614	111 56.4	151.27.6	0.65582	9.96735	9.57245	9.31153	8.91663
76	2.70962	115. 1.1	153. 1.2	0.66810	9.95721	9.62625	9.28911	8.95815
80	2.73190	118. 0.8	154 30.0	0.67964	9.94588	9.67180	9.26624	8.99216
84	2.75309	120 56.0	155 54.5	0.69020	9.93337	9.71100	9.24317	9.02080
88	2.77329	123.47.2	157.15.2	0.69998	9.91966	9.74516	9.21968	9.04518
92	2.79260	126.34.7	158.32.2	0.70908	9.90474	9.77520	9.19546	9.06612
96	2.81108	129.18.8	159.46.2	0.71742	9.88857	9.80179	9.17115	9.08432
100	2.82881	131.59.4	160.57.6	0.72526	9.87108	9.82550	9.14582	9.10024
104	2.84584	134 38.3	162. 6.5	0.73248	9.85221	9.84673	9.11953	9.11429
108	2.86223	137.14.2	163.13.3	0.73916	9.83186	9.86579	9.09270	9.12663
112	2.87803	139.47.7	164 18.1	0.74534	9.80992	9.88295	9.06474	9.13761
116	2.89327	142 19.2	165.21.2	0.75104	9.78622	9.89842	9.03518	9.14738
120	2.90799	144 48.8	166.22.7	0.75632	9.76061	9.91237	9.00329	9.15605
124	2.92223	147 16.5	167 22.8	0.76114	9.73288	9.92494	8.97174	9.16380
128	2.93602	149 42.9	168 21.6	0.76554	9.70269	9.93628	8.93715	9.17074
132	2.94938	152. 7.7	169.19.3	0.76960	9.66976	9.94649	8.90016	9.17689
136	2.96235	154 31.3	170.16.0	0.77336	9.63362	9.95547	8.86036	9.18231
140	2.97494	156.53.8	171.11.7	0.77656	9.59372	9.96370	8.81716	9.18743
144	2.98717	159 15.2	172 6.7	0.77950	9.54926	9.97088	8.76979	9.19138
148	2.99907	161.35.7	173 1.0	0.78217	9.49932	9.97720	8.71718	9.19556
152	3.01067	163 55.4	173 54.6	0.78462	9.44256	9.98288	8.65794	9.19826
156	3.02193	166.14.5	174 47.8	0.78638	9.37626	9.98735	8.58988	9.20097
160	3.03293	168.33.9	175 40.5	0.78892	9.29785	9.99127	8.50883	9.20325
164	3.04365	170.50.9	176 32.8	0.79038	9.20153	9.99411	8.41215	9.20506
168	3.05412	173 8.5	177 25.1	0.79182	9.07766	9.99688	8.28863	9.20646
172	3.06434	175.25.8	178.14.3	0.79118	8.90134	9.99862	8.11113	9.20714
176	3.07432	177 43.	179 8.2	0.79160	8.60048	9.99966	7.81888+	9.20806
180	3.08408	180 0.0	180 0.0	0.79176	$-\infty$	0.00000—	$-\infty$	9.20824—

TAVOLA I. *delle funzioni ellittiche relative all' orbita della Cometa ;*

parte 2.ª

Argomento, anomalia della Cometa $= z$.

TAVOLA I. *parte 3.ª di supplemento alla prec. che dà i valori di Log. t. da 180° fino 360°.*

an. med. $= z$	x	y	Log. x	Log. y	Log. $\frac{x}{r}$ $=$ Log. cos. v	Log. $\frac{y}{r}$ $=$ Log. sen. v	Log. P	Log. Q
0°	+0,8783	+0,0000	9,943654	− ∞	0,00000 +	− ∞	8,796614	− ∞
4	0,7491	0,6241	9,874726	9,795294	9,885596	9,806164	9,962214	9,961184
8	0,4660	1,1175	9,668238	0,048234	9,569635	9,967904	9,924614	9,956814
12	+0,0815	1,4548	8,911264	0,168754	8,571874	9,999344	9,942774	9,991704
16	−0,2910	1,7329	9,463844	0,238764	9,219044	9,999964	9,957554	0,021274
20	0,6526	1,9203	9,814674	0,283384	9,597554	9,976264	9,969194	0,100414
24	0,9985	2,0595	9,999334	0,313764	9,863734	9,955164	9,980154	0,161214
28	1,3261	2,1665	0,122584	0,334554	9,971864	9,934574	6,891914	0,209094
32	1,6363	2,2527	0,213864	0,348834	9,997684	9,909664	9,968314	0,247534
36	1,9295	2,2849	0,285444	0,358504	9,889984	9,882844	0,034874	0,278724
40	2,2079	2,3131	0,343674	0,364194	9,859364	9,859364	0,094614	0,304194
44	2,4713	2,3287	0,392934	0,367114	9,862044	9,836194	0,147754	0,325494
48	2,7213	2,3315	0,434784	0,367634	9,886484	9,815334	0,192554	0,341644
52	2,9584	2,3234	0,471054	0,366124	9,895674	9,795674	0,234714	0,354994
56	3,1837	2,3059	0,502934	0,362834	9,908434	9,776834	0,272054	0,365334
60	3,3974	2,2804	0,531154	0,357964	9,919254	9,758464	0,305754	0,373054
64	3,6006	2,2471	0,556374	0,351634	9,928574	9,740384	0,336554	0,378344
68	3,7936	2,2080	0,579054	0,343994	9,936654	9,722594	0,364754	0,381434
72	3,9769	2,1629	0,599554	0,335044	9,943734	9,705224	0,390754	0,382624
76	4,1501	2,1128	0,618064	0,324854	9,949964	9,688154	0,414754	0,381564
80	4,3165	2,0588	0,635134	0,313624	9,955454	9,671234	0,437234	0,378654
84	4,4732	2,0002	0,650624	0,301074	9,960424	9,654874	0,458754	0,374384
88	4,6219	1,9377	0,664824	0,287314	9,964844	9,638334	0,479134	0,368204
92	4,7629	1,8726	0,677874	0,272454	9,968794	9,621874	0,498304	0,360264
96	4,8952	1,8040	0,689774	0,256234	9,972354	9,605334	0,516134	0,350794
100	5,0215	1,7330	0,700834	0,239794	9,975574	9,588774	0,533444	0,339984
104	5,1399	1,6593	0,711254	0,223024	9,978474	9,572134	0,550134	0,328254
108	5,2514	1,5836	0,720274	0,205964	9,981114	9,555114	0,566274	0,315684
112	5,3551	1,5055	0,728834	0,187674	9,983494	9,537774	0,581774	0,302374
116	5,4537	1,4253	0,737094	0,168914	9,985664	9,520284	0,596774	0,288434
120	5,5454	1,3433	0,744934	0,149334	9,987614	9,502434	0,611274	0,273774
124	5,6304	1,2600	0,752524	0,128564	9,989384	9,484234	0,625274	0,258434
128	5,7085	1,1759	0,759624	0,107384	9,990984	9,465774	0,638774	0,242514
132	5,7811	1,0901	0,766204	0,085764	9,992414	9,446984	0,651774	0,225984
136	5,8474	1,0038	0,772304	0,063744	9,993704	9,427934	0,664274	0,208914
140	5,9074	0,9159	0,777844	0,041284	9,994844	9,408524	0,676274	0,191324
144	5,9617	0,8266	0,782934	0,018464	9,995844	9,388774	0,687774	0,173214
148	6,0103	0,7362	0,787514	9,995204	9,996714	9,368684	0,698774	0,154614
152	6,0534	0,6448	0,791634	9,971704	9,997444	9,348234	0,709274	0,135524
156	6,0895	0,5526	0,795194	9,948104	9,998044	9,327434	0,719274	0,115934
160	6,1206	0,4629	0,798294	9,924304	9,998514	9,306284	0,728774	0,095864
164	6,1466	0,3709	0,800894	9,900234	9,998864	9,284774	0,737774	0,075304
168	6,1656	0,2780	0,802994	9,875894	9,999094	9,262904	0,746274	0,054254
172	6,1797	0,1841	0,804594	9,851284	9,999214	9,240664	0,754274	0,032714
176	6,1879	0,0892	0,805654	9,826364	9,999254	9,218044	0,761774	0,010684
180	−6,1910	+0,0000	0,806174	− ∞	0,000004 −	− ∞	8,766714	− ∞

an. media $= z$	Log. t.
180°	3,084408
184	3,093362
188	3,102298
192	3,111210
196	3,120107
200	3,129084
204	3,138144
208	3,147287
212	3,156514
216	3,165826
220	3,175224
224	3,184707
228	3,194274
232	3,203926
236	3,213662
240	3,223482
244	3,233386
248	3,243374
252	3,253444
256	3,263595
260	3,273828
264	3,284142
268	3,294535
272	3,305006
276	3,315552
280	3,326167
284	3,336843
288	3,347564
292	3,358302
296	3,369010
300	3,379514
304	3,389608
308	3,399037
312	3,407252
316	3,413931
320	3,419306
324	3,423655
328	3,427169
332	3,429995
336	3,432315
340	3,434229
344	3,435877
348	3,437339
352	3,437535
356	3,438026
360	3,438511

TAVOLA II. *che contiene i valori delle funzioni dipendenti dalla posizione di Giove nella sua orbita.*

Argomento, anomalia media della Cometa.

an. media = z	v	Log. r	Log. ε	Log. y'	Log. z'	r	y'	z'
0°	190°.24.2	0.73646	9.45178−	0.72819+	0.06643+	−0.2830	+5.3480	+1.0149
4	192.26.6	0.73628	9.65577	0.72740	9.99210	0.4760	5.3382	0.9820
8	194.29.1	0.73611	9.82243	0.72607	9.95679	0.6644	5.3220	0.9380
12	196.31.7	0.73589	9.93139	0.72413	9.96029	0.8539	5.2982	0.9137
16	198.34.5	0.73564	0.01799	0.72159	9.94252	1.0423	5.2674	0.8560
20	200.37.4	0.73537	0.08965	0.71846	9.92340	1.2293	5.2295	0.8383
24	202.40.4	0.73507	0.15060	0.71472	9.90280	1.4145	5.1847	0.7995
28	204.43.7	0.73475	0.20358	0.71037	9.88055	1.5980	5.1330	0.7595
32	206.47.1	0.73437	0.25021	0.70534	9.85646	1.7791	5.0739	0.7185
36	208.50.7	0.73402	0.29183	0.69973	9.83039	1.9581	5.0088	0.6767
40	210.54.5	0.73362	0.32924	0.69341	9.80200	2.1342	4.9364	0.6339
44	212.58.6	0.73319	0.36315	0.68640	9.77098	2.3075	4.8573	0.5902
48	215. 3.0	0.73274	0.39406	0.67867	9.73692	2.4777	4.7717	0.5457
52	217. 7.6	0.73226	0.42235	0.67020	9.69934	2.6445	4.6795	0.5004
56	219.12.5	0.73176	0.44836	0.66095	9.65752	2.8078	4.5809	0.4543
60	221.17.7	0.73124	0.47233	0.65090	9.61059	2.9671	4.4761	0.4079
64	223.23.2	0.73070	0.49450	0.64001	9.55732	3.1225	4.3653	0.3608
68	225.29.0	0.73013	0.51498	0.62818	9.49584	3.2732	4.2480	0.3132
72	227.35.2	0.72954	0.53398	0.61542	9.42378	3.4196	4.1230	0.2651
76	229.41.6	0.72893	0.55158	0.60166	9.33598	3.5611	3.9903	0.2168
80	231.48.5	0.72830	0.56793	0.58680	9.22534	3.6977	3.8619	0.1680
84	233.55.7	0.72766	0.58310	0.57080	9.07582	3.8291	3.7222	0.1191
88	236. 3.4	0.72699	0.59716	0.55352	8.84756	3.9551	3.5770	0.0701
92	238.11.4	0.72632	0.61019	0.53492	8.31583+	4.0756	3.4271	+0.0207
96	240.19.8	0.72561	0.62222	0.51481	8.45567−	4.1901	3.2720	−0.0286
100	242.28.6	0.72490	0.63333	0.49309	8.80073	4.2986	3.1124	0.0778
104	244.37.9	0.72417	0.64354	0.46955	9.10336	4.4009	2.9481	0.1269
108	246.47.6	0.72343	0.65292	0.44401	9.24499	4.4970	2.7798	0.1758
112	248.57.8	0.72268	0.66148	0.41618	9.35116	4.5865	2.6072	0.2245
116	251. 8.5	0.72190	0.66924	0.38574	9.43590	4.6692	2.4308	0.2728
120	253.19.5	0.72113	0.67623	0.35238	9.50616	4.7449	2.2510	0.3208
124	255.30.9	0.72034	0.68248	0.31556	9.56602	4.8137	2.0680	0.3681
128	257.43.0	0.71954	0.68802	0.27454	9.61814	4.8755	1.8817	0.4151
132	259.55.5	0.71874	0.69284	0.22855	9.66505	4.9299	1.6927	0.4614
136	262. 8.6	0.71792	0.69696	0.17635	9.70540	4.9769	1.5009	0.5070
140	264.22.0	0.71711	0.70039	0.11634	9.74157	5.0164	1.3072	0.5514
144	266.36.1	0.71628	0.70313	0.04578	9.77510	5.0481	1.1111	0.5958
148	268.50.6	0.71546	0.70521	9.96077	9.80345	5.0724	0.9136	0.6389
152	271. 5.6	0.71463	0.70660	9.85411	9.83312	5.0886	0.7147	0.6810
156	273.21.3	0.71381	0.70733	9.71133	9.85857	5.0972	0.5143	0.7220
160	275.37.2	0.71299	0.70738	9.49665	9.88102	5.0978	0.3138	0.7619
164	277.53.7	0.71216	0.70674	9.05133+	9.90354	5.0902	+0.1125	0.8008
168	280.10.7	0.71134	0.70543	8.91862−	9.92329	5.0749	−0.0888	0.8381
172	282.28.0	0.71054	0.70343	9.36208	9.94160	5.0515	0.2898	0.8742
176	284.46.5	0.70972	0.70070	9.69131	9.95857	5.0206	0.4913	0.9090
180	287. 5.2	0.70892	0.69727−	9.83979−	9.97420−	−4.9824	−0.6917	−0.9425

Continuazione della Tavola II.

an. media $= z$	v	Log. r	Log. x'	Log. y'	Log. z	x	y	z
180°	287°5.2	0.70892	0.69727—	9.83079—	9.97420—	—4.9804	—0.6915	—0.9423
184	289.24.3	0.70814	0.69312	9.94962	9.98862	4.9331	0.8965	0.9741
188	291 44.0	0.70735	0.68820	0.03668	0.00188	4.8755	1.0881	1.0044
192	294 7 2	0.70659	0.68252	0.10858	0.01408	4.8141	1.2849	1.0330
196	296.24.8	0.70583	0.67664	0.16959	0.02523	4.7429	1.4777	1.0598
200	298 45.9	0.70508	0.66853	0.22243	0.03541	4.6636	1.6689	1.0850
204	301. 7 5	0.70436	0.66050	0.26892	0.04466	4.5761	1.8574	1.1083
208	303.29.5	0.70366	0.65155	0.31023	0.05302	4.4828	2.0428	1.1298
212	305 52.0	0.70296	0.64146	0.34729	0.06049	4.3799	2.2248	1.1494
216	308 15.0	0.70229	0.63059	0.38075	0.06713	4.2716	2.4030	1.1672
220	310 38 4	0.70164	0.61859	0.41118	0.07294	4.1552	2.5776	1.1829
224	313 2.2	0.70101	0.60549	0.43890	0.07796	4.0318	2.7473	1.1966
228	315 26.4	0.70041	0.59125	0.46426	0.08219	3.9016	2.9125	1.2083
232	317.51.0	0.69984	0.57574	0.48753	0.08565	3.7648	3.0728	1.2180
236	320.16.0	0.69929	0.55889	0.50890	0.08834	3.6215	3.2282	1.2256
240	322 41.3	0.69876	0.54057	0.52855	0.09026	3.4719	3.3772	1.2310
244	325. 6.4	0.69829	0.52077	0.54669	0.09146	3.3172	3.5204	1.2344
248	327 32.4	0.69781	0.49912	0.56322	0.09185	3.1559	3.6578	1.2356
252	329 58.7	0.69738	0.47555	0.57853	0.09155	2.9891	3.7891	1.2347
256	332.25.3	0.69699	0.44984	0.59260	0.09047	2.8173	3.9138	1.2316
260	334 52.1	0.69661	0.42168	0.60546	0.08861	2.6405	4.0315	1.2263
264	337.19.3	0.69627	0.39073	0.61724	0.08599	2.4588	4.1423	1.2190
268	339.46.8	0.69596	0.35656	0.62796	0.08258	2.2728	4.2458	1.2094
272	342.14.8	0.69569	0.31856	0.63770	0.07835	2.0822	4.3421	1.1977
276	344 42.1	0.69544	0.27631	0.64649	0.07333	1.8893	4.4300	1.1839
280	347 10.0	0.69525	0.22853	0.65424	0.06758	1.6925	4.5108	1.1681
284	349.38.2	0.69507	0.17386	0.66116	0.06074	1.4923	4.5831	1.1501
288	352. 6.4	0.69494	0.11047	0.66722	0.05313	1.2897	4.6475	1.1301
292	354 34.2	0.69485	0.03553	0.67242	0.04462	1.0852	4.7035	1.1082
296	357. 2.5	0.69479	9.94377	0.67682	0.03514	0.8786	4.7513	1.0843
300	359 30.5	0.69477	9.82696	0.68039	0.02470	0.6714	4.7905	1.0585
304	1.58.7	0.69479	9.69035	0.68319	0.01314	0.4613	4.8215	1.0307
308	4.26.8	0.69484	9.30907	0.68520	0.00051	0.2512	4.8440	1.0012
312	6.55.1	0.69494	8.60191—	0.68644	9.98670	—0.0403	4.8578	0.9698
316	9 23.6	0.69507	9.23104+	0.68699	9.97166	+0.1702	4.8630	0.9370
320	11.51.0	0.69523	9.58060	0.68658	9.95526	0.3807	4.8593	0.9021
324	14 18.8	0.69543	9.77117	0.68551	9.93743	0.5904	4.8474	0.8658
328	16.46.7	0.69567	9.90279	0.68366	9.91799	0.7994	4.8268	0.8279
332	19 14 0	0.69593	0.00279	0.68102	9.89689	1.0064	4.7976	0.7887
336	21 41.3	0.69624	0.08349	0.67762	9.87392	1.2120	4.7601	0.7480
340	24 8 4	0.69658	0.15087	0.67341	9.84883	1.4154	4.7142	0.7060
344	26 35.6	0.69695	0.21864	0.66838	9.82133	1.6167	4.6599	0.6627
348	29 2 1	0.69735	0.25880	0.66253	9.79124	1.8147	4.5976	0.6184
352	31.28.4	0.69779	0.30312	0.65585	9.75809	2.0095	4.5274	0.5729
356	33.54.4	0.69825	0.34263	0.64828	9.72136	2.2011	4.4492	0.5264
360	36.20.0	0.69875	0.37815+	0.63983—	9.68045—	—2.3886	—4.3634	—0.4791

TAVOLA III. *che contiene i valori delle funzioni dipendenti dalla posizione eliocentrica di Saturno.*

Argomento, anomalia media della Cometa.

an. media = z	r	Log. r'	Log. x'	Log. y'	Log. z'	x'	y'	z'
0°	158°47.7	1.00129	0.87890−	0.81795+	9.43536+	−7.5666	+6.5762	+2.2725
8	160.25.6	1.00156	0.88435	0.86430	9.31413	7.7508	6.3723	0.2161
16	162. 3.4	1.00182	0.89020	0.78668	9.09485	7.9287	6.1614	0.1244
24	163.41.2	1.00206	0.89847	0.76405	8.70098+	8.0097	5.8083	+0.0592
32	165.18.9	1.00229	0.91721	0.75768	8.38317−	8.2644	5.7238	−0.0242
40	166.56.4	1.00248	0.92538	0.74016	8.99371	8.4213	5.4174	0.0986
48	168.33.8	1.00266	0.93364	0.72154	9.23749	8.5742	5.2668	0.1724
56	170.11.3	1.00282	0.94023	0.70165	9.39253	8.7142	5.0310	0.2463
64	171.48.7	1.00295	0.94692	0.68043	9.50627	8.8496	4.7910	0.3208
72	173.25.6	1.00306	0.95311	0.65783	9.59565	8.9766	4.5481	0.3961
80	175. 3.1	1.00316	0.95891	0.63344	9.66989	9.0972	4.2997	0.4656
88	176.40.3	1.00324	0.96425	0.60730	9.73280	9.2098	4.0485	0.5405
96	178.17.4	1.00329	0.96916	0.57909	9.78737	9.3145	3.7939	0.6129
104	179.54.6	1.00332	0.97365	0.54849	9.83556	9.4112	3.5358	0.6858
112	181.31.9	1.00332	0.97772	0.51512	9.87865	9.5000	3.2743	0.7563
120	183 8.9	1.00332	0.98140	0.47864	9.91740	9.5808	3.0105	0.8211
128	184.46.0	1.00328	0.98467	0.43852	9.95266	9.6532	2.7449	0.8867
136	186.23.2	1.00322	0.98756	0.39377	9.98445	9.7176	2.4761	0.9509
144	188. 0.4	1.00314	0.99006	0.34348	0.01467	9.7738	2.2053	1.0144
152	189.37.6	1.00304	0.99218	0.28620	0.04211	9.8215	1.9329	1.1018
160	191.15.0	1.00292	0.99392	0.21966	0.06762	9.8610	1.6583	1.1685
168	192.52.3	1.00277	0.99528	0.14675	0.09132	9.8920	1.3828	1.2340
176	194.29.7	1.00261	0.99628	0.06375	0.11345	9.9148	1.1060	1.2985
184	196. 7.9	1.00243	0.99691	9.99709	0.13431	9.9290	0.8262	1.3624
192	197.44.8	1.00222	0.99716	9.74010	0.15358	9.9348	0.5417	1.4242
200	199.22.7	1.00198	0.99702	9.43148+	0.17185	9.9316	+0.2501	1.4854
208	201. 0.3	1.00174	0.99654	7.93254−	0.18894	9.9206	−0.0086	1.5450
216	202.38.2	1.00147	0.99567	9.45858	0.20506	9.9008	0.2877	1.6035
224	204.16.2	1.00119	0.99444	9.75326	0.22026	9.8728	0.5666	1.6606
232	205.54.3	1.00087	0.99281	9.92676	0.23455	9.8358	0.8448	1.7161
240	207.32.6	1.00054	0.99081	0.05109	0.24804	9.7906	1.1225	1.7703
248	209. 9.5	1.00017	0.98844	0.14450	0.26055	9.7372	1.3918	1.8231
256	210.48.0	0.99983	0.98570	0.22253	0.27257	9.6760	1.6510	1.8751
264	212.26.7	0.99947	0.98256	0.28870	0.28390	9.6065	1.9085	1.9227
272	214. 5.6	0.99909	0.97902	0.34362	0.29456	9.5284	2.1662	1.9764
280	215.44.7	0.99869	0.97506	0.39065	0.30464	9.4420	2.4168	2.0167
288	217.23.9	0.99827	0.97069	0.43011	0.31408	9.3471	2.6550	2.0611
296	219. 3.3	0.99783	0.96588	0.48209	0.32296	9.2444	3.0005	2.1036
304	220.43.0	0.99739	0.96065	0.50491	0.33150	9.1348	3.2815	2.1441
312	222.22.8	0.99692	0.95496	0.55550	0.33909	9.0118	3.6265	2.1832
320	224. 2.9	0.99643	0.94880	0.57992	0.34637	8.8889	3.8.12	2.2201
328	225.43.2	0.99592	0.94215	0.60798	0.35315	8.7528	4.0550	2.2550
336	227.23.8	0.99540	0.93502	0.63899	0.35946	8.6104	4.3052	2.2857
344	229. 4.5	0.99485	0.92737	0.67812	0.36526	8.4600	4.5511	2.3088
352	230.45.6	0.99429	0.91917	0.68.64	0.37062	8.3018	4.7913	2.3316
360	232.26.9	0.99372	0.91044−	0.70168	0.37553−	−8.1366	−5.0253	−2.3540

TAVOLA IV. *contenente i logaritmi delle funzioni* ρ, D, F, G, H *per il calcolo delle variazioni dipendenti dalla azione di Giove.*

Argomento, anomalia media della Cometa = *z*.

anom. media = *z*	Log. ρ	Log. *D*	Log. *F*	Log. *G*	Log *H*
0	0.75412	6.85065+	7.57874−	7.84874+	7.57898+
4	0.69621	7.29491−	7.93887+	7.84813	7.73528−
8	0.64814	7.71198	8.12529	7.92856	8.16859
12	0.60644	7.95231	8.01111+	7.94876	8.39995
16	0.57033	8.12202	7.81408−	7.91084	8.55692
20	0.53934	8.25236	7.66731	7.79588	8.67403
24	0.51223	8.35845	8.35364	7.51468+	8.76714
28	0.48855	8.44685	8.56844	6.81690−	8.84330
32	0.46748	8.52273	8.71704	7.53973	8.90681
36	0.44806	8.58887	8.82908	8.04167	8.96135
40	0.43133	8.64857	8.92122	8.23512	9.00958
44	0.41526	8.70301	8.99366	8.34794	9.05269
48	0.40007	8.75381	9.05737	8.49219	9.09223
52	0.38544	8.80219	9.11327	8.58783	9.12918
56	0.37111	8.84913	9.16367	8.67084	9.16444
60	0.35691	8.89523	9.20978	8.74174	9.19852
64	0.34267	8.94116	9.25292	8.81217	9.23182
68	0.32807	8.98789	9.29427	8.87553	9.26517
72	0.31318	9.03527	9.33499	8.93553	9.29840
76	0.29783	9.08383	9.37526	8.99315	9.33185
80	0.28188	9.13402	9.41136	9.05095	9.36555
84	0.26537	9.18569	9.44923	9.10765	9.39959
88	0.24824	9.23908	9.49094	9.16465	9.43377
92	0.23039	9.29447	9.52443	9.22256	9.46811
96	0.21188	9.35166	9.56146	9.28115	9.50230
100	0.19292	9.41069	9.59756	9.34132	9.53533
104	0.17349	9.46974	9.63217	9.40228	9.56698
108	0.15384	9.52990	9.66443	9.46395	9.59668
112	0.13416	9.59000	9.69145	9.52555	9.62157
116	0.11535	9.64733	9.71595	9.58602	9.64013
120	0.09763	9.70122	9.73867	9.64384	9.65029
124	0.08141	9.75028	9.73560	9.69744	9.64930
128	0.06747	9.79256	9.72690	9.74549	9.63327
132	0.05706	9.82431	9.69927	9.78413	9.59604
136	0.05065	9.84370	9.64836	9.81187	9.53196
140	0.04871	9.84955	9.56970	9.82726	9.43180
144	0.05206	9.83938	9.44987	9.82832	9.28126
148	0.06024	9.81455	9.27719	9.81623	9.04332
152	0.07283	9.77633	9.00899	9.79206	8.56265−
156	0.08614	9.72675	8.42612−	9.75805	8.40535+
160	0.10859	9.66750	8.52192+	9.71699	8.86153
164	0.13036	9.60165	8.88947	9.66858	9.02471
168	0.15338	9.53046	9.03202	9.61840	9.10206
172	0.17776	9.45563	9.10344	9.56556	9.14120
176	0.20172	9.38164	9.13510	9.51478	9.15654
180	0.22663	9.30617	9.14597+	9.46426−	9.14598+

Continuazione della Tavola IV.

anom. media — z	Log. C	Log. D	Log. F	Log. G	Log. H
180	0.00000	9.56617−	9.14597+	9.46426−	9.14598+
184	0.24978	9.23195	9.14564	9.41584	9.13135
188	0.27571	9.15975	9.13178	9.35066	9.10820
192	0.29984	9.08125	9.11097	9.32562	9.08131
196	0.31759	9.01645	9.09177	9.28468	9.06969
200	0.33854	8.94841	9.06651	9.24630	9.01511
204	0.35866	8.88218	9.03898	9.21037	8.97795
208	0.37770	8.81856	9.01051	9.17693	8.93957
212	0.39606	8.75633	7.98453	9.14554	8.89853
216	0.41420	8.69765	8.95090	9.11638	8.85558
220	0.43259	8.63929	8.92044	9.08904	8.81439
224	0.44720	8.58286	8.88947	9.06303	8.76979
228	0.47090	8.52892	8.85914	9.03866	8.72390
232	0.48351	8.47669	8.82885	9.01554	8.67676
236	0.48212	8.42341	8.79602	8.99205	8.62698
240	0.49896	8.37731	8.76908	8.97247	8.57663
244	0.51012	8.33143	8.74092	8.95261	8.52473
248	0.52061	8.28713	8.71324	8.93332	8.46929
252	0.53049	8.24578	8.68538	8.91451	8.41259
256	0.53949	8.20363	8.65925	8.89631	8.35278
260	0.54769	8.16483	8.63458	8.87870	8.28544
264	0.55512	8.12902	8.61140	8.86146	8.22152
268	0.56186	8.09545	8.58965	8.84464	8.15448
272	0.56782	8.06486	8.56991	8.82809	8.08138
276	0.57259	8.03858	8.55351	8.81229	8.00681
280	0.57768	8.01534	8.54051	8.79667	7.92959
284	0.58052	7.99622	8.52851	8.78143	7.85276
288	0.58324	7.98085	8.52075	8.76660	7.77090
292	0.58499	7.97078	8.51722	8.75241	7.72154
296	0.58593	7.96520	8.51733	8.73856	7.66565
300	0.58568	7.96669	8.52543	8.72613	7.65038
304	0.58415	7.96972	8.53015	8.71271	7.65062
308	0.58342	7.97957	8.54238	8.70054	7.69223
312	0.58183	7.99420	8.55803	8.68827	7.75961
316	0.57734	8.01352	8.57652	8.67724	7.81749
320	0.57303	8.03684	8.59682	8.66566	7.91088
324	0.56866	8.06309	8.61703	8.65287	8.08422
328	0.56271	8.09064	8.63447	8.63752	8.13637
332	0.55525	8.11807	8.64537	8.61747	8.22040
336	0.55258	8.14112	8.64159	8.58807	8.31555
340	0.54486	8.15159	8.61039	8.54197	8.38501
344	0.53697	8.14999	8.52401	8.46697	8.45693
348	0.55927	8.11088	8.30186	8.33675	8.47298
352	0.57920	8.00997	7.28445+	8.09356	8.41293
356	0.61543	7.79285	8.09600−	7.47502−	8.27258
360	0.66653	7.29745−	7.93728−	7.06057+	7.93728+

TAVOLA V. *contenente i logaritmi delle funzioni* ρ, D, F, G, H *inservienti al calcolo delle variazioni dipendenti dall'azione di Saturno.*

Argomento, anomalia media della Cometa = z.

anom. media = z	Log. ρ	Log. *D*	Log. *F*	Log. *G*	Log. *H*
0°	1,02966	6,240647+	7,06444—	6,79273—	7,06443+
8	0,98859	5,97033—	6,95082+	7,08159+	6,68865+
16	0,94594	6,66764	7,50007	7,51394	6,74280—
24	0,90172	6,97562	7,65289	7,75808	7,18007
32	0,85756	7,14434	7,66654	7,88257	7,42650
40	0,84401	7,20998	7,65199	7,99883	7,59655
48	0,81607	7,41181	7,60962	8,09436	7,72322
56	0,79031	7,31534	7,53117	7,17594	7,82461
64	0,76655	7,60596	7,39897	8,24694	7,90664
72	0,74457	7,68656	7,23598	8,30965	7,97947
80	0,72433	7,75859	6,30975+	8,36548	8,03502
88	0,70578	7,82312	7,06030—	8,41514	8,08463
96	0,68888	7,88080	7,41117	8,45939	8,12580
104	0,67351	7,93252	7,60790	8,49893	8,15965
112	0,65987	7,97787	7,78012	8,53347	8,18577
120	0,64765	8,01814	7,84385	8,56406	8,20603
128	0,63739	8,05168	7,92138	8,58942	8,21810
136	0,62862	8,07949	7,98125	8,61101	8,22370
144	0,62157	8,10300	8,02888	8,62829	8,22209
152	0,61615	8,12046	8,06496	8,64152	8,21359
160	0,61245	8,13235	8,09116	8,65073	8,19753
168	0,61044	8,13858	8,10997	8,65558	8,17420
176	0,61008	8,13989	8,12056	8,65664	8,14257
184	0,61134	8,13582	8,12499	8,65389	8,10247
192	0,61420	8,12657	8,12510	8,64712	8,05504
200	0,61861	8,11229	8,12016	8,63667	7,99779
208	0,62462	8,09280	8,11148	8,62232	7,93083
216	0,63215	8,06828	8,09920	8,60420	7,85231
224	0,64111	8,03898	8,08458	8,58246	7,76106
232	0,65148	8,00484	8,06819	8,55705	7,65485
240	0,66221	7,96625	8,05373	8,53181	7,53089
248	0,67642	7,92167	8,03301	8,49470	7,38525
256	0,69087	7,87269	8,01361	8,45772	7,19997
264	0,70676	7,81804	7,99222	8,41621	6,93759
272	0,72385	7,75819	7,97313	8,37044	6,54903—
280	0,74228	7,69217	7,95098	8,31950	5,46758+
288	0,76214	7,61900	7,92984	8,26275	6,43730
296	0,78337	7,53790	7,90562	8,19919	6,58833
304	0,80618	7,44662	7,87767	8,12704	6,58813
312	0,83162	7,33823	7,85115	8,03864	6,61274
320	0,85703	7,22006	7,80037	7,94572	5,99613+
328	0,88561	7,07011	7,73877	7,82479	6,18979—
336	0,91695	6,87070	7,63831	7,66479	6,66068
344	0,95150	6,55845	7,43867	7,42382	6,88997
352	0,99010	6,48513—	7,46227—	6,86705+	7,02148
360	1,02503	6,30776+	7,00944+	6,26087—	7,00943—

TAVOLA VI. *contenente i valori delle variazioni degli elementi dell'orbita della Cometa dipendenti da Giove, calcolate di 4° in 4° di anomalia media = z.*

an. media = z	$d p$	$d q$	$d \varsigma$	$d \varpi$	$d n$	$t \; d n$	$d \varepsilon$
0	+0,0000	−0,0465	−1,6345	+1,0628	+0,013412	+0,000	−0,000
4	0,0889	+0,0167	+2,3658	1,5918	−0,027594	−0,696	2,465
8	0,1014	0,1062	1,5371	2,7361	0,040184	2,659	5,009
12	0,0870	+0,1490	5,6712	2,8188	0,038817	4,759	5,585
16	1,4786	−0,2483	5,9402	+0,8766	0,038944	6,873	3,613
20	2,1166	0,7193	7,1949	−0,8528	0,032921	7,136	2,472
24	2,7642	1,3401	8,2164	4,0576	0,041072	6,986	−0,017
28	3,3765	2,0725	9,5670	7,9260	0,050993	5,851	+2,753
32	3,9317	2,8815	11,2582	12,2158	0,057182	3,757	5,899
36	4,4068	3,7262	13,3117	16,7243	−0,062574	−0,625	9,065
40	4,8010	4,5824	15,7172	21,4684	+0,012494	+3,639	13,468
44	5,1022	5,4145	18,4275	26,3534	0,027057	8,109	17,614
48	5,3080	6,1955	21,5068	30,7156	0,042763	13,850	22,378
52	5,4100	6,9047	24,9941	35,1407	0,057765	20,252	27,236
56	5,4155	7,5187	28,7750	39,5998	0,072714	27,471	33,302
60	5,3747	8,0085	32,9171	44,5943	0,087637	35,452	39,507
64	5,2980	8,3447	37,4483	49,1592	0,102689	43,811	45,991
68	5,1963	8,4984	42,4471	53,8567	0,118165	54,176	56,071
72	4,5745	8,5412	47,9218	58,6625	0,134103	65,100	62,235
76	4,0853	8,0247	53,9729	63,5185	0,150723	77,252	71,207
80	3,4637	7,2618	60,5626	68,8569	0,168392	90,882	81,578
84	2,6862	6,0075	67,8402	74,3619	0,187350	106,107	93,184
88	1,7259	4,1212	76,5093	81,5526	0,207617	123,186	109,097
92	+0,5614	−1,4280	86,4853	86,4390	0,229579	142,707	122,159
96	−0,8513	+2,3100	93,9777	93,0850	0,253257	163,912	140,317
100	2,5758	7,3827	104,2556	100,1760	0,278712	185,917	161,305
104	4,5664	14,1450	114,9369	107,6334	0,305667	214,355	185,856
108	6,9357	23,0000	125,8014	115,3085	0,333611	242,922	215,444
112	9,6692	34,4000	136,1184	122,8851	0,361555	275,031	247,675
116	12,6950	48,2833	145,4557	130,5642	0,387177	302,814	280,758
120	15,9320	65,7450	152,9417	137,1871	0,412824	329,885	307,347
124	18,5682	84,8261	159,1970	142,4150	0,434720	352,375	334,681
128	22,2760	103,1375	162,6760	145,1523	0,454161	366,317	351,955
132	24,1200	127,918	163,5167	144,9615	0,471165	366,365	366,856
136	26,0460	152,1320	162,2534	141,0850	0,482170	356,153	376,311
140	26,2850	169,7500	158,1975	134,3935	0,486735	331,850	381,699
144	25,0050	180,4750	151,9501	124,1743	0,482888	293,888	373,826
148	22,5716	184,4250	143,7501	112,5510	0,471757	244,870	354,053
152	19,3240	181,0125	134,0569	99,7208	0,456583	187,318	329,391
156	15,6051	172,3710	+123,1851	85,6040	0,438243	125,125	298,589
160	12,0650	159,5125	−112,5263	70,5163	0,417435	70,543	263,884
164	8,7170	141,7333	102,3110	55,3746	+0,393879	+21,120	226,230
168	5,8122	120,0125	92,8230	39,9063	−0,368484	−28,230	187,067
172	3,4890	103,3750	83,9750	25,4265	0,342969	74,564	146,471
176	1,7010	90,6125	75,7410	12,1160	0,316998	112,083	111,302
180	−0,0000	+80,8834	−68,0034	−00,0000	−0,290275	−145,262	+078,900

Continuazione della **TAVOLA VI.** *contenente le variazioni degli elementi dipendenti dall' azione di Giove, di 4° in 4° gradi di anomalia media.*

an. media $= z$	$d p$	$d q$	$d \varphi$	$d \pi$	$d n$	$t \quad d n$
184°	+1".1396	+75".6280	−47".0593	−40".4876	−0".0755746	−93".968
188	2.0281	65.9420	43.1580	37.8104	0.0784180	99.480
192	2.5759	57.1320	42.8175	35.4075	0.0791522	102.941
196	3.0024	49.7544	40.1450	33.4796	0.0792256	104.737
200	3.2798	43.3680	37.3476	31.8263	0.0781195	105.445
204	3.4462	37.8433	34.5227	30.3748	0.0766608	105.370
208	3.5337	33.1215	31.8474	29.1015	0.0748411	104.955
212	3.5512	28.9927	29.2859	28.0020	0.0728660	104.143
216	3.5297	25.4750	26.6782	26.9015	0.0709841	103.376
220	3.4723	22.3970	24.3163	25.9370	0.0690996	102.495
224	3.3782	19.6640	22.0946	25.0175	0.0672275	101.610
228	3.2744	17.3652	20.0436	24.1699	0.0655663	100.847
232	3.1571	15.3260	18.1374	23.2642	0.0641076	100.228
236	3.0121	13.4533	16.2852	22.4955	0.0626493	99.438
240	2.9064	11.9699	14.7056	21.8579	0.0614704	99.360
244	2.7756	10.6210	13.2158	21.1810	0.0600367	99.312
248	2.6495	9.4274	11.8268	20.5244	0.0589495	99.332
252	2.5208	8.3592	10.5330	19.8722	0.0578610	99.583
256	2.3987	7.4303	9.3625	19.2462	0.0567501	99.250
260	2.2844	6.6165	8.2713	18.6978	0.0557563	100.610
264	2.1767	5.9066	7.3166	18.1592	0.0552968	101.581
268	2.0751	5.2789	6.4198	17.6507	0.0568174	102.660
272	1.9819	4.7270	5.6111	17.1661	0.0566706	103.990
276	1.9034	4.2569	4.8955	16.7513	0.0566796	105.693
280	1.8323	3.8416	4.2345	16.4206	0.0570097	107.375
284	1.7716	3.4800	3.6710	16.0848	0.0573861	109.885
288	1.7202	3.1630	3.1515	15.8175	0.0578871	109.848
292	1.6825	2.8907	2.7002	16.6226	0.0585951	115.361
296	1.6549	2.6501	2.5619	15.6522	0.0594431	118.632
300	1.6479	2.4496	1.9663	15.4601	0.0605891	122.554
304	1.6302	2.2599	1.6342	15.4190	0.0616381	126.132
308	1.6321	2.0782	1.3552	15.4822	0.0629151	130.656
312	1.6409	1.9153	1.0998	15.5998	0.0643241	135.141
316	1.6552	1.7566	0.8631	15.7553	0.0655508	139.574
320	1.6795	1.6045	0.6367	15.9491	0.0665539	143.230
324	1.6803	1.4208	0.6223	16.0165	0.0676722	145.753
328	1.6750	1.2276	0.2145	15.9516	0.0686078	146.133
332	1.6446	1.0571	0.0577	15.5839	0.0634491	142.127
336	1.5680	0.7602	0.0046	14.6654	0.0572256	129.710
340	1.4235	0.4838	0.1984	12.9102	0.0475345	104.407
344	1.1950	+0.2003	0.8528	10.0767	0.0260723	60.473
348	0.8658	−0.0479	2.2050	6.1615	−0.0000487	− 1.612
352	0.4818	0.1923	4.1482	−2.0780	+0.0353417	+ 83.816
356	0.1500	0.1801	5.2722	+0.3124	0.0535585	128.618
360	+0.0000	−0.0600	−2.9686	+0.6085	+0.0306064	+ 74.283

TAVOLA VII. *contenente le variazioni degli elementi dell' orbita della Cometa dipendenti dall' azione di Saturno, calcolata di 8° in 8° di anomalia media.*

Argomento, anomalia media $= z$.

an. media $= z$	dp	dq	$d\varphi$	$d\pi$	dn	$t\ dn$	dg
0°	+0,0000	−0,0018	−0,2376	−0,0558	+0,0259	−0,0000	+0,0085
8	0,0016	+0,0004	+0,0363	+0,0068	−0,0061	0,0153	−0,1771
16	0,0044	−0,0007	0,2525	0,0141	0,0430	0,1455	0,8259
24	+0,0073	−0,0021	0,3712	1,0566	0,0067[9]3	1,0902	2,0411
32	−0,0053	+0,0024	0,4688	1,2857	0,0079[3]8	1,7127	3,3980
40	0,0106	0,0187	0,5629	1,5037	0,0089[4]1	2,4548	5,2118
48	0,0457	0,0533	0,5339	1,6524	0,0095[7]2	3,1596	6,8198
56	0,0819	0,1131	0,6322	1,8066	0,0101[3]7	3,8275	8,8459
64	0,1279	0,2018	0,7577	1,9173	0,0103[3]2	4,4583	10,9894
72	0,1820	0,3346	0,9158	2,0151	0,0103[6]4	5,0905	13,2040
80	0,2426	0,5086	1,1067	2,3321	0,0119[6]9	5,8311	16,2574
88	0,3133	0,7474	1,3103	2,1091	0,0010[8]28	7,7215	17,7810
96	0,3892	1,0017	1,5360	2,3184	0,0094[0]4	5,8260	20,1210
104	0,4274	1,3238	1,7714	2,4138	0,0088[2]4	5,7505	23,1480
112	0,4753	1,6911	2,0430	2,5115	0,0075[3]4	5,4628	25,5280
120	0,5154	2,0859	2,2308	2,5178	0,0061[3]8	4,9661	28,1270
128	0,5218	2,5332	2,4310	2,9226	0,0049[1]2	4,2592	30,2040
136	0,5112	2,9802	2,6004	3,1108	0,0036[0]0	3,3410	32,2520
144	0,4758	3,4314	2,7325	3,3054	0,0022[2]6	2,1032	34,0000
152	0,4125	3,8668	2,8103	3,5012	−0,0008[1]5	−0,8552	35,7256
160	0,3223	4,2616	2,8531	3,6902	+0,0005[9]9	+0,6362	36,6380
168	0,2073	4,6014	2,8704	3,8506	0,0019[6]5	2,2597	37,4110
176	−0,0734	4,8719	2,7728	4,0050	0,0033[3]8	3,9519	−37,8020
184	+0,0763	5,0640	2,6622	4,1251	0,0047[0]9	5,7179	
192	0,2328	5,1655	2,5196	4,2079	0,0058[2]2	7,5107	
200	0,3912	5,1730	2,3415	4,2528	0,0068[8]1	9,2788	
208	0,5428	5,0857	1,8850	4,2573	0,0075[8]9	11,0245	
216	0,6810	4,9050	1,9330	4,2221	0,0085[2]5	12,6772	
224	0,8005	4,6667	1,7009	4,1512	0,0094[0]7	14,2073	
232	0,8966	4,3525	1,4079	4,0477	0,0100[1]7	15,6690	
240	0,9537	4,0082	1,2035	3,9492	0,0103[6]6	17,0074	
248	1,0062	3,5798	1,0029	3,7991	0,0104[5]7	18,3245	
256	1,0186	3,1551	0,9038	3,5782	0,0101[1]1	19,6057	
264	1,0023	2,7108	0,7257	3,3811	0,0094[6]8	19,7014	
272	0,9613	2,2929	0,5918	3,1756	0,0084[6]5	20,2000	
280	0,8979	1,8826	0,4268	2,9520	0,0074[8]9	20,4458	
288	0,8146	1,4958	0,2957	2,7362	0,0065[0]4	20,4467	
296	0,7166	1,1483	0,1865	2,5298	0,0056[5]8	20,3098	
304	0,6075	0,8407	+0,0756	2,3221	0,0047[5]1	19,8228	
312	0,4873	0,5687	−0,0322	1,9051	0,0038[5]4	18,9362	
320	0,3545	0,3571	0,1836	1,6476	0,0027[5]6	16,6461	
328	0,2063	0,1961	0,1461	1,3161	0,0016[4]8	14,3140	
336	0,1535	0,0745	0,1620	0,9302	0,0008[4]1	11,0672	
344	0,0853	+0,0107	0,1087	0,5168	+0,0002[6]8	+6,1490	
352	0,0034	−0,0014	−0,1551	+0,0552	−0,0000[6]3	−1,1[4]3	
360	+0,0000	+0,0186	+0,2094	−0,0822	−0,0002[5]9	−5,2[4]1	

TAVOLA VIII. *Effemeride della Cometa per facilitarne la ricerca verso l' epoca del suo ritorno al perielio nel* 1846.

Per 12 ore di tempo medio in Padova.

Anno	Mese, giorni	Anom. vera di Cometa = v	Logaritmo di distanza dal Sole	Ascens. retta geocentrica della ☌	Declinazione geoc. della ☌	Logaritmo di distanza dalla Terra
1845	Novembre 23	−87°.59.6	0.16756	331°.47'	+4°.28	9.9830
	27	85 40.6	0.15302	336.34	3.47	9.9822
	Dicembre 1	83.12.8	0.13990	337.30	3.10	9.9798
	5	80.35.6	0.12646	338.39	2.38	9.9773
	9	77.48.5	0.11272	339.57	2. 6	9.9741
	13	74.50.2	0.09866	341.24	1.43	9.9702
	17	71.40.0	0.08438	343. 5	1.20	9.9652
	21	68.16.4	0.06986	344 55	1. 0	9.9593
	25	64 39.2	0.05524	346.55	0.42	9.9523
	29	60.46.4	0.04054	349. 5	0.27	9.9441
1846	Gennajo 2	56.37.4	0.02576	351.25	+0.13	9.9345
	6	52.11.2	0.01160	353.55	−0. 1	9.9237
	10	47.27.4	9.99764	356.36	0.14	9.9115
	14	42.24.8	9.98434	359.27	0.28	9.8977
	18	37. 3.8	9.97196	2.28	0.42	9.8824
	22	31.24.8	9.96072	5 41	0.58	9.8657
	26	25.29.2	9.95098	9. 6	1.19	9.8471
	30	19.18.8	9.94306	12.42	1.43	9.8270
	Febbrajo 3	12.56.5	9.93716	16 31	2.13	9.8054
	7	− 6.25.5	9.93356	20.35	2.48	9.7823
	11	+ 0. 9.7	9.93240	25 54	3.30	9.7579
	15	6.45.0	9.93374	29.32	4 19	9.7326
	19	13.15.4	9.93738	34 30	5.17	9.7068
	23	19.37.5	9.94340	39.53	6.20	9.6807
	27	25.47.3	9.95144	45.44	7 31	9.6552
	Marzo 3	31.42.0	9.96124	52. 7	8.44	9.6312
	7	37.20.3	9.97253	59. 5	10. 0	9.6100
	11	42.40.2	9.98500	66.39	11.13	9.5924
	15	47.41.8	9.99834	74 44	12.19	9.5802
	19	52.24.8	0.01228	83.13	13.11	9.5748
	23	56.50.2	0.02668	91.56	13 48	9 5766
	27	60.58.2	0.04128	100.32	14. 7	9.5861
	31	64.50.2	0.05596	108.52	14. 6	9.6026
	Aprile 4	68.27.0	0.07058	116.38	13.52	9.6252
	8	71.49.8	0.08508	123.47	13.27	9 6527
	12	74.59.2	0.09936	130.16	12 55	9 6834
	16	77.57.2	0.11342	136. 4	12.21	9 7162
	20	80.43.6	0.12714	141 28	11.49	9 7520
	24	83.20.4	0 14056	146 54	11.15	9 7846
	28	85.47.4	0 15402	150. 8	10.47	9 8196
	Maggio 2	88. 6.5	0.16638	154.18	10.24	9.8513
	6	+90.17.2	0.17878	157 14	−10. 1	9.8861

INDIZII

DELLA

DIMINUITA PORTATA MAGRA DEI FIUMI

MEMORIA

DEL CAV. PIETRO PALEOCAPA

L'antichissima civiltà dell'Italia, che si perde nella caligine de' tempi, e quindi l'antichissima agricoltura che fu sempre la fonte della permanente sua prosperità, è stata cagione che i nostri fiumi si arginassero precocemente; inducendo le popolazioni a difender il suolo dalle inondazioni prima che la natura avesse, per così dire, finito di crearlo; prima cioè che i fiumi ne avessero compiute le alluvioni, e si fossero in mezzo a queste abbastanza incassati. Da questa cagione principalissima procedettero l'enormi piene de' fiumi stessi, e le frequenti calamità cui soggiacquero le nostre belle pianure.

Quel generale disboscamento dei monti, e quell'improvvido dissodamento delle loro pendici, contro a' quali si sente alzarsi un grido in tutta Italia media e settentrionale, sulle rive dell'Arno, come su quelle dell'Adda, e su quelle della Dora, come sulle sponde dell'Isonzo, hanno certamente avuto troppo grave influenza nel progressivo elevarsi delle piene dei fiumi. Perchè da un lato crebbe grandemente la copia delle terrestreità travolte dalla correntìa dell'acque, fatta troppo violente per la mancanza di ogni ritegno; e dall'altro lato e più ancora, perchè le acque stesse non essendo più assorbite dal terreno, nè esposte lungamente all'evaporazione, nè distratte ad alimen

tare le piante, scendono tutte precipitosamente ne' loro recipienti; e non concedendo più a questi tempo che basti per iscaricarsi verso le foci, fanno di repente passare i fiumi dallo stato di magrezza ordinaria a quello di strabocchevole fiumana.

Ma questa cagione di danno deve, non meno che le altre cagioni naturali e primigenie procedenti dalla condizione idrografica delle Provincie Venete, riguardarsi come necessaria e permanente. E veramente, dove la popolazione aumenta di continuo; ed in molte provincie con progresso più rapido nelle parti montuose; dove crescono sempre i consumi; dov'è tanta divisione di proprietà del suolo, e tanto amore di possedere confortato dalla libertà civile, e dalla perfetta eguaglianza nei diritti e nei carichi, come si può darsi a credere che abbiano a vestirsi di selve le pendici dei monti e de' colli, e i fondi delle vallate dove si coltivano i cereali; e che si abbiano a convertire in macchie le praterie, ed in boschi i vigneti?

Nè con ciò intendiamo dire che al disboscamento successivo non si possa e non si debba mettere alcun freno; e che molte situazioni non vi sieno nelle quali il profitto che si trae dai terreni dissodati non sia lungi dal dare compenso ai danni che cagionò il disboscamento; ed altri in cui più ricca sarebbe la sicura produzione del bosco e del pascolo, che quella dei campi e delle vigne, resa incerta dall'asprezza del clima, e dalle frequenti rovine del fondo. Noi crediamo anzi necessario provvedere con savii regolamenti alla conservazione dei boschi, ed al regolato taglio di quelli; anche perchè non abbia a venir meno il combustibile vegetale in un paese in cui cresce ogni dì l'industria manufattrice, e quindi aumenta il numero dei forni e fornaci di ogni specie, e manca può dirsi ancora interamente la sostituzione di combustibili minerali. E teniamo del pari per fermo che sarebbe ottimo consiglio quello di adoperare con bene ordinati lavori e piantate, all'imboscamento di alcune pendici, e di alcune vallate, il denudamento delle quali, oltre all'avere cagionati effetti tristissimi sul corso dell'acque, ha permesso ancora gli scoscendimenti e le frane.

Ma ben vogliamo ricordare che questi regolamenti e questi lavori potranno soltanto valere ad impedire che succedano nuovi guasti ne' boschi, ora che

la loro estensione è già assai limitata, ed a riconvertire in bosco qualche poco ferace pendice, malauguratamente dissodata; ma non mai a far sì che nella nostra Italia la regione dei boschi, scendendo dalle montagne e dai più dirupati burroni, torni ad invadere le vallee più basse e le convalli, e molta parte delle colline, e si estenda alquanto ancora nelle pianure lungo i fiumi, come sarebbe pur necessario che succedesse, affinchè lo stato dei fiumi stessi ne fosse di tanto migliorato che si potesse sperare non solamente di vedere cessare il progressivo alzamento delle arginature, ma anzi di conseguire lo sbassamento di quelle.

E quand'anche il rivestire di boschi un vastissimo territorio dissodato fosse rimedio a cui si potesse in sul sodo pensare, sarebbe mo egli rimedio sufficiente? sarebbe egli la panacea generale alle nostre idrauliche calamità, come da molti si va predicando? Noi invero nol possiamo credere.

Per poter confidare che l'imboscamento bastasse a far cessare le piene strabocchevoli bisognerebbe, per converso, che l'altezza strabocchevole a cui giunge la piena avesse esclusivamente dal disboscamento proceduto. Nè certamente ciò può ammettersi in tesi generale. Imperciocchè, in primo luogo vuolsi considerare che la elevatezza enorme del sommo colmo cui giunge una piena non basta a conchiuderne che la copia delle acque travolte da questa stessa piena, durante tutto il suo corso, sia maggiore di quella che correva nelle antiche piene, che si tennero a più basso livello; essendo evidente come le condizioni differenti degli alvei vi possano avere influito. Le quali condizioni hanno forse mutato anch'esse di tal guisa che la piena ne riesca più alta per una eguale massa d'acqua scendente in un tempo eguale dai monti e dalle vallate; massa contemporanea sulla misura della quale soltanto può influire il disboscamento. In secondo luogo, perciò che le piene toccano più elevati livelli anche ferme stanti le stesse condizioni dell'alveo, non si può inferirne ch'elle sieno più copiose; giacchè oltre alla portata del dellusso in una data unità di tempo, convien tener conto eziandio della durata della piena dal momento che il fiume sorge celeremente da uno stato magro o di moderata tumidezza, sino a quello in cui, dopo il colmo, ritorna basso, chi voglia conoscere la quantità d'acqua cui essa piena dava libero sfogo per

l'alveo. E se questa quantità non avesse variato, cioè non avesse subìto aumenti, vorrebbe dire che le anomalie e disequilibrii delle piene fatte più grosse, ma meno prolungate, non dipendono solo dal disboscamento, ma ancora da altre, e più efficienti cagioni.

Per le quali dubbietà mi è sembrato che fosse soggetto meritevole di studio per gl'idraulici, l'indagare prima se vi sieno argomenti più diretti e positivi per provare che il disboscamento ed il dissodamento delle montagne hanno alterata l'economia della portata ne' fiumi; e poi quali altre cagioni abbiano sulla crescente altezza delle piene più possentemente influito.

Sul primo di questi punti, ch'è soggetto della presente Memoria, esporrò quelle osservazioni cui mi forniva occasione la posizione d'impiego in cui trovomi. Sul secondo intratterrò l'Istituto un'altra volta, sperando poter allora provare che la devastazione dei boschi, ed il dissodamento dei terreni montuosi non sono le sole, nè, per molti dei nostri fiumi, le principali cagioni dell'enorme altezza a cui le piene, e di conseguente gli argini, sono saliti.

Ragionando de' tempi storici, a' quali gl'idraulici debbono limitarsi, e lasciando ai naturalisti il discutere dell'epoche geologiche e dei cataclismi che subì il nostro pianeta, non vi è alcun fondato argomento per credere che il clima nè le meteore de' nostri paesi abbiano mutato. Le indagini fatte anzi da Arago gli hanno fornito prove positive della stabilità della temperatura media d'Europa, e pegli ultimi due secoli il Libri ne ha date di sicurissime per la Toscana, uno de' paesi in cui più era invalsa la male fondata opinione di un decremento progressivo di temperatura.

E se sono costanti il clima e le meteore, molto più lo sono i bacini dei fiumi a cui la natura ha imposto limiti determinati, non potendosi tener conto delle naturali deviazioni di piccoli rami, o delle artificiali diramazioni che accrescono talvolta la portata d'uno a spese di quella d'un altro fiume, ma lasciano la copia totale dell'acqua costante. Le quali variazioni succedono solo nell'aperta pianura, e quindi oltre al limite di quella plaga su cui il disboscamento può avere possentemente operato.

Poichè dunque la quantità delle pioggie è, come la temperatura, invariata, e poichè è costante il bacino che le raccoglie, la massa dell'acqua che il

fiume in tutto un anno tributa oggidì al mare dev'essere eguale a quella ch'egli tributavagli prima del disboscamento. La sola differenza può consistere in ciò, che allora le acque lentamente infiltrando sotterra andavano in copia maggiore ad alimentare i laghi aperti, e gli abissi e i condotti sotterranei che danno successivo continuo alimento alle sorgenti del fiume e de' suoi influenti, e gli procurano un corso perenne, talvolta ricchissimo d'acqua anche dopo le più prolungate siccità; mentre invece, tagliati i boschi, a quest'ufficio d'alimentare le sorgenti è tolta tutta quella maggior copia di acqua che troppo precipitosamente scende per aperte vie dalle pendici e dai burroni nei torrenti e nei fiumi.

Il maggiore assorbimento che facevano dell'acque le piante vegetanti potea solo in passato scemare alquanto la quantità annuale dell'acqua travolta dal fiume; ma questa diminuzione si ripartiva uniformemente sulle stagioni in cui la vegetazione è più efficace; e perciò valeva piuttosto a far minore la portata delle acque magre ed ordinarie che quella delle piene tanto meno durature quanto più grosse. E la più prolungata evaporazione cui restavano esposte le acque rattenute dai boschi, e le nevi lentamente squagliate, deve riguardarsi come un'altra cagione che rendeva minore la portata dei fiumi in ogni stagione, e quindi anche duranti le magre, prima del disboscamento; il quale, facendo scendere a precipizio le acque in ristretti alvei, le sottrae ad una più libera e ad una più efficace evaporazione.

Dalle quali considerazioni si trae, che s'egli è vero che il disboscamento abbia accresciuto d'assai la portata dei fiumi duranti le piene, ciò non può essere avvenuto che a spese delle acque magre; e dobbiamo averne un indizio manifesto in ciò: che le acque magre medesime avranno invece scemato d'assai.

Mi è sembrato che il trasferire l'indagine ed il confronto dalle piene alle magre lo agevolasse di molto. Imperciocchè assai malagevole o, dirò meglio, impossibile sarebbe stato paragonare le attuali piene a quelle dei tempi remoti. Gl'indizii che abbiamo di queste non possono essere sufficienti: troppo incerta essendo la misurazione d'una piena che dipende, come avvertivamo in principio, oltrechè dal livello a cui sale, anche dal tempo che dura, e che va soggetta nel suo corso ad infinite anomalie di crescite, e

decrementi. Altronde da uno ad un altro anno, anzi da una ad un' altra stagione, le piene sono di misura affatto diversa; ed appena si potrebbe dare della loro portata annuale pe' nostri fiumi una misura media degli ultimi 20, o 25 anni, delle cui piene abbiamo più sicure e più prolungate osservazioni. Come dunque si potrebbe sperare di farne confronto, prendendo per base altri dati poco precisi, ed affatto insufficienti, che soli ci restano, per arguire la misura delle piene antiche?

Le magre invece hanno termini più sicuri. Variano, ma non sono soggette ad anomalie così stravaganti come le piene. Evvi una ragguagliata misura costante e permanente che può essere tanto più facilmente desunta dalla sola altezza, quantochè a molto minori variazioni possono esserne andate soggette le aree vive delle sezioni. Oltrechè da altri indizii abbastanza positivi possiamo trarre sussidio per argomentare della portata dell' acque magre, quali sono: la facile e perenne navigazione; i rapporti del fiume coi condotti regolati che ne vengono deviati; la forza del fiume impiegata ad animare opificii.

Ed ho avvisato che ove questa indagine fatta sulle acque magre ci scorgesse a trovare che a' dì nostri esse hanno diminuito da quello che erano negli antichi tempi, si potrebbe conchiuderne tanto più sicuramente, che ciò dipende dall' aumentata portata delle piene, quantochè gli altri effetti del taglio di boschi, la diminuita evaporazione cioè, ed il diminuito assorbimento dei vegetabili avrebbero, come sopra si notava, dovuto operare in contrario recando un incremento perenne in ogni stato del fiume e specialmente in quello di magra.

Fra gl' innumerabili torrenti effimeri delle più alte convalli che solo si gonfiano in tempi delle pioggie e del disgelo, e che restano affatto asciutti in tutte le altre stagioni dell' anno, se ne trovano parecchi cui i paesani dicono esser stati altra volta perenni; e taluni de' quali ci viene assicurato come vi fossero imposti opificii, che cessarono per mancanza di animazione. Ma oltre alla cautela di cui conviene usare nel porre credenza in questi racconti, e in queste memorie, non si potrebbe molto facilmente nè generalmente ammettere il detto fenomeno come effetto del disboscamento per due ragioni. La prima è che, astrazione fatta da alcune locali e poco estese

mutazioni, le conseguenze gravi e vaste della sovvertita condizione del suolo montuoso salgono tra noi a più lontane epoche, nè possono dalla memoria degli uomini essere ricordate. La seconda, che la soppressione di sorgenti e rigagnoli perenni negli alti territorj, le cui formazioni geologiche e per la natura loro, e per la inclinazione e sovrapposizione degli strati, danno facile passaggio alle acque per vie lunghe e coperte, può procedere anzichè da mancato alimento nelle fonti più alte e sotterranee, da una dispersione d'acque in più copia avviate ai terreni più bassi.

Bisogna indagare adunque le mutazioni avvenute nelle portate di quei più lunghi e grossi corsi di acque perenni, e meglio ancora di que' fiumi usciti già delle valli montuose, e di quelli alimentati dalle sorgenti della pianura, pei quali venga fatto di trovar documenti che diano indizio dell' antica portata.

Una delle prime occasioni che mi fecero rivolgere l' attenzione sopra gl' indizii di una notevole diminuzione di acque perenni me la fornivano le lunghe quistioni che sorsero fra il consorzio di Vallio e Meolo, e gli utenti dell' acqua del primo di questi fiumicelli. Queste quistioni facevano palese che i mulini scarseggiavano di acqua, in guisa che quelli a più ruote non potevano nella maggior parte dell' anno macinare che con una ruota sola; e l' acqua del fiumicello Vallio, che nella magra defluiva perenne, non bastava più nemmeno ad animare una sola ruota; ond'era duopo chiudere le chiaviche, ed ingrossare per alcune ore dietro di esse le acque, per riprendere l'esercizio del mulino e continuarlo finchè la spesa d' acqua, maggiore della portata, non tornasse a ridurre troppo scarsa la caduta. I livelli stessi dei mulini erano stati stranamente rialzati; talchè gli uni turbavano il libero esercizio degli altri. Questi disordini e questi abusi si erano veramente da assai lontane epoche introdotti, ed il tenuissimo valore cui erano ridotte le vecchie loro affittanze n' erano una prova senz' eccezione.

Ma a' tempi delle investiture, tanta povertà d'acqua non era certo nel Vallio. E siccome le ultime furono accordate dopo aver sentiti gl' interessati, fra quali erano gli utenti anteriori, questi avrebbero fatto una giusta opposizione, ove a tanta altezza si fossero allora poste le soglie degli edificii nuovi, che turbasse l' esercizio libero dei più antichi. Nè i possidenti dei terreni limi-

trofi avrebbero consentito ad un rialzamento artificiale degli alvei che impigliava gli scoli, ed era cagione d' innondazione alle campagne ed alle strade comunali ad ogni sopraggiungere delle acque grosse, come a' dì nostri è accaduto. È vero che talvolta le opposizioni sorte si facevano tacere o per convegno fatto dalle parti innanzi al Magistrato, o per sua sentenza che le dichiarava ingiuste. Ma per questo caso esaminati negli archivii gli Atti, non si trova che opposizioni neppur sorgessero ; e quand' anche sorte ne fossero, l' averle sopìte mostra che non aveano, come a' dì nostri, un soggetto di grave importanza.

Le cose uguali si possono dire rispetto al Zero, al Dese e al Marsenego, i cui mulini attivissimi in antico, sofferirono poi tanto per iscarsezza d'acqua che i conduttori loro furono costretti a sopperirvi alzando le soglie. Onde veggiamo nel 1657, poi ancora nel 1679 e nuovamente nel 1705, il Magistrato alle acque recarsi sul sito e, veduti questi enormi abusi d'alzati livelli e d' acque rattenute per difetto di copia perenne, ordinare che i *Mulini fossero restituiti agli antichi livelli*, ed a regolato sistema assoggettati. Ma questi provvedimenti riuscirono vani perchè sussisteva pur sempre il fomite ad abusi, senza i quali i mulini non potevano lavorare. Si rinnovarono essi ogni qual volta furono repressi. E già sino innanzi al principio di questo secolo erano di gravissimo danno alle campagne adiacenti, e poscia furono cagione anch' essi, come quelli del Vallio, di lunghe ed ostinate quistioni fra i proprietarj degli opificii, fatti ognor meno efficaci, ed il Consorzio, che intendeva riordinare il sistema dei suoi scoli.

Da questi fenomeni potrebbesi conchiudere che la portata magra di tutti i fiumicelli che hanno origine dalle sorgenti copiosissime della bassa campagna che stendesi al sud-ovest di Castelfranco, abbia notevolmente diminuito.

Senonchè ad alterare l' economia idraulica di questi fiumicelli poteva influire una cagione diversa dal depauperamento reale delle sorgenti primitive. Gli scoli infelicissimi delle campagne maremmane che mettevano capo nell'infimo tronco de' fiumicelli medesimi, che sta a valle dell' inferiore fra tutti gli opificii, erano stati in passato per lunghi periodi trascurati. Quindi si

alzavano di letto e procuravano un grave interrimento anche al recipiente. La foce stessa in laguna s' era allungata, e di alti scanni ingombrata. Da qui nasceva che l' acque impigliate e tenute in collo si gonfiassero, e si mettessero ad un pelo notabilmente più alto. Per la qual cosa scemando la caduta dell' ultimo mulino, esso ne sarebbe diventato meno efficace, quand' anche la copia perenne dell' acqua non avesse subìto alcun calo. E siccome l' ultimo inferiore mulino per sopperire a questa mancatagli caduta alzava la sua pescaja, ne avveniva che il mulino antecedente ne fosse rigurgitato, e quindi costretto ad alzare anch' esso la sua; e così di mano in mano da valle a monte, sino al più vicino alle sorgenti. Le quali nel caso che qui esaminiamo, scaturendo da una pianura pochissimo declive soggiacevano anch' esse a quel rigurgito che le mulina erano andate dall' una all' altra comunicandosi. Le acque libere adunque s' ingrossavano d' intorno a queste sorgenti, e la colonna fluida che copriva le scaturigini si faceva più alta; quindi le polle più soffocate e più scarse, e la portata del fiumicello veniva per questa guisa a scemare indipendentemente da ogni altra cagione primitiva, che rendesse minore l' alimento delle sorgenti medesime. E questa cagione produce un altro effetto; cioè l' estensione maggiore di quell' impaludamento da cui nelle pianure le sorgenti sono sempre circondate. Imperciocchè l' acqua soffermata e ridotta a maggiore altezza si stende intorno intorno più ampiamente, sino a che trovi più elevati terreni che la contengano.

E questo staguare dell' acqua a maggior altezza soffocando le polle, fa sì che non solamente le scaturigini scemino finchè dura la stessa condizione di corso; ma talvolta anche che esse si perdano affatto; o perchè s' aprono altra via, spintevi dalla pressione maggiore che le costringe, o perchè ne restano orbati i meati da quella torbidezza che, quantunque in poca quantità, traggono pur sempre seco le acque, e depositano, se troppo stagnino, appena uscite fuori di terra. Dimanierachè se dopo un lungo periodo di anni si restituisca lo stato primiero, cioè si procuri più libera e pronta discesa alle scaturigini, tuttavolta non si ottiene più d' averne l' antica copia. — Questo fenomeno si rinnova continuamente lungo le sponde dei nostri fiumi pensili ed altamente arginati, e specialmente lungo quelle dell' Adige, e se n' è tratto

uno dei più semplici e più sicuri modi per garantirsi contro al pericolo delle sorgive che si sviluppano copiosissime nei tempi delle piene più alte.

Per queste stesse cagioni per le quali non si può affermare che la scemata portata dei piccoli fiumi, di cui ho tenuto discorso, procedesse da una diminuzione di acque avvenuta nelle primitive origini loro (benchè ciò sia invero probabilissimo) non lo si potrebbe nemmeno affermar pel Bacchiglione, benchè anche nel Bacchiglione vi sieno indizii che manifestano la sua portata magra essere scemata. Imperciocchè sono già lunghi anni che il Timonchio ch'è un suo influente effimero, ma nelle piene strabocchevolmente grosso, arginato continuamente da sotto le pendici dei colli sino alla confluenza, si è talmente alzato di letto sopra la campagna, che si poteva a troppo grave stento contenerlo nel suo alveo artificiale, e rotti gli argini, e più spesso il sinistro, si gettava in un altro torrente, il Rostone, e quindi nell'Igna, col quale tornava a sboccare in Bacchiglione, ma assai più in su, vicinissimo alle sorgenti di questo fiume. E questa, che altra volta non era se non che una vicenda che si rinnovava a più o meno lunghi intervalli, è divenuta la condizione permanente di que' corsi d'acqua dopo il 1825, quando le rotte del Timonchio furono così rovinose che ne indussero un'intera disalveazione; onde d'allora in poi il torrente dopo aver innondato un vasto ed ubertosissimo territorio, ed una parte inghiaiatane, corre continuamente, come dicemmo, per Rostone e per Igna in Bacchiglione; e quando è gonfissimo monta a ritroso ad invadere i bacini delle più vicine sorgenti. Che è veramente compassione vedere, in tempi in cui nessuno vorrà negare il materiale progresso ovunque diffuso tra noi, un così alto disordine che colpisce una delle più belle e più industriose fralle nostre provincie non solamente sussistere, ma farsi ognora più grave!

Or la copia grande di ghiaia che il Timonchio travolge rialzò siffattamente il Bacchiglione che tutti gli opificii che sono intorno, e vi scaricano le acque loro provenienti dalle sorgenti, dovettero rialzare le soglie; ed il ponte di Vivaro soperchiato, ha dovuto essere di quasi un metro rialzato; e sono rese necessarie arginature elevate a contenere le espansioni in siti che prima erano affatto disarginati. Le acque delle sorgenti non avendo dunque più il

libero sfogo di prima si alzano, e si distendono, e le polle soppresse sono meno copiose, e darebbero minor alimento al Bacchiglione ancorchè le primitive lontane fonti non avessero mutato.

Ho voluto digredire in queste considerazioni perchè se, come a me sembra, l'indagine delle mutazioni avvenute nelle portate magre merita lo studio degl'idraulici, è uopo averle presenti, onde non attribuire ciò che procede o in tutto od in parte da locali e talvolta transitorie circostanze, a più remote e permanenti cagioni.

Ma nella Provincia di Verona ben riconobbi un caso che non può ad alcuno di questi locali o temporarii accidenti attribuirsi. Esso occorre nella valle di Caprino. Delle acque perenni e copiose di quella valle erano state accordate in antichi tempi molte successive investiture, mercè le quali esse s'impiegavano in parte per le irrigazioni, in parte per muovere ruote, in parte per ambo gli usi. Quelle impiegate nell'agricoltura, per la natura del suolo e per la giacitura dei terreni, dovevano riguardarsi tutte come interamente consunte, scarsissime e talvolta nulle essendo le colature che rientravano nel condotto principale. Tuttavolta eravi acqua per tutti gli utenti, e dopo gli usi primi ne scendeva abbasso quanto occorreva per soddisfare in parecchi villaggi inferiori ai primi bisogni della vita.

Ma da lungo tempo, ed almeno sino dalla seconda metà del secolo decorso, perchè sin d'allora se ne hanno documenti, questa condizione mutò e andò via via peggiorando fino ai dì nostri, in cui le antiche questioni fra gli utenti si fecero assai gravi: perchè molte irrigazioni non avevano più bastante alimento: gli opificii erano diventati meno attivi, e talvolta parecchi di essi dovevano rimanere sospesi lungamente; e quello che riusciva più dannoso e suscitava più forti reclami, che degeneravano talvolta in popolari tumulti, si era la mancanza dell'acqua ai più necessarj usi della vita, di cui pativano gli abitanti. Vero è che accagionavansi di tanto disordine gli abusi commessi da molti utenti, e la troppa trascuranza usata intorno alle sorgenti, una parte della cui acqua andava malamente dispersa o per assorbimento del suolo, o perchè distratta da viziosi condotti. Ma, quanto agli abusi, si faceva evidente che a commetterli era incitamento appunto quella scarsezza

d'acqua che colpiva tutti, ed alla quale i più accorti sapevano sottrarsi con maggior danno degli altri. E quanto alle dispersioni superiori, esse erano pure in ogni tempo successe; se non che finchè la copia d'acqua si manteneva tale che tutti ne avessero abbastanza, nessuno le avvertiva; ma quando il bisogno fece indagare i modi di sopperire al difetto, si scopersero e si credettero nuove.

E veramente, quando si prese a riconoscere nei suoi particolari la cosa, si dovette restar convinti, che nè il far cessare gli abusi, nè il tenere l'acqua delle fontane meglio raccolta, avrebbe potuto esser rimedio sufficiente a tanta manifestatasi povertà d'acque; onde si rese indispensabile assoggettare la valle di Caprino ad un nuovo piano di regolazione, secondo il quale distribuendo con equità a tutti gl'interessati l'acqua di cui abbisognavano, si restrinsero alcuni usi, ed altri convenne sopprimerne a volere che nei villaggi inferiori restasse salvo quel sacro diritto che la natura avea loro concesso, di soddisfare ai primi bisogni della vita. Questa stessa vicenda ebbi occasione di conoscerla occupandomi della presente condizione del fiume Tesina, che ricevute le acque perenni che scendono per la Lavarda ed il Chiavone dai Sette Comuni, accoglie poscia l'Astico che perde in esso il suo nome, ed attraversata la bassa pianura Vicentina, che stendesi alla destra di Brenta sino alle pendici dei colli Berici, va a sboccare in Bacchiglione presso a Longare.

Anche quivi si hanno evidenti prove per le antiche concessioni, alcune delle quali rimontano al secolo XV, che la copia d'acqua era di gran pezza maggiore che non è ai dì nostri. E si vuol avvertire che in molte investiture fatte posteriormente è dichiarato, che riguardano il *sovrabbondante* delle anteriori, e sono concesse coll'espresso assenso dei primi utenti, o con misure e discipline tali, che valessero a togliere le opposizioni fatte da questi. Ma in epoche a noi più vicine non fu più possibile soddisfare a tutti gli usi investiti. I lagni, le quistioni, gli accusati abusi, le repressioni o vane di effetto o insufficienti, cominciarono e si fecero più o meno sentire secondo le condizioni dei tempi più o meno propizj; onde non è maraviglia che a questi giorni, in tanta quiete politica, e coll'incitamento al progresso che deriva da una

amministrazione mite ed illuminata, sorgessero più efficaci e fossero con più interesse e giustizia ascoltati.

Dopo replicati e maturi studj, si riconobbe che mentre la piena di Tesina cresciuta a dismisura aveva costretto il Consorzio, sotto la cui tutela è quel fiume, a riordinar l'alveo ed applicarvi un più esteso e perfetto sistema di arginature, le acque magre venute meno, reclamavano altri provvedimenti; i quali condussero per necessità a stringer dentro più moderati limiti le erogazioni e gli usi, che anticamente si potean fare con tanto maggiore larghezza.

Or venendo a qualcuno dei nostri fiumi più grossi, il Sile mi offrì di molto opportuni termini di confronto. Già da lontane epoche erano sul Sile sorte gravi quistioni fra i conduttori dei mulini di Treviso e i naviganti con grosse barche; i quali trovavano bene quant'altezza di acqua loro occorreva da Casale in giù, dove la pendenza essendo piccolissima il fiume si tiene a molta altezza; ma a monte di Casale la forte pendenza facea colla stessa portata troppo scarsa la profondità al loro bisogno, in guisa che quando i mugnai in tempo di acqua magra per lavorar con alcune ruote (che a tutte non vi era alimento) tenevano chiuse alcune delle gore, le grosse barche non potevano più col pieno carico progredire verso Trevigi, o da Trevigi discendere.

Queste quistioni si sopirono già fin dal secolo passato, mercè una tassa eventuale e volontaria che i naviganti pagavano ai mugnai, perchè quando una barca saliva il fiume, arrivata al punto in cui le mancava il fondo, si aprissero a tutto sfogo le chiaviche, e sospesa l'azione delle ruote s'ingrossasse l'acqua a valle delle pescaje.

Ma questa consuetudine degenerò in gravi abusi, perchè i mugnai, allettati dal profitto, nei giorni in cui la navigazione era più attiva, trattenevano l'acqua al di là del loro bisogno, per costringere le barche a pagare più spessi e più gravosi balzelli. E poichè questa vessazione diventava tanto più grave a tollerarsi quanto più efficaci divenivano le relazioni commerciali con Venezia, e meglio ordinato era sotto ogni altro rispetto il buon governo della navigazione, ne furono portati reclami all'autorità, la quale ordinò alla

Direzione generale delle pubbliche costruzioni che avvisasse al modo di provvedervi.

Le prime indagini furono vôlte a vedere se un emissario, detto il Businello, che sedici anni innanzi era stato aperto in fianco al Sile per far isfogar parte delle sue acque nella Laguna di Venezia, avesse potuto influire al ribassamento di pelo anche nei tronchi più a monte del fiume medesimo. Ma quantunque sia vero che la pendenza del Sile da Casale in giù sino al sito dell' emissario suddetto è assai tenue, non eccedendo met. 1.15 nella distanza di 14000 metri, e quantunque sino a Casale si senta quindi la depressione del pelo del fiume avvenuta per lo sfogo accordato al Sile in laguna, pur questo evento non è sensibile che nell' acque grosse. Sulle magre del fiume cioè appunto quando la navigazione è stentata, nessuna calcolabile influenza ebbe a Casale, o più in su l' apertura del Businello. Oltrechè in quel tronco in cui il fiume attraversa Casale, tale è la sua profondità che la navigazione non avrebbe avuto nulla a temerne. Lo stentato navigare in tempi d' acque molto magre incomincia a mezza via da Casale andando a monte verso Casier, dove la pendenza cresce, e quindi l' altezza viva del fiume scema assai prestamente ; le profondità ivi scarseggiano ; e non si ha più alcun indizio del regurgito delle maree più grosse, nè viceversa della chiamata dello scaricatore che in acque basse non ha fatto deprimere il pelo più di 35 centimetri circa al sito ove fu aperto, cioè, come dicevasi, a miglia otto più in giù di Casale, e miglia tredici da Casier. Lo stento della navigazione superiore non era quindi punto imputabile all' emissario.

E veramente questo fenomeno si era da troppo lontana epoca manifestato perchè lo si potesse attribuire a così recente cagione. E l' opinione generale dei paesani era che il disordine procedesse da una diminuzione avvenuta nella copia ordinaria delle scaturigini ; e che se quell' impedimento che i mugnai facevano al deflusso libero del Sile, era degenerato in colpevole abuso, esso aveva però avuto origine da quella scarsezza d' animazione alle macine loro, che a tanti altri corsi d' acqua pareva esser comune. Credetti dunque dover innanzi tutto stabilire quale grado di probabilità avesse questa opinione, e visitai a questo fine accuratamente il corso tutto del Sile, e special-

mente i punti ove sono istituiti gli opificii e l'ampia zona di terreni bassi, entro la quale sorgono le polle e si raccolgono le acque delle copiose e numerose fontane del fiume.

L'aspetto del terreno circostante; i limiti sino ai quali ho riconosciuto arrivar l'acqua ordinaria di presente; le informazioni che ho prese sull'operosità dei mulini presso alle fonti che da tutti si tiene essere diminuite; lo stato di buona coltivazione di molti terreni che stanno intorno alle fontane ed ai condotti loro e che non restano inondati più che in occasione di straordinaria affluenza d'acqua, erano tutti dati, che sebbene non abbastanza positivi per istabilire quanta sia l'ordinaria copia attuale delle scaturigini, in confronto di quello ch'era in passato, confermavano però nell'opinione, che fosse in esse succeduta una notabile diminuzione. E la conferma è tanto più valida, che in questo caso non intervengono l'estranee cagioni accennate parlando degli altri minori fiumi del Trevigiano; dappoichè intorno alle sorgenti del Sile essendosi trovato più ristretto il campo dentro al quale si spandono le scaturigini, è prova che l'altezza d'acqua che tende a soffocarle, anzichè cresciuta è diminuita.

Ed a rendere più probabile che le acque magre del Sile sieno oggidì molto più basse che non erano nei tempi andati, concorrono alcune osservazioni, che feci allora sopra le fondazioni di alcuni manufatti in ripa al fiume, e specialmente su quelle del ponte di S. Margherita, che si veggono appoggiate a palafitte, che colle teste emergono dal pelo delle acque magre e vi stanno appena disotto; il che se non è una prova positiva ed assoluta di depressione avvenuta nel pelo di queste magre, n'è però, unito agli altri, un argomento di molta forza, non potendosi credere di leggeri che architetti che fecero opere, altronde sotto i rispetti dell'arte edificatoria commendevoli, ne ordinassero così malamente la base.

Se non che per il Sile questi argomenti di probabilità si possono avvalorare con confronti più positivi, mercè un bel documento conservatoci dallo Zendrini nelle sue *Memorie sulle Lagune di Venezia*. Questa è la scrittura con cui, circa un secolo e mezzo fa, Geminiano Montanari imprese a mostrare i danni che al territorio circostante sarebbero derivati dalla diversione del Sile

che voleasi allora eseguire, e s'eseguì di fatto, sopra quella malaugurata linea che chiamasi ancora il Taglio di Sile.

Questo illustre idraulico calcolò gli effetti di quella diversione, ed il rigonfiamento che, contro l'opinione dei periti del Magistrato alle acque, ne sarebbe venuto all'acqua del fiume nella nuova inalveazione, con quell'esattezza maggiore ch'esser poteva consentita dallo stato in cui trovavasi la scienza idraulica ai tempi suoi. E perciò si accinse a misurare la portata del Sile nel suo ultimo tronco inferiore, in quello cioè che raccolte tutte le acque influenti doveva guidarle per il taglio nuovo in Piave vecchia.

Per una parte dell'acqua del fiume, cioè per quella che passava e passa tuttora sotto al ponte di S. Margherita in Trevigi, e ch'è costituita dal ramo sinistro di Sile ch'entra in città, e dal Siletto che vi si unisce, il Montanari tentò la misura della portata direttamente, desumendola cioè dal prodotto della sezione nella velocità. Per tutte le altre acque influenti di Sile, così sulla diritta come sulla sinistra, cioè prima per il ramo diritto di Sile che muove gli edificii della polveriera, poi per i fiumicelli Limbraga, Storga, Melma, Narbona, Miniagola e Musestre che scendono più a valle nel seno del comune recipiente, il Montanari fece un ragguaglio di portata, desumendolo dalla proporzionalità fra il numero e l'effetto di que' mulini ch'erano animati dalle acque passanti sotto al ponte di S. Margherita, state già da lui direttamente misurate, ed il numero e l'effetto de' mulini animati da tutti gli altri influenti testè nominati. Ed avendo trovato che l'effetto utile dei mulini animati dalle acque che passavano sotto al ponte di S. Margherita stava all'effetto utile di tutti gli altri come 312, a 144 2/3, egli assunse che le portate rispettive stessero nella stessa ragione.

E qui, prima di ogni cosa, osserverò che quantunque il Montanari ci faccia conoscere che le portelle dei mulini avevano allora la larghezza di piedi 3 oncie 6, e si alzavano dalla soglia piedi 1.6, e quantunque si deduca dalla sua scrittura che lo sbocco era a libera cateratta, essendovi detto che la soglia dei mulini stava sopra il pelo inferiore piedi 1. tuttavolta con questi soli dati non mi sarebbe stato possibile instituire un confronto diretto fra lo sgorgo dell'acqua che si faceva allora per ogni bocca di mulino, e quello che succede

attualmente; perciocchè manca ogn' indicazione del battente ossia dell'altezza dell' acqua a monte sopra il lembo inferiore della imposta alzata.

Se non che il Montanari ci fa anche sapere che quando le acque del Sile erano straordinariamente magre, le ruote dei mulini di Trevigi, ch'erano sedici, non potevano stare operose che in numero di dodici; ma che non pertanto anche in questa sfavorevole circostanza ciascheduna di esse aveva potenza di macinare 50 staja di frumento in un giorno. Ora invece l'attività dei mulini di Treviso è ben lungi da essere sì grande non solo nelle magre propriamente dette, ma nemmeno nelle acque di ordinaria copia. Perciocchè dalle diligenti indagini fatte dall' Ingegnere in capo Lorenzoni, risulta che nelle acque ordinarie medesime essa riducesi a sacchi 1 1/2 per ora, ossia a 36 sacchi nelle 24 ore del giorno. Per la qual cosa, potendosi pur assumere, come fece il Montanari, che l'effetto utile d' una data macchina conservi la stessa proporzione alla forza che la fa agire, cioè nel caso nostro al prodotto della portata nell' altezza dell'acqua, supposto che quest' altezza, cioè la differenza, fra il livello a monte e quello a valle della pescaja non sia mutata, si dovrà argomentarne che le acque ordinarie dell' indicato ramo di Sile abbiano, ne' 150 anni passati dacchè il Montanari scriveva, diminuito di quasi un terzo. E poichè i fiumicelli confluenti al di sotto di Trevigi, cioè la Limbraga, la Storga, la Melma, e gli altri, proredono tutti da fontane assai vicine, e sorgono da una pianura continua, che è nelle stesse condizioni idrauliche e geognostiche di quella ove sorgono le fontane del Sile, così parmi con buon fondamento potersi ammettere che le diminuzioni loro siensi fatte in proporzioni eguali; e che perciò l' intera portata del Sile inferiore sia essa pure di circa un terzo diminuita.

Ma per andare più cauti tenteremo altri confronti. Il Montanari aveva misurato che la larghezza della sezione del Sile sotto al ponte di S. Margherita (che è quello stesso antico ponte che esiste anche adesso) era di piedi 48 veneti, che fanno metri 16 1/2 all' incirca; la quale è appunto la larghezza trovata oggidì fra le spalle del ponte. Ma la profondità ragguagliata era allora, secondo che dichiara il Montanari, di piedi 6 1/2. Quando feci le ispezioni, di cui do ragguaglio, il ponte di S. Margherita, minacciando rovina,

era tutto ingombro dalle puntellature, onde non si poterono misurare le altezze vive dell' acqua per dedurne la ragguagliata.

Mancandomi dunque i dati occorrenti per misurare la portata per sotto il ponte ingombrato, cercai di assegnarla in un altro sito di sicura e ben regolata sezione. Al qual fine mi riuscì opportunissimo quel tratto d' alveo che vi sta immediatamente a monte, il quale è serrato tra muri e palafitte.

Dalle misure idrometriche praticate quivi con molta diligenza dall' ingegnere in capo Lorenzoni, in tempo d'acqua a pelo d'ordinaria magra, risultò che la sezione viva del detto tronco, che può assumersi come un regolatore in forza delle suddette circostanze, è assai prossimamente di met. 18, e la velocità relativa di met. 50, per 38', che corrisponde a met. 1.79 per secondo. Quindi prendendo per misura di portata il prodotto della velocità superficiale nella sezione, onde poterne istituire un più giusto confronto colla misurazione, che il Montanari faceva anch'egli di questo modo, se ne avrebbe la portata di met. 32 1/4.

Montanari nella sua scrittura dice: « ho misurata l'acqua con un oro-« logietto da minuti, ed ho trovato ch'essa si muove con una velocità di « 180,000 piedi all'ora » che fanno 5 piedi per minuto secondo.

E poichè, per ciò che si è detto dapprima, la sezione era di piedi 310; la portata sarebbe stata di piedi cubi 1550, che danno metri cubici 65, cioè circa doppia di quella che troviamo oggidì.

Questa misura mi pare invero indicare una troppo notevole differenza. Ma quand'anche vogliasi supporre che il Montanari scontrasse sotto il ponte di S. Margherita alcune profondità viziose che non si possono tenere in conto d'altezze vive, e che non lo avesse avvertito, locchè però è molto inverosimile in un così istrutto e diligente idraulico, tuttavolta non si potrà negare che ciò non sia almeno una piena conferma della grande variazione avvenuta nelle portate, tanto più che, come si avvertiva, Montanari fece le sue osservazioni pel Sile in tempo di una magra maggiore dell'ordinaria, che quantunque in Sile non sia mai molto bassa, pure doveva dare una portata poco o molto minore.

Non accontentandomi però ancora a tuttociò, ho voluto fare anche un

terzo paragone. Nell'anno 1819 quando si discuteva della riapertura del Businello, di quell'emissario cioè di cui si è parlato qui innanzi, ho pubblicato una Memoria in cui mostrai come esagerassero coloro che sostenevano che nessuno od un insensibile ribassamento ne sarebbe venuto al pelo del Sile: ma come d'altronde questo rimedio utile sì, ma insufficiente a quella immediata redenzione dei paludi che alcuni ne speravano, sarebbe andato col progresso dell'età facendosi ognor più inefficace. In questa Memoria si troveranno le minute ricerche idrometriche che istituii per determinare la portata rispettiva del fiume e dell'emissario, e quindi l'influenza di questo su quello; le quali ricerche perciò a tutto altro scopo erano allora rivolte che a quello di cui poscia ho fatto studio. La sezione viva del fiume fu allora misurata in met. 107.50; la velocità superficiale in met. 0.523. Onde la portata desunta da questo prodotto sarebbe di met. cub. 56 1/4, che vuol dire i 3/5 circa dell'antica portata misurata dal Montanari. Nè qui varrebbe il dire che mal si può assumere per media velocità la superficiale. Perchè essendo provato dall'esperienza che queste due velocità hanno un rapporto che poco varia nelle varie sezioni di un fiume, lo svario potrà essere nelle misure assolute, non nel rapporto tra esse, che è quello che a noi importa determinare.

Vedesi adunque che di tre confronti che abbiamo in tre affatto diversi modi istituiti, il primo, quello cioè che si fonda sull'operosità dei mulini, ci mostra la diminuzione d'un terzo della portata magra; quello che si fa delle misure idrometriche dirette, eseguite sullo stesso braccio del fiume, ce ne mostra una della metà; e finalmente quelle misure che con diverse regole ed in tronchi diversi sono state istituite, accennerebbero la diminuzione dei 2/5. Noi non crediamo che si possa ammettere come abbastanza sicuro nessuno di questi rapporti; ma bene ci sembra che dal complesso loro si faccia evidente che una diminuzione, e diminuzione grande, abbia ad essere avvenuta nelle prime recondite fonti d'onde sorgono alla superficie della terra le acque che alimentano il Sile.

Soggiungerò per ultimo alcune osservazioni sulle variazioni della portata magra del Brenta. Lo Zendrini nelle sue Memorie ci ricorda la misura che

il Magistrato fece fare nel 1684 della quantità d'acqua che si erogava dalla Brenta superiore. Ed accenna in breve il metodo che in questa misura seguì il vice-proto Melchiorre Moretti, che ne era stato incaricato, il quale *fatta enumerazione dei canali di derivazione raccoglie tutta la quantità d'acque ch'escono dall'alveo, e ne trae delle conseguenze circa al disperdersi di queste acque. Ma*, seguita lo Zendrini, *il fondamento su cui pianta il suo raziocinio non ben s'accorda colle più vere leggi dell'idrometria.* Avendo rinvenuto negli archivii la relazione del Moretti, ben deggio convenire che quanto nota lo Zendrini è giusto. Pur tuttavia sono in essa tali fatti e tali positive misure che ci recano molto lume sull'argomento che discutiamo.

Ed innanzi tutto egli ci fa sapere d'avere trovato al ponte di Bassano la larghezza dell'alveo vivo piedi 192, con una profondità ragguagliata di piedi quattro (*). Ed osservata la velocità, la trovò di passi 50 per un minuto e tre quarti. Con questi elementi tradotte le antiche alle nuove misure, si trova che la portata, o più precisamente il prodotto della velocità superficiale nella sezione, sarebbe di met. 75. 57 in un minuto secondo.

Ma nessun positivo indizio ci dà il Moretti che il pelo sotto il quale egli faceva le sue osservazioni fosse quello delle acque magre; e quantunque dovesse credersi che a questo pelo, o ad uno poco diverso, un buon pratico avesse a riferire osservazioni che avevano la mira delle sue, non volendo tuttavia affidarmi a questa conghiettura, presi a raffrontare le altezze dell'acqua sopra le soglie delle bocche d'estrazione che sono state da lui notate con quelle altezze in cui sulle stesse soglie monta l'acqua ordinaria attualmente. E qui deggio confessare che mi sono intricato in risultamenti così poco uniformi da farmi disperare di scoprire un'esatta relazione fra il pelo dell'osservazione d'allora e quello della magra d'oggidì. Perchè p. e. alla bocca detta della Rosà ho trovato che il pelo Moretti sarebbevi stato più

(*) Qui è un errore nell'stampato dello Zendrini ove trovasi piedi 6. Il manoscritto di Moretti dice quattro p.. ma se fossero piedi 6. la differenza ne sarebbe di gran lunga maggiore, e confermerebbe assai più largamente le conseguenze più moderate che ne traggo io.

alto di alquanti centimetri che non l'ordinaria magra attuale. In altre bocche la differenza è picciolissima. In alcune parrebbe che il pelo ordinario attuale fosse più alto. Queste anomalie procedono sicuramente dalle alterazioni fatte abusivamente ne' manufatti, i proprietarii de' quali in occasione di ristauri o di modificazioni degli edificii ne piantarono le bocche più basse assolutamente, o relativamente al pelo ordinario locale, le cui elevatezze possono subire di grandi mutazioni da sito a sito in un tronco d'alveo di parecchie miglia che ha un' enorme pendenza, e corre in ghiaje ed in ciottoli, com'è quello della Brenta da Bassano fino a Fontaniva, e più in giù.

Ma badando solo allo scopo, che io m'era prefisso nell'esaminare la scrittura del Moretti, osserverò che se nella prima delle nominate bocche egli ha trovata l'acqua alta piedi sei, e punti otto, ne sono pur alcune in cui egli non la trovò che pochissimo più d'un piede, come la Morosina, la Grimana, e quella della Friula. Or dunque è chiaro che siccome quelle bocche sono di continua estrazione, e l'alimento che dovevano dare ai condotti inferiori non dovea cessare, ed era anzi essenzialissimo nel tempo dell'acqua magra; così il pelo sotto il quale faceva le sue osservazioni il Moretti, se pure non era la magra precisa, non poteva essere che di pochissimo diverso da quella. E possiamo tener quindi per fermo che al suo tempo la portata desunta dal prodotto della velocità superficiale nella sezione fosse di 70 met. cub. assai prossimamente.

Or nella visita che nel 1777 fecero sul Brenta i tre matematici Stratico, Ximenes, e Frisi, chiamati dal Senato ad esaminare il piano di regolazione di quel fiume che poco dianzi aveva presentato il Lorgna, essi misurarono la portata di tutte le diramazioni di Brenta in uno stato d'acqua alquanto elevato, cioè di due piedi sopra le acque ordinarie, come dichiarano essi medesimi nella loro scrittura, e come si confronta coll'altezza d'acqua che scendeva in tale stato in Brenta Vecchia, la quale in que' tempj restava interamente in asciutto ad acqua magra: tutta la Brenta in questo stato scendendo per la Brentella. Dalle misure ch' essi fecero risulta che la Brentella correva per una sezione viva di piedi quadrati 500, colla velocità, qui pure

superficiale, di 210 piedi in 75″, il che dà una portata di piedi cubi 84000; e che per Brenta Vecchia scendeva un corpo d'acqua dell'area di piedi 107. colla velocità pur superficiale di 126 piedi corsi in 93.′4″, il che dà una portata di piedi cubi 8698. I due rami di Brenta adunque che costituivano insieme l'intero fiume, avevano la portata di piedi cubi 92698 che corrispondono a met. cub. 65.

Se ne dovrebbe quindi inferire che la portata magra di Brenta fosse nel 1684 per lo meno così copiosa come quella che circa un secolo dopo aveva la Brenta in acque grosse. cioè alte piedi 2 a Limena sopra l'acqua ordinaria.

Ma abbiamo anche un altro più diretto confronto a fare fra le portate di Brenta all'epoche medesime. Lo Stratico e lo Ximenes fecero separatamente dal Frisi alcune loro proprie osservazioni sul Brenta superiore che corre in ghiaja, appunto con quello stesso scopo ch'ebbe nel fare le sue il proto Moretti, cioè per conoscere quanta parte del fiume in tempo di acque magre assorbiscano le bocche di erogazione. La portata esplorata in due punti, e dedotta pur sempre dal prodotto della sezione nella velocità superficiale, risultò loro di piedi cubi veneti 54.400 per un minuto, nel primo punto, che fu tra Bassano e Angaran. e di 56.825 in un punto più a valle vicino alla Villa Gradenigo. La media sarebbe p. cub. 55.603. Ma noi ci atterremo pure alla maggiore di p. cub. 56.825 per minuto. che corrisponde a met. cub. 40 per secondo. Per la qual cosa si vede che quand'anche si voglia tener conto del non grande divario che può essere derivato da ciò che il Moretti misurò la velocità con un galleggiante solo, abbandonato al filone, e i Matematici nel 1777 la dedussero da sei osservazioni di galleggianti. dei quali alcuni si fecero correre verso le ripe, resterà pur sempre nella misura del 1684 un eccesso di più della metà su quella fatta un secolo appresso.

Le osservazioni fatte fin qui dimostrano. ci sembra, assai chiaramente una forte diminuzione avvenuta nell'acqua ordinaria de' fiumi, e dimostrano insieme che ad altre cagioni questa generale diminuzione non si può attribuire che al disboscamento. il quale facendo più repentina la discesa del-

l'acqua, scialacqua, come propriamente può dirsi, le pioggie che vengono dal cielo, anzichè farne conserva, e fa precipitose e grossissime le piene a spese delle magre perenni (*). Giacchè per que' minori fiumi e torrenti medesimi, pei quali abbiamo già fin da principio riconosciuto non potersi asseverare che altre cause non vi concorrano, il fenomeno è tuttavia così decisivo e permanente, che mal si potrebbe averne ragione senz'ammettere la causa del disboscamento almeno come concomitante.

E qui viene opportuno considerare che quegli argomenti positivi che abbiamo per giudicare della scemata portata dell'acque magre, valgono propriamente soltanto per le magre perenni, onde non può recar meraviglia se la diminuzione sia così grande come negli addotti esempii ci si mostra. Perciocchè essa è compensata non solo dall'aumento delle grandi fiumane, che è un fenomeno che come più pericolose e funesto si fa a tutti palese, ma eziandio dalla maggiore intumescenza delle acque medie che corrono assai più spesso, e per periodi più prolungati, le quali però, come men gravi che sono, passano inosservate. Secondo il principio che accennavamo dianzi, è in somma pel disboscamento cresciuta la quantità d'acqua, che scende immediatamente negli alvei scorrendo sulla esterna superficie del suolo, ed è scemata quella che viene a raccogliervisi passando prima per vie sotterranee. E pei fiumi nostri sarà sufficiente criterio a distinguere la condizione di corso in cui

(*) A togliere un'obbiezione che potrebbe venirci fatta, avvertiremo che se a malgrado di tanta diminuzione dell'acque magre si vede estendersene gli usi di ogni maniera, sia per l'irrigazione, sia pegli opifizii, ciò dipende dall'essersi tratto partito di acque che prima si lasciavano andare inosservate alla china, e dall'essersi introdotta qualche migliore economia nell'impiegare le acque già anche prima utilizzate. E bene più largo campo di miglioramenti avrebbero le nostre provincie, se a questi usi dell'acqua fossero rivolti più capitali e più studio. È compassione vedere come in alcuni siti l'acqua si sprechi ancora in guisa, che se ne irriga una meta e pertino una sola quarta parte di quel terreno che irrigar si potrebbe, e come, volendo irrigare senz'dare alcuna cura a regolare i livelli de' campi, l'acqua sia soverchia pegli uni, e non arrivi appena mandata gli altri, e come infine si lascino smarrire, e spesso vagare a danno del territorio, acque che diventerebbero preziosissime, principalmente in quelle vaste pianure di fondo ghiajoso, ove l'irrigazione convertirebbe in ubertose praterie campi sterili affatto, o cattivi pascoli. Se controntiamo in questo rispetto l'industria nostra con quella dei nostri fratelli di Lombardia, abbiamo di che vergognarci; e lo diciamo apertamente, perchè per adempiere all'ufficio nostro, e per giovare al paese, torna meglio dire una dura verità che una bugiarda piacenteria.

la portata loro è scemata dalla condizione in cui la portata stessa è cresciuta, quello che si deduce dalla limpidezza o dalla torbidezza dell'acque. Possiamo ammettere cioè che scendano più copiose le acque torbide, e le acque chiare sieno più scarse. Il che diciamo per la generalità dei casi, ben conoscendo l'eccezioni che subisce questa regola; perciocchè vi sono fiumi pe'quali corrono acque torbide, benchè uscite da cieche sorgenti, e ve ne sono invece altri, che hanno sorgenti limpide e tali corrono, nei quali la vicenda delle piene cresciute pel disboscamento può tuttavia verificarsi, perchè seguono le variazioni di torrenti torbidissimi che scorrono vicini e danno origine alle dette sorgenti. Di questa natura sembra potersi riguardare il Sile per rispetto al Piave, ed il Bacchiglione per rispetto all'Astico.

Per confermare sempre di più e chiarir meglio nelle cagioni e negli effetti la perturbazione succeduta nel corso dei fiumi, occorrerebbe però estendere a molti altri paesi, posti in condizioni differenti, quelle indagini che abbiamo cercato di fare nelle Provincie venete. Si riuscirebbe allora ad istabilire come la perturbazione medesima sia più sicura e più grande per que'fiumi nei cui bacini il disboscamento ed il dissodamento delle pendici sono stati più estesi; come v'influisca la natura delle pendici stesse che talvolta non le rende suscettibili di mutazioni procurate dalla mano degli uomini; e come appunto perciò i fiumi che traggono il principal loro alimento perenne dalle più alte alpi e da perpetue ghiacciaje, o immediatamente, o per mezzo d'ampii laghi, sieno quelli in cui le anomalie della portata e le diminuzioni delle magre sono state in proporzione le meno sensibili.

Ed a fare queste più estese ricerche, ed a vedere se rechino conferma a quelle che sonosi qui esposte, invitiamo gl'Ingegneri che ne hanno opportunità ed amano l'arte loro.

Queste ricerche gioveranno non solo ad istabilire in modo più positivo il sovvertimento che nell'economia dell'acque correnti è stato indotto dalla denudazione dei monti; ma mostreranno eziandio come da questo sovvertimento, oltre alle tristi conseguenze delle corrosioni ed inondazioni lungo il corso dei torrenti e dei fiumi, ne derivi l'altra forse non men grave delle diminuite acque perenni e tranquille a scapito della navigazione, dell'indu-

stria, e d' ogni altro uso sociale. E convinceranno sempre di più i Governi della necessità di porre un freno, alquanto tardivo sì, ma pure non ancora superfluo, all' indisciplinato taglio dei boschi; e gli abitanti dei territorj a vantaggiarsi del prezioso elemento, impedendone le dispersioni; ed adoperandolo con quell' economia, ch' è diventata tanto più necessaria quanto più ne scarseggia la copia, e che è altronde consentita dal progresso della meccanica e dell' agricoltura.

(*Letta l' 11 Luglio 1841.*)

SOPRA

UNA CONTRO-CORRENTE MARINA CHE SI OSSERVA LUNGO UNA PARTE DEI LIDI VENETI

MEMORIA

DELL' INGEGNERE GIOVANNI CASONI

La Laguna di Venezia, questo bacino estesissimo che l'arte e la perseveranza degli uomini, opponendosi alle tendenze della natura, prodigiosamente serbarono, indagata a parte a parte nelle varie sue sezioni e in ogni sito particolare dell'Estuario, presenta ovunque argomento all'Ingegnere ed al Filologo di serie osservazioni e di studio, egualmente interessanti, o perchè servono ad illustrare qualche aneddoto ancora oscuro nell' antica storia di questo stesso bacino, e delle isolette ond'è seminato, ovvero perchè aggiungono maggiori e più chiare notizie intorno alle cause ed alla origine delle vicende idrauliche cui anticamente soggiacque, ed ancora a' nostri giorni soggiace.

Questa Laguna medesima, che in sè racchiude e dà stanza singolare ad una Città per sito unica, la quale non saprei dire se più sia da ammirarsi nelle eccelse e stupende opere dell'ingegno, o non piuttosto nelle pagine della sua storia, nel profondo sapere e nel consiglio di coloro che l'hanno creata e scelta a proprio asilo, e che per lunga serie di età vi tennero dominio: questa Laguna, dissi, occupò sempre i riflessi del veneziano Governo che dedicava ogni cura alla sua conservazione. In fatti vediamo da' Veneti Padri accogliersi i suggerimenti di Cristoforo Sabbadino, che a preservare questa Laguna inten-

devano, ed aversi in conto, direi quasi, di sovrumana ispirazione, guardando i suoi dettami qual' egida atta a preservarla dalle insidie dei circostanti fiumi, e dagli attentati dell'uomo; ond'è che i suoi provvedimenti vennero proclamati per editto, ripetuti ne' Codici, scolpiti su marmi, deposti ne' sacrarii di recondito Archivio (1), la cui particolarizzata esecuzione fattasi oggetto gelosissimo di Stato mise per varj secoli a tributo il sapere di tanti Matematici, destò le gare e le controversie tra tanti Ingegneri. Di qua avvenne, com'è ben noto, che la idraulica scienza andò grandemente debitrice dello sviluppo, del successivo incremento e dell'insigne progresso di sue discipline, agli studii fatti sulla nostra Laguna e su que' fiumi, i quali per tanti secoli la assediano senza poter soggiogarla e la vinceranno pur anco, ma solo a causa de' cambiati consigli (2).

Una fra le molte osservazioni da me fatte nell'interno di questo bacino ed esteriormente al lembo del suo perimetro, si è quella di una parziale Contro-corrente, col qual nome voglio indicare un corso di acqua con direzione opposta alla radente circolare marina che quivi passa dal Nord al Sud. Tale è l'argomento che oggi amo riferire a questo I. R. Istituto e sul quale mi permetto chiedere la vostra attenzione.

Non è già, o signori, e Voi ben lo scorgete, che questa Contro-corrente, per la sua entità e per la importanza che può attribuirvi la pratica navigazione, sia da paragonarsi a quelle osservate dal celebre navigatore Dampier al terminare del XVII secolo, nel Golfo del Messico ed in quello di Honduras (3); e molto meno ancora alle grandi Correnti Equatoriali (Gulf-Stream) degli Oceani, nel cui grembo (e questo è paragone di Humboldt) (4), quasi come fiumi ampj e giganteschi si spingono dall' Est all' Ovest, mentre altre correnti, che provengono dal polo, piombano in senso opposto su quelle, e gorgogliando spumanti a vicenda si rintuzzano e si confondono assieme. Di queste, la comun causa originaria è tuttora involta nell'incertezza delle ipotesi, onde vanno insieme con altri molti fenomeni, le cui ragioni sfuggirono fin' ora alle indagini de' dotti per cui si fan rispettare quai misteri della natura, ma la Contro-corrente che ho quivi osservata, al confronto di quelle, diventa umile. Essa, se non erro, ce ne lascia svelare la causa ond'è prodotta, in

guisa che potrebbe reputarsi di lieve conto, ma per altro non è tale, ove si abbia riflesso alle particolari condizioni ed alle topiche circostanze del nostro Golfo.

Abbenchè dunque questa Contro-corrente sembri un fenomeno di non grande rilevanza perchè quasi comune e sovente osservata in molti altri siti littorali di quest'Adriatico e degli altri mari (5), nulladimeno, a mio parere, considerata sotto altro aspetto, merita per noi qualche riflesso.

Vuolsi far caso del momento speciale in cui ci cadde sott'occhio, acciocchè le fantasie preoccupate non corrano con inconsiderato entusiasmo ad instituire delle argomentazioni fallaci tra le cause e gli effetti, traendone conseguenze lontane dal vero, anzi straniere affatto al subbietto; onde poscia si potrebbe venire ad irregolari applicazioni, le quali avrebbero relazione immediata colle vicende, cui la stessa Laguna di Venezia, nella parte sua media si vuole che vada soggetta per la recente immissione del Brenta, operatavi presso il paese di Conche nella parte inferiore della Laguna stessa detta di Chioggia.

Di questi effetti, quali essi sieno, e quali saranno per essere col progresso degli anni, circa l'influenza del Brenta sulla condizione avvenire della Laguna media, m'astengo ora di parlarvi; raccolgo invece il mio dire alla storia dell'osservazione da me fatta, e vi esporrò gli studj che su di essa, per mio istituto, per curiosità ed anche per esercizio, mi piacque fare.

Nel mese di Maggio del decorso anno 1840, per disposizione superiore ebbi ordine di recarmi alle parti media ed inferiore della Laguna con incumbenza appunto di esaminare, e riconoscere quali tendenze indicassero, e quali direzioni sembrassero prendere le acque fluviali e marine dopo la ricordata introduzione del Brenta nella Laguna inferiore o di Chioggia, per poter quindi dedurre quale e quanta parte aver possano gli eseguiti tagli alla villa di Conche, riguardo alla successiva condizione della Laguna media, e del porto di Malamocco.

Mi venne dato a compagno un Tenente di fregata, e con esso lui un Cadetto de' marinai: prendemmo a guida un pratico valligiano pescatore, difficile essendo, per chi non nacque e sia vissuto in quelle Oasi, girare fra

di esse, percorrere quegli acquosi labirinti ed uscir quando piaccia da quelle mute solitudini. La nostra escursione durò tre giorni e due notti, tempo da noi impiegato in continui rilievi ed osservazioni, a maggior esattezza delle quali, fatta conoscenza dello stato del Brenta, si tenne conto della vicenda delle maree, e del variare del vento che in quella stagione suol con frequenza cambiar direzione.

I risultamenti di quella missione vennero raccolti in specificato Rapporto prodotto poscia all'autorità committente il giorno 18 del predetto mese di Maggio.

Mentre, per obbedire alle dateci istruzioni, andavamo vagando per quelle estesissime valli, e di canale a lago, da basso fondo a dosso, e da barena a palude passando, stavasi ad osservare la forza delle acque che più per intumescenza e per gonfiamento, che per corso determinato e regolare, andavano a spargersi, ed innalzarsi su quelle superficie, o se ne allontanavano decrescendo, secondo il vario potere e la contraria azione del flusso o del riflusso, ci avvenne d'osservare che il poco dolce, cui sembrava sentire il palato in quell'acqua, andava progressivamente minorando quanto più il nostro viaggio ci portava al Nord, o lontani dalla Laguna di Chioggia, a segno che, prima assai di toccar in vicinanza il Parti-acqua (6) de' due grandi canali Melison e Spignon, il dolce affatto perdevasi, e l'acqua ricompariva perfettamente salata, la quale osservazione avendo noi ripetuta e trovata conforme nei due opposti stati di alta e di bassa marea, riprendemmo il cammino di ritorno verso Venezia.

Ma inoltrati nel bacino interno del porto di Malamocco, e continuando, più per obbedienza agli ordini ricevuti che per nostra persuasione o per resto di dubbio, gli assaggi dell'acqua attinta a varie profondità, rimanemmo a prima giunta sorpresi di trovarla sensibilmente mista con la dolce, e di conoscere che la mistura più aumentavasi e facevasi notevole quanto più alla bocca del porto medesimo ci accostavamo; soffiava allora un moderato vento di Sud-Sud-Ovest. Il sospetto che quell'acqua dolce giungesse nel bacino dal canal laterale di Poveglia, che serve d'interna comunicazione tra il porto di Malamocco e quello di Chioggia, non si poteva ammettere, poichè le osser-

vazioni del dì avanti ci avevano convinti che, anco in istato d'alta marea, la presenza dell'acqua dolce appena appena si poteva notare oltre la chiesa di San Vito, cioè al di là del Parti-acqua verso la laguna di Chioggia; senza che in quel momento avevamo dietro a noi lasciato da ogni verso per oltre due miglia di strada, ove l'acqua ovunque era purissima di mare. Queste particolari circostanze, il processo regolare delle fatte osservazioni, il fatto che ci stava sott'occhio, nessun'altra idea suggerire potevano, nessun altro ragionevol sospetto farci entrare in pensiero, se non che quell'acqua dolce, non dalla interna Laguna, ma invece dall'esterno mare potesse provenire.

In quell'istante d'indecisione ci raggiunse con la sua barca il pilota di Malamocco, che udito il dubbio riguardo alla provenienza di quell'acqua dolce, ci ragguagliò tosto quella non essere nè novità nè stravaganza; anzi essere cosa conosciuta, ma però rimasta sempre nel numero delle tante cognizioni locali proprie a'soli pescatori, ed a coloro che menano la vita girovagando per que'*paraggi*: che il preteso fenomeno era originato da una Contro-corrente littorale, per cui le acque dei fiumi posti al Sud, ovvero sottovento al porto medesimo di Malamocco, quali sono il Po, l'Adige e la foce di Brondolo, rasentando il littorale, passano davanti al porto' e si stendono al Nord di esso fino a che, rintuzzate dalla radente marina, si confondono con quella oltre il paese di Malamocco, e presa la direzione risultante dal componimento delle due opposte, entrambe in una sola al largo spingonsi per seguire il moto circolare radente le spiagge del golfo. Feci memoria dell'avuta notizia, e credei accennarla anco nel Rapporto fatto alla Autorità dalla quale ho l'onor di dipendere, tenendo in me il proponimento di volere intorno a questa Contro-corrente in particolar modo occuparmi.

Diffatti non ho tardato a fare nuove indagini locali che mi fruttarono più estese notizie sulla stessa singolare Corrente. Seppi: 1.° Ch'essa in fatto esiste, che non è costante, ma interpolata o variabile. 2.° Che regna e si fa più sensibile nella stagione estiva, in cui sogliono dominare i venti australi, e quello giornaliero di Sud-Sud-Est, che i marini, con voce loro, qui chiamano *Imbatto*. 3.° Ch'essa si attenua e quasi per intiero sparisce al soffiare de'venti di Nord. 4.° Che quasi mai la si osserva nella stagione invernale.

in cui questi venti stessi spirano con insistenza, ed anche per varii giorni imperversano. 5.° Che in calma di vento, qualunque siasi la stagione, corre verso il Nord. 6.° Che in estate la si rende infesta ed importuna alli pescatori di sardine *(Clipea spratus Linn.)*, i quali per coglier frutto dalle fatiche loro devono evitarla, allontanarsene, e sono perciò costretti sovente con qualche pericolo, di tenersi più al largo in mare ove l'acqua essendo puramente marina, offre soggiorno ed esca a quel pesce che si fa comune al desco del signore, come a quello del servo.

Ma queste pratiche avvertenze non valsero a togliere la brama di più intrinseche investigazioni. Bisognava conoscere la realtà e la velocità di questa Contro-corrente, e le leggi ond'è regolata; la larghezza della zona sopra cui si distende; la profondità alla quale è ancora sensibile; se essa sia più vivace al largo od in vicinanza al littorale, se in qualche modo contribuisca o no ad accelerare od a ritardare il cammino del naviglio, quando entra od esce dal porto; quali effetti faccia su di essa il moto periodico del mare, cioè la marea montante, o la decrescente, e se ad una più che all'altra ne favorisca o ne rallenti il corso; se dopo i tagli di Conche abbia o no acquistata maggiore energia, e se sia o no più grossa e rigogliosa; se ed in quali circostanze rechi seco torbide fluviali; fin dove queste si dilatino, si espandano, e se per avventura accrebbero dopo l'accennata vicenda, cui soggiacque la laguna. Infine bisognava indagare e conoscere la causa locale produttrice di questo fenomeno, onde poter in appresso da fatti certi e bene verificati fondatamente dedurre quelle conclusioni che tornar possano a vantaggio de' naviganti, e sieno altresì di utilità in quanto valgano forse ad aggiungere alcun nuovo cenno a guida delle grandi opere per Sovrana munificenza intraprese a sistemazione del porto di Malamocco.

E siccome penso che, ammessane la realtà, ov'io giunga con ordinato modo e sodo criterio a scorgere ed a svelare la causa locale onde ha origine e da cui è mossa questa Contro-corrente, ch'è l'ultima appunto delle quistioni che mi sono proposto, aver potrò, quasi per corollario, schiarimenti sopra alcuni quesiti raccolti nella tediosa lista che or ora vi ho letta, così a questa indagine intendo di dar preferenza.

Chi ha pratica dell'andamento di queste nostre spiagge marittime, conosce che nell'intervallo tra la foce del Piave, e le bocche del fiume Po, nel cui mezzo distendonsi le lagune di Venezia, ivi è un seno che non esisterebbe, od esisterebbe meno inoltrato fra terra se i fiumi Brenta e Bacchiglione avessero continuato il loro corso naturale, e se l'arte, come osserva Bernardo Trevisano (7), non si fosse opposta contrastando per tanti secoli i suoi diritti e le sue tendenze alla natura, noto essendo che le acque de' fiumi più o meno recano torbide le quali via via deponendo, per la reazione del mare, innalzano progressivamente gli estremi tronchi de' fiumi stessi, e secondo le circostanze locali innalzano più ancora le foci, a segno di farle talvolta acclivi, onde poi, spingendosi in mare ed in quello inoltrandosi, fanno guadagnare terreno ed aggiunte al continente.

Ed in questo seno medesimo io reputo trovarsi la causa da cui ha origine la Contro-corrente di che v'intrattengo. La profondità di esso seno è di circa dieci miglia geografici o marini, calcolata da una linea immaginaria che passi da' bassi fondi di Piave a quelli del Po. La radente del golfo, contrastata nel suo corso dallo sporgente subacqueo di Piave, fa a quella punta un vortice, ma alquanto si discosta e va al largo; ingolfa quindi, ma con alquanto minore vivacità nel seno che vi ho descritto, vi depone le torbide de' fiumi che vengono dal lato di Nord e giunta al Delta di Po, in quei bassi fondi alla punta detta della Maestra, incontra altro obice che la ributta, ed al largo la spinge: ecco dunque come di necessità in questo seno l'acqua, per esprimermi in termine marino, fa *molente*, tanto più osservabile in quanto a procurare questa, quasi direi, sosta o ristagno, ed a minorare il deflusso, non poco a parer mio contribuisce la ripetuta *radente* che più rigogliosa trascorre presso la linea immaginaria, di quello che faccia nelle vicinanze de' lidi. Le acque fluenti da alcune bocche di Po, fra cui dalla foce maestra che si apre dirimpetto al Nord-Nord-Est e che, quando il fiume sia gonfio, si fa strada nel mare per qualche miglio al largo, quelle dell'Adige a Fossone, e le altre della foce di Brondolo, trovando un contrasto in senso perpendicolare alla direzione loro, ed altro alla destra negli scanni di Po e nell'accennata punta di Maestra, che s'innalza alla loro sinistra, per cui sono trattenute e difficultate

di correre al Sud, si estendono invece, e diffondonsi al lato opposto, ove trovano minor opposizione, entrando nel seno stesso di cui lambiscono i lidi, fino a che vengono soverchiate da forza maggiore; lo che, come dissi, ha luogo oltre il paese di Malamocco. Vediamo dunque questo veneto seno, nella di lui intima e più interna parte fatto ricettacolo delle torbide che provengono costantemente dai fiumi posti alla sua destra, e dalle altre che in certi tempi da quelli di sinistra derivano.

E questo fenomeno della Contro-corrente sembra favorito anche da altra circostanza pure locale, che io ravviso nella disposizione delle propinque coste italiane, le quali mentre dal lato Nord di questo seno tendono ad Ovest-Sud Ovest, dall'altra parte, oltrepassata appena la sacca di Goro, piegano verso il Sud; laonde il regolare movimento della radente soffre altra vicenda di deviazione, di che appunto ne fanno prova gli effetti tristissimi, e lo stato sempre più infelice della ripetuta Sacca, ormai interrata dalle torbide che vi lascia il ramo di Po detto di Goro.

Posto un tale principio, nel quale sempre più mi raffermo, se faccio caso di quanto espone il celebre Abate Zuliani riguardo gli effetti derivanti dall'urto reciproco delle correnti fra loro (8), e se pongo mente al sentire d'uno studioso francese, l'ingegnere Lahitau, che durante l'assedio di Venezia, in Marzo dell'anno 1814, scrisse con molta franchezza sui porti marittimi del regno d'Italia (9) coll'intendimento di contrastare alcune massime sistematiche, cui il concorde parere de' saggi, fino dal 1807, attribuiva carattere e vigoria d'incontrastabili aforismi, e che da altri saggi ottener più tardi, col suggello di unanime consentimento qual meritavano, che ne venisse approvata ed eseguita l'applicazione a vantaggio del porto di Malamocco, io lascierò alla vostra perspicacia, o signori, il pronunciare se nell'opinione ch'io porto, fondata nelle ricerche per me instituite, e nella conclusione che ne deduco, io abbia colto nel vero, od invece se dal vero io mi sia allontanato.

È oramai tempo che io renda note le risultanze delle fatte verificazioni. Tollerate, vi prego, la lettura di quest'altro brano di Memoria che credo essere di qualche importanza per le ragioni e pei fini precedentemente indicati.

1.° La Contro-corrente marina, che impresi ad osservare, sarebbe continua

se non vi si opponessero, con preponderanza di azione, i venti settentrionali che la rendono interpolata, ed incostante: durante la calma, in qualunque stagione, corre al Nord.

2.° Essa è rigogliosa e piena ne' mesi di Maggio, Giugno, Luglio fino alla metà di Agosto, periodo nel quale soffiano d' ordinario i venti da Sud-Est a Sud-Ovest, ovvero da Scirocco a Libeccio.

3.° Manca di forza e di velocità nei mesi di Gennajo, Febbrajo, Marzo, Aprile, seconda metà di Agosto, Settembre, Ottobre, Novembre, Decembre, quando dominano li contrarj venti da Ovest a Nord-Est, da Ponente a Greco, i quali la rintuzzano o la rispingono al Sud.

4.° Si estende occupando una zona di circa tre miglia, misurata dalla spiaggia, che però varia secondo le molte accidentalità presentate dall' andamento di essa e dalle fortuite condizioni meteorologiche.

5.° Anche gli esperimenti operati col galleggiante semplice e composto, diedero per risultato che la velocità di questa Contro-corrente varia al variare de' venti, ed è strettamente legata alla maggiore o minor forza di essi, ciocchè serve di conferma a quanto sul proposito ho ancora accennato. Percorre sovente, alla superficie, quasi mezzo miglio e talvolta oltre due miglia all' ora.

Negli strati inferiori corre con alquanto minore velocità, che il galleggiante composto fa conoscere: pensai però che non importasse saperne i varj gradi a mezzo di calcolo.

6.° La profondità di questa massa di acqua fluviale mista va decrescendo quanto più si allontana dai bassi fondi di Po, in guisa che davanti il paese di Malamocco si riduce ad un lieve strato superficiale, che l' acqua di radente travolge seco e seco al largo conduce; anco la salsedine marina va crescendo nella medesima ragione.

7.° Quando soffiano i venti foranei, ovvero del Sud, questa Contro-corrente si gonfia presso la spiaggia, e presenta effetto opposto, se i venti soffiano da terra, ovvero vengano dal Nord.

8.° Anco le correnti siderali o le maree contribuiscono, per parte loro, ad alterare il movimento di questa Contro-corrente. Ne' mesi invernali, al soffiare de' venti di Settentrione e nel periodo delle alte maree, quest' acqua

rimonta e s'insinua fino oltre mezzo il canale della foce maggiore di Malamocco; ma da Maggio a mezzo Agosto, favorita da' venti dominatori di Sud. e nelle sizigie giunge, durante il flusso, con molta energia fino al porto, ne penetra il varco e lo oltrepassa ancora al di fuori, come ho detto da prima.

9.° Allorchè i fiumi detti di *Sotto-vento* sono in piena, l'acqua proviene molto torbida, e seco trae ramoscelli e foglie, cresciuti sulle rive del Po e su quelle dell' Adige, e non è raro il caso in cui ne compariscano nel campo interno del porto.

10°. La presenza dell' acqua dolce, oltre che pel colore e pel gusto, è altresì comprovata da altra grave ed importantissima circostanza, cioè dalla qualità del fondo a destra del porto, che quanto più si allontana dalla foce tanto più comparisce cretoso e stratificato di limo fluviale.

11.° L' industria paziente e diligentissima del marinaro vuol trar profitto, quando il possa, dal potere di questa Contro-corrente, che in molte circostanze favorisce il cammino del suo naviglio nell' entrare o nell' uscire dal porto, e qualche volta invece ne produrebbe gravi imbarazzi e disordini se accorte antiveggenze ed istantanei ripieghi non riuscissero a superarne la contraria influenza. Questa pratica è nuova prova della energia che adopera negli strati inferiori la Contro-corrente medesima, come dissi, riconosciuta anco col galleggiante composto.

12.° Volli instituire qualche paragone di approssimazione tra la velocità della radente litorale marina e quella della Contro-corrente, e trovai che se questa è favorita da circostanze acceleratrici, misura *ad maximum* oltre due miglia all'ora; la prima, posta ad eguali condizioni, secondata cioè da gagliardi venti e dal riflusso, percorre invece circa tre miglia in egual tempo: la radente dunque, a dati pari, prepondera sensibilmente sull' altra (10).

13.° Non si è peranco avvertito se, relativamente al porto di Malamocco, dopo i tagli del Brenta al paese di Conche, e dopo che quel fiume esce dal porto di Chioggia, siano avvenuti dei cambiamenti riguardo al movimento di quell'acqua, e riguardo alle torbide delle quali abbonda sovente; i miei esami sono posteriori a quell'avvenimento. (11) Bisognerà ancora osservare ed attendere lezione dal tempo. Frattanto si hanno relazioni dai pratici che la

foce dell'anzidetto porto di Chioggia, va sensibilmente portandosi più all'Est-Sud-Est, prendendo una direzione più retta e più facile. Sembra dunque che quanto più andrà incassandosi il corso del fiume fra i bassi fondi ed i dossi della laguna, tanto più l'apertura di quella foce migliorerà condizione, se altre circostanze locali non vi si opporranno; e siccome da cause simili ne conseguono effetti di eguale natura, avremo per ragione di analogia in qualche modo un lontano presagio sul futuro avvenire del porto stesso di Malamocco, quando siane regolata la bocca.

14.° Posso però asserire, anco per le deposizioni de' pratici ch'ivi dimorano, che il progresso del lavoro alla diga di Nord o degli Alberoni, produce rimarcabili commovimenti delle acque presso il soprammentovato porto di Malamocco.

Di fatti lungo il canale della gran foce si osservano vortici, e *scontri* d'acqua non prima colà veduti, cui i piloti danno il nome di gruppi di *Ligazzi* i quali ostano al corso de' bastimenti e si estendono per la lunghezza di circa 1000 metri, fino quasi all'estremità del tronco curvo della diga nell'interno bacino, ove giunti, si spianano lasciando le correnti tranquille.

Qui hanno termine i rilievi da me fatti, e che ho in animo di continuare.

Ho parlato di un movimento parziale di mare, tenue è vero, ma se ben veggo molto influente all' odierno stato, ed al successivo destino di queste nostre spiaggie e della laguna che vuolsi chiamare Estuario. Tal movimento altrui forse ora non sembrerà molto importante: mi permetto però di osservare che le più umili e le da prima meno considerate perturbazioni del mare, continuando con azione costante, possono ingigantire gli effetti, e con lo scorrere del tempo portare alterazioni e differenze sensibilissime nell' andamento delle spiaggie, e nell' aspetto de' continenti lungo i quali si distendono, e ciò molto più se vi contribuiscano altri particolari avvenimenti meteorologici: allora possono succedere, come ancora successero, parziali rovesci, dei quali il geologo ne scorge ovunque le antiche traccie e gl' indizii più certi. Il vulcano sottomarino di *Meleda* che

pel sordo fremito, pe' tuoni remoti e sepolti, incute raccapriccio, fa vacillare incerto il piede su quel suolo infido rendendo quell' isola soggiorno di sterilità e di squallore (12): le isole paralelle alla costa dalmatica, dalla quale per antichissimi cataclismi sembrano distaccate; gli scogli e le isole de' quali è seminato l' Egeo, e sono d' imbarazzo all' Arcipelago, senza ricordar altri siti, accusano antichi sovvertimenti, la cui cagione prima si deve forse ascrivere alle irruzioni degli oceani, già innoltratisi fin oltre il Caspio, quindi alli traripamenti, ai rigurgiti de' mari mediterranei, alle posteriori emersioni, all' impeto ed all' azione delle correnti (13).

Noi stessi esaminando il fondo di questo golfo, col portare riflesso alle disposizioni sabacquee di esso, possiamo sospettare qual sia per essere nei secoli avvenire la successiva condizione di questi ultimi recessi dell'Adriatico mare. La natura spesso lenta, ma instancabile e sempre efficace nelle sue operazioni, ad esempio dello Skerki tra l' Africa e la Sicilia (14), apparecchia un dorso, che riconobbi dalla bocca di Sdobba od Isonzo sul margine italiano, fino alle opposte spiagge dell' Istria, il quale ora non è osservato da' naviganti, ma che col progresso de' secoli forse s' innalzerà come lido attraverso il piccolo golfo di Trieste (15): I banchi di *Cortelazzo* paralelli alla costa del Friuli, già notati sulle Carte marine, ed in varj casi pericolosi alla navigazione, fanno base ad una zona che mostra accrescere e sempre più innalzarsi. La mente occupata in queste considerazioni immagina analogie di confronti, e dalla vista del presente, dall' aspetto dell' avvenire, ardisce formare ipotesi sull' antica condizione del suolo che calpestiamo, e sui massimi cataclismi a' quali andò sottoposto ne' secoli di cui non conosciamo il principio.

Pure la esistenza della Corrente littorale in questo golfo, che chiamo anche Radente, venne posta in dubbio dal rinomato Jacopo Filiasi che la dice niente certa e non provata. (16) Ma invero se il Sabadino, altra volta da me nominato, ne ha fatta parola nel secolo XV (17); se dopo lui ne scrisse il Mantovani, e più esplicitamente il celebre Montanari, com' ebbe a ricordare in una sua Dissertazione il chiarissimo Ingegnere Emilio Campi-Lanzi, (18); se il cosmografo padre Vincenzo Coronelli ne lasciò cenno a pag. 81. 82.

parte prima dell Opera: *Specchio del mare*, pubblicata l anno 1698: e prima ancora Isacco Vossio a pag. 28 del libro: *De motu marium et ventorum*, ed anche il digionese Morisot nella voluminosa sua opera: *Orbis maritimi* ecc. pag. 650. e seguenti: se il rinomato Bernadino Zendrini la riconobbe (19); se ne favellarono il Bianchi e lo Stratico, ricordati dall' Olivi nella sua Zoologia Adriatica (20); ed appo questi se fu rammentata ancora dal nostro Dalla-Decima, dal Lichtenthal, dal La-Bèche e da tanti altri dotti (21) a' quali mi piace metter dopo un Vincenzo di Luccio, uomo di mare che sulle Correnti di questo golfo stesso nel 1798 pubblicava un Trattato ed anche una gran Carta in venti fogli (22): se il pratico marinaro ne trae profitto viaggiando lungo la costa italiana, quando esce dal golfo, o tenendo all opposta sponda liburnica allorchè vi rientra: se il moto circolare delle acque ne' mari è generalmente riconosciuto ed ammesso dopo le recenti investigazioni del Wollaston, e del Capitano Beaufort anco nel vicino Mediterraneo, ed allo Stretto di Gibilterra (23) di cui tengo l esattissima Carta 1808 del pilota Ignazio Reiner, nocchiero dello Scooner inglese il Pacifico, sulla quale, con meravigliosa ed esemplare esattezza, le due opposte Correnti veggonsi delineate a segni convenzionali, con tutte le anomalie, i vortici e gli scontri d' acqua cagionati dalle stesse Correnti superiore ed inferiore, e dalle altre circostanze particolari a quel classico varco (24): se il fatto me ne convince, se presso noi ne conosciamo gli effetti dallo sorger dei banchi, dall' andamento degli scanni, dall' inflessione delle foci de' porti, come potrei negarne l esistenza, l' efficacia, e lasciarne inosservate le successive conseguenze? Ciò per altro non mi fa stupire: v' è chi perfin nega il progressivo innalzamento delle acque marine, ossia della comune alta marea, anco in questo Adriatico: pochi giorni addietro fu con me un ingegnere francese di Narbona, che viaggiava a spese e per conto di un altro Ingegnere di Tolosa, il quale mostravasi tenacissimo in tale avviso, e neppure ammetteva il parere del Padre Boscovich che per combinare le variazioni ove d' abbassamento, ove d' innalzamento nel livello del mare, ne ascriveva la causa a locali sollevamenti e ad avvallamenti della superficie terrestre: (25): era inutile ragionare seco lui a questo proposito, egli teneva sua opinione come cosa passata in dogma scientifico: ond' io altro

non feci, senza nominare il Filiasi, tacendo di altri ed anche delle scoperte e delle osservazioni da me fatte a Venezia nell' antichissima Chiesa di San Daniele, nell'altra egualmente antica di Santa Giustina, al lembo orientale dell'isola detta delle Vergini ed altrove, (26) se non ch' esortarlo a leggere alcuni scritti in quest' argomento pubblicati dal Nestore nostro Angelo Zendrini, ed una Dissertazione del Campi-Lanzi (27), ne' quali troverà ragioni luminose e solenni per cambiare di credenza; ma quegli era troppo tenace nel suo parere, e nelle escursioni da lui fatte per la nostra Italia in cerca di sapere si passava leggermente sopra i fatti, e come instabile farfalla, delibava alcuni fiori a noi indigeni, trascurando forse i più eletti (28).

Ma troppo ormai mi allontano dall' argomento che ho impreso a trattare. La smania delle predizioni, al pari di tante altre umane debolezze, solletica più che non sembra, ed io mi vi lasciai sedurre, dimenticando che troppo abusava della cortese vostra tolleranza.

Ho poste in iscritto queste povere mie osservazioni sulla Contro-corrente littorale marina che si distende dalle Dune del Po al paese di Malamocco; io le assoggetto ai saggi riflessi degli altri Membri di quest' I. R. Istituto. Spetta alla maturità de' vostri consigli, o signori, il pronunciare se sieno di qualche peso, se meritino star unite alla numerosa serie di tante altre relazioni e di tante notizie, che abbiamo sulla laguna e sui lidi di Venezia, e se nelle attuali circostanze in cui scosso il torpore di tanti anni si dà corso con virile dignità, e con fermezza di deliberazioni a misure radicali e decisive pel porto di Malamocco e pe' veneti fiumi, possano esse in qualche parte tornar utili ne' successivi studj che vogliono esser fatti su quelle importanti e solenni imprese, e possano altresì aggiungere un qualche piccolo lume a guida del grande assunto qual è quello di ravvisare e di riconoscere le difficoltà che possono in que' grandi lavori affacciarsi; di conoscere la importanza dei timori, e la misura delle speranze che ragionevolmente si ponno avere, e concludere infine sugli effetti che la scienza predice, e dei quali co' canoni suoi ella si è fatta assolutamente garante.

Tale è lo scopo cui tendono le mie applicazioni: dolevami restare in questo punto silenzioso, nè volea dirmi affatto inerte e disutile in tanta generale

operosità, ed apparir freddo ed insensibile verso la munificenza sovrana che mi ha contro ogni merito favorito e beneficato. Ho fatto poco, ma se questa tenue opera mia non è quale avevate diritto di aspettarvi da un Ingegnere, ravvisatela, prego, sotto altro aspetto, sotto quello, cioè del buon volere, e lasciata ogni altra distinzione, tenetemi in conto di buon veneziano

(*Letta l'8 Agosto 1841*)

NOTE

(1) *Discorsi di Cristoforo Sabbadino sopra la Laguna di Venetia M. S.* — *Aricordo dato per mi Cristophoro Sabbattino Inzegner e protto dell'Offitio delle acque per levar il resto delle fumare della Laguna M. S.*

Risposta del Sabbattino a tre Scritture separate del Magnifico M. Alvise Cornaro che trattano molte cose in questa materia della Laguna M. S.

Questi scritti sono posteriori all'epoca 1552, in cui il Sabbadino aveva dati li suoi *Aricordi* sulla diversione de' fiumi dalla Laguna verso Tramontana.

In proposito di queste opere e singolarmente de' suaccennati *Discorsi*, scrive il benemerito Abate Cristoforo Tentori, nella introduzione alla *Dissertazione della Legislazione Veneziana sulla preservazione della Laguna* a pag. 3 e 4

Quest' opera fu stimata degna di tanto pregio, e di sì manifesta utilità ed importanza che, ricopiata con ogni nitidezza, fu a totale sicurezza collocata nell' Archivio Secreto della Repubblica e le fu posta in fronte la seguente latina Inscrizione.

NE
SCRIPTA · AETERNA · DIGNA · MEMORIA
CHRISTOFORI · SABBADINI
INCERTI · AQVARVM · MOTVS
VATIS
IPSIVS . NEPTVNI
INTERPRETIS
DELERET . OBBLIVIO
HIERONYMVS · FVSCARENO · PETRVS · QVIRINO
PETRVS · CONTARENVS
EXECVTORES
SINGVLARI · SAPIENTIA
SVMMA · PRVDENTIA
EXIMIA · VIRTVTE
AMPLISSIMI
SENATVS · LVSTRATIS · INCLITAE - VRBIS · SACRATIS
MVRIS
ANNO M.D.C.XXX.III
MVLCTARVM · AERE
IN · DIGNIOREM · FORMAM · REDIGI
ET IN · SANCTIORI · REIPVBLICAE · ARCHIVIO
LIBERALI · DECRETO · REPONI
IVSSERE
OPTVMAE · IN . PATRIAM · VOLVNTATIS
IMMORTALE · MONVMENTVM

STEPHANI CONTARENO EQS I V D
Observantiae Monumentum.

Per conoscere senz'altro come, in proposito della Veneta laguna, pensava Cristoforo Sabbadino, basta leggere il seguente Sonetto da lui medesimo scritto, e che fu più volte stampato.

SONETTO

Quanto fur grandi le tue mura, il sai,
Venetia, or com' esse s' attrovin, vedi,
Che se al bisogno tor tu non provvedi,
Deserta, e senza mura resterai.

Li Fiumi, il Mare, e gli Huomini tu hai
Per inimici, il provi, e non lo credi,
Non tardar, apri gli occhi, e muovi i piedi,
Che volendolo poi far not potrai.

Scaccia i Fiumi da te; le voglie ingorde
Degli uomini raffrena, e poi dal Mare
Rimasto sol, sempre sarai obbedita.

Deh non aver le orecchie al tuo ben sorde,
Perchè con gran ragion posso affermare,
Che il ciel ti diè nell' acque eterna vita.

Ecco il famoso Editto dettato dal celebre Gio. Battista Egnazio, prete della Chiesa di Santa Marina, morto l'anno 1553 a' 27 giugno, oppure ai 2 o 4 di luglio, come leggesi a pag. 341. Volume primo: *Delle Inscrizioni Veneziane* raccolte ed illustrate da Emanuele Antonio Cicogna. Venezia 1824

VENETORVM
VRBS
DIVINA · DISPONENTE · PROVIDENTIA
ACQVIS . FVNDATA
ACQVARVM · AMBITV · CIRCVMSEPTA
ACQVIS . PRO · MVRO · MVNITVR
QVISQVIS . IGITVR
QVOQVO · MODO · DETRIMENTVM · PVBLICIS · ACQVIS
INFERRE · AVSVS · FVERIT
ET · HOSTIS . PATRIAE · IVDICETVR
NEC · MINORI
PLECTATVR · POENA
QVAM · QVI · SACROS · MVROS · PATRIAE
VIOLASSET
HVIVS EDICTI · IVS · RATVM · PERPETVVMQVE
ESTO

Quale fosse la solerzia del severissimo Magistrato alle Acque ne' tempi della Repubblica e quanta la pubblica gelosia riguardo alla preservazione della Laguna, sempre in analogia al sistema dell'adottata ed ese-

gatta diversione de' fiumi, ne porge documento l'altra iscrizione dell'anno forse 1633 ch'esisteva nella stanza di quel Magistrato, ed ora leggesi nella Sala delle Sedute presso l'I. R. Direzione delle Pubbliche Costruzioni in Venezia.

VT · AQVARVM · IMPERIVM
RELIGIONE · ET · CONCORDIA · QVAESITVM
ATQVE · AESTVARIA
HAEC · LIBERTATIS · SACROSANTA · SEDES
VRBIS · VELVTI · SACRA · MOENIA
AETERNVM · CONSERVENTVR · AERE · PVBLICO
CVRATORVM
DILIGENTIA · ET · SEVERITATE
AMNES
ELIMINATI · COERCITI · DIVISI · ALIO · TRADVCTI
IPSIQVE · MARI · ET · LITORIBVS · IMPOSITAE · LEGES.

La esclusione delle acque dolci dalla Laguna venne la prima volta proposta con la Parte 8 novembre 1391, confermata poscia con Decreto del 1416. — Vedi Zendrini *Memorie storiche delle Lagune di Venezia, ecc.* Tomo I, pag. 68. 69 ed 86, qui in seguito ancora citato.

E giacchè qui si sono ripetute altre iscrizioni, non sarà discaro leggere anco la seguente, fatta porre nel 1751 alli Murazzi di Pelestrina da' Savj ed Esecutori alle Acque.

VT · SACRA · AESTVARIA
VRBIS · ET · LIBERTATIS · SEDES.
PERPETVVM · CONSERVENTVR
COLOSSEAS · MOLES
EX · SOLIDO · MARMORE
CONTRA · MARE · POSVERE
CVRATORES · AQVARVM
ANNO · SAL · M · D · C · C . L · I
AB · VRBE · CONDITA · MCCCXXX.

(2) Il fiume Brenta venne rimesso nella Laguna inferiore detta di Chioggia nell'anno 1840, con due tagli presso il paese di Conche traverso l'argine di conterminazione di essa Laguna, in forza del Decreto 15 dicembre 1839.

(3) *Traité des Vents alisés généraux, ou règles des Vents frais, de Mer et de Terre, des Tempêtes, des Saisons de l'Année : des Marées, et des Courants, de toute la zone torride. Par le S^r Dampier Capitaine sur Mer.* Amsterdam 1701 pag. 96.

(4) *Résumé d'un cours élémentaire de Géographie Physique. Par I. V. P. Lamouroux D. E. S Troisième Édition, etc.* — Bruxelles 1838, pag. 157.

(5) Vedasi *Marieni Portolano del mare Adriatico* — Milano 1830, pag. 6 e seg. e pag. 16. —

Lecoq. Éléments de Géologie et d'Hydrographie. Paris 1839 — pag. 57.
La Bèche: Manuel Géologique. Bruxelles 1837; al titolo Courants — pag. 79.

(6) *Partiacqua.* Si dà questo nome al sito o linea trasversale alla Laguna, ove le acque fluenti dai due porti vicini, si fermano nel momento del flusso, giungono a toccarsi, si combaciano a quel vertice, senza confondersi e da cui poscia allontanandosi, durante il riflusso, retrocedono verso i due porti pe' quali erano entrate.

Il *Partiacqua*, ossia il tocco delle due acque, si determina sempre, e succede in queste Lagune, a maggior distanza dal porto più ampio de' due vicini, imperciocchè le acque di esso, entrando per un più aperto varco, quindi in maggior copia e con più vivace corso, innoltrano alquanto più entro laguna in confronto delle altre acque provenienti dal più ristretto porto.

La Laguna di Venezia, che per lunghezza si estende dall'alveo del Piave verso Nord, fino a Brondolo verso il Sud, e per larghezza dai lidi al margine continentale, per la veneziana Legislazione che la riguarda, s'intende divisa in tre grandi Sezioni, cioè: *Laguna superiore* dall'alveo di Piave al *Partiacqua* presso l'isoletta di S. Giacomo di Paludo, e vi sono compresi li due porti di S. Erasmo e de' Treporti: *Laguna media* dallo stesso *Partiacqua* di S. Giacomo all'altro *Partiacqua* presso il paese littorale di Pelestrina innaffiata da' due porti di S. Nicolò o di Venezia, e da quello di Malamocco: *Laguna inferiore* dal ridetto *Partiacqua* di Pelestrina fino a Brondolo, la quale comprende il solo porto di Chioggia.

Diversa dalla divisione longitudinale è la divisione laterale di essa Laguna che si chiama *Laguna alta*, ove esistono le barene sulle quali l'acqua del mare non sempre si diffonde, ed è la più vicina alla terraferma. *Laguna media* si dice quella ingombra di bassi fondi e di paludi, su cui però l'acqua ordinariamente perviene, e più o meno la innaffia. Per *Laguna bassa* s'intende la parte prossima ai lidi, ove la navigazione è sempre libera ed i canali sono ampi e profondi.

In questo senso di latitudine, evvi una seconda divisione, pure accennata dalle venete Leggi che distinguono per *Laguna viva* quella parte vicina ai lidi, ov'è più corso d'acque, maggior movimento delle correnti, e più grande profondità de' canali; chiamano poi *Laguna morta* l'altra parte, che dai paludi e dalle barene s'estende fino al continente, in cui poca è la profondità, e lento il moto delle acque, obbligate ad insinuarsi per stretti rivoli, per anguste vene, cui dan nome di *Ghebbi*.

In questa Memoria si fa uso, sovente delle espressioni *sopravento* e *sottovento*, riferibilmente alle foci dei porti. A notizia di chi nol sapesse giova avvertire che siccome i Borealì sono qui i venti predominanti e spirano alla sinistra de' nostri porti, da dove pure proviene e discende la Radente litorale marina, si è perciò chiamata *sopravento* la parte sinistra, e *sottovento* la destra de' porti medesimi.

(7) *Della Laguna di Venezia. Trattato di Bernardo Trevisan P. V. diviso in quattro parti.* La sentenza qui espressa, abbenchè da quell'Autore non pronunciata così assolutamente, pure si ricava dalla indole e dal contesto di quell'opera e singolarmente a pag. 107 e seg. nell'Edizione 1715, e pag. 99 e seg. nell'Edizione 1718.

(8) Abate Zuliani in una sua Dissertazione del 1795, coronata dalla Regia Accademia di Mantova, è citata da Jacopo Filiasi a pag. 206 dell'Opuscolo *Riflessioni sopra la Corrente Litorale del Mediterraneo e Adriatico.*

(9) *Examen détaillé de la situation des Entrées de tous les Ports du Royaume d'Italie sur la Côte de l'Adriatique depuis le Tronto jusqu'à l'Isonzo, et des effets des Travaux hydrauliques exécutés sur ses entrées. — Par Lahitau Ing.* Venise *le pr. mars* 1814. — M. S. in foglio di pag. 151.

(10) Sulla velocità ordinaria della Radente litorale, a mare in calma, non vanno concordi nè le relazioni de' marini, nè le osservazioni de' dotti. Geminiano Montanari la indica percorrere tre in quattro miglia ogni ventiquattro ore, ma questa osservazione, che egli praticava nell' anno 1681 presso il porto di Caorle, fu solamente incidentale, lo che si desume dalla lettura del suo scritto: *il mare Adriatico e sua corrente esaminata. Pensieri del dottor Geminiano Montanari, esposti in due lettere scritte al Cardinal Pietro Basadonna ed inserite nel volume IV della Raccolta degli Autori che trattano del moto delle Acque* — Firenze 1768 — pag. 66, 72, 73, 81.

All' opposto si vuole che lungo le spiaggie della Puglia, la stessa corrente littorale, faccia due ed anche tre miglia in un' ora, ma tale notabile differenza, che spesso anche lungo i nostri lidi s' incontra, conviene in parte attribuire alla disposizione subacquea delle spiaggie, all'andamento dei lidi, all'influenza dei fiumi ec. — Vedi *Marieni, Portolano del Mare Adriatico.*

Ignazio Prina, nel *Pilota Pratico alla Costa Occidentale dell' Adriatico* (Milano 1816, pag. 8) dice che, a mare in calma, con perfetta bonaccia, la corrente littorale, ossia la radente, percorre lo spazio di quattro miglia in ventiquattro ore di tempo, (qui forse egli sta all'autorità del Montanari), soggiunge poi, pag. 9, che ordinariamente la forza di essa è *d' un nodo*, ciocchè in termine marino significa un miglio ed anche due miglia all'ora, secondo che nella osservazione si adopri l'ampolla o clepsidra di mezzo minuto, o quella d'un quarto di minuto.

Questi nostri Piloti pratici e marini, a circostanze eguali, la conoscono più energica, e ne traggon partito in dirigere le loro corse.

Qui però intendesi paragonare solamente li due estremi del *maximum.*

(11) Si è indicata la immissione del Brenta nella Laguna inferiore o di Chioggia; ora è tempo di esplicare il perchè ciò siasi operato con due tagli al paese di Conche fra loro distanti circa 2000 metri.

Il Decreto 15 dicembre 1839. N. 12574 ordinò, in via di esperimento, la immissione del Brenta e del Novissimo in Laguna di Chioggia.

Il Brenta è un fiume che ha la sua origine nel Tirolo e scorre, con andamento più o meno tortuoso, più o meno regolato, fra mezzo a molte e diverse provincie; giunto finalmente al paese del Dolo, ivi, presa la denominazione di Brenton, si avviava prima d'ora alla Conca di Brondolo, e di là in mare; ma il giorno di martedì 28 aprile 1840, quelle sue acque vennero riversate nella Laguna di Chioggia al ripetuto paese di Conche, mediante l' inferiore de' due tagli. Il Novissimo è un aggregato di varie acque poichè in esso pervengono quelle del Naviglio detto Brenta e Brenta morta, erogate dalla Brenta, o Brenton mediante la Chiusa de' mulini del Dolo: vi giungono pure quelle del fiumicello Tergola e le altre ancora del Muson vecchio, convogliatevi dal taglio di Mirano, acque tutte che si uniscono al luogo detto Taglio della Mira, ove ha incominciamento l'alveo stesso di Novissimo, il quale, come il Brenton, cui negli ultimi tronchi scorreva quasi paralello ed a piccola distanza, prima d' ora dirigevasi alla Conca di Brondolo nel giorno di venerdì 28 febbrajo 1840 venne aperto per primo il nuovo taglio superiore, e quelle acque caddero nella Laguna di Chioggia.

(12) *Memoria fisica sul Vulcano sottomarino dell' isola di Meleda nel circolo di Ragusa, di* Antonio Luigi de Romanò, *già direttore delle fabbriche e de' lavori Idraulici dell' I. R. Marina, ecc. letta all'Ateneo Veneto il dì 10 gennaro* 1828. — Venezia 1828.

(13) Il Padre Vincenzo Coronelli nella sua Epitome Cosmografica con la data di Colonia 1693. pag. 250, parlando del mare Caspio dice: *ed il Padre Kirchero vuole che per meati sotterranei habbia col mare Negro corrispondenza.*

Nella *Storia Filosofica e Politica della Navigazione, del Commercio e delle Colonie degli antichi nel Mar negro*, Opera di Vincenzo Formaleoni, Venezia 1788, Volume primo, Prefazione pag. 18, l'Autore, appoggiato all'autorità di Diodoro Siculo scrive: *La Troade era stata poco prima* (dell'Impresa degli Argonauti) *il teatro d'un orrendo spettacolo. Il Mar Nero uscendo dalla bocca Cianea pel Bosforo nella Propontide, aveva innondato tutta l'Asia minore lungo le spiaggie, ecc.*

In proposito poi all'accennata antichissima comunicazione del Mar Nero o Ponto Eusino col Caspio, non chè alle irruzioni o straripamenti di que' mari mediterranei e fors'anco alle emersioni continentali, per cui rimasero l'un dall'altro divisi, veggasi l'Opera: *Coup d'Oeil Philosophique sur le Pays occupé par les Cosaques du Don. — Ancienne communication découverte entre la Mer Caspienne, celle d'Azow, et la Mer Noire, etc. par Antoine Louis de Romano membre de plusieurs Académies. — Vol.* 2, in 8.° *Milan* 1807; ivi oltre la Prefazione si legga il Volume primo che tratta unicamente della accennata scoperta, anzi a pag. 95, l'Autore precisa il sito della comunicazione da lui osservato con questi termini *C'est par des connoissances locales que j'ai pu reconnoître qu'il existe dans l'espace renfermé entre les collines de Malibachevoy et d'Ousaan.*

Veggasi anche l'erudita Operetta: *Villeggiature de' Bizantini sul Bosforo Tracio. Opera del Padre* Luca Ingigi *tradotta dal Padre* Cherubino Aznavor. — *Venezia* 1831, pag. 19 e seguenti.

(14) La Bèche: *Manuel Grologique* pag. 82.

(15) In circostanza di una missione riguardante interessantissimo argomento che per ordine Superiore mi tenne occupato in Trieste e luoghi vicini, buona parte degli anni 1832-1833.

(16) *Riflessioni sopra la Corrente littorale del Mediterraneo e dell'Adriatico.* — Opuscolo posto in continuazione alle « *Osservazioni sulle cause che possono aver fatto ritrovare nel secolo XII° in parte pregiudicata la Laguna, ecc.* — Opuscoli due dell'Autore delle Memorie storiche de' Veneti primi e secondi. *Venezia* 1820, — a pag. 217 l'Autore conclude. « *Non so se riuscito io mi sia a dimostrare colle osservazioni finora fatte che niente provata e niente certa è poi l'esistenza di una Corrente circolare che tutto giri e rigiri il Mediterraneo colle appendici sue, ecc.*

(17) Cristoforo Sabbadino nella di lui risposta a tre scritture separate del Magnifico M. Alvise Cornaro M. S. cartaceo del Secolo XVI, presso di me — pag. 23, così pronuncia: *Un'altra cosa anco è causa, che 'l non si augumenta il fondo di essa fusa* (foce del Porto di Venezia), *et è questa. Il continuo corso de l'acqua, dico quella de il Mare il quale continuamente score per riva, in queste nostre bande, e come se dice in garbino.*

(18) *Memoria sullo stato attuale della Laguna di Venezia del sig.* Emilio Campi-Lanzi inserita a pag. 91 e seg. del Vol. II. *Esercitazioni scientifiche e letterarie dell'Ateneo di Venezia.*—Venezia 1838.

In quanto alla Memoria del Montanari diretta al Cardinal Basadonna nel 1684 e citata dal Campi-Lanzi a pag. 95 del suindicato di lui scritto, essa trovasi inserita a pag. 329 e seg. nel Volume primo *della Galleria di Minerva ovvero Notizie Universali di quanto è stato scritto da' Letterati in Europa, ecc. Venetia* 1696, con questo titolo *Il Mare Adriatico e sua corrente esaminata e la naturalezza de' Fiumi scoperta e con nuove forme di ripari corretto. Pensieri del Dottor Geminiano Montanari espressi già tempo in due lettere alla gloriosa memoria dell'Eminentissimo sig. Cardinale Pietro Basadonna, et hora pubblicate a comun beneficio. Opera postuma* pubblicata da Lorenzo Bacchetti P. P. di Medicina teorica in Padova, e da lui dedicata a Girolamo Basadonna Procuratore di S. Marco.

In quella Memoria, a pag. 333, il Montanari scrisse: *Mentre io stava ruminando colla speculazione gli effetti sì marauigliosi di queste acque* (del mare) *cennemi in memoria d' haver più volte letto, e nelle Opere di Cristoforo Sabbadino che 100 anni sono fu proto ingegnero in quest' Eccell. Magistrato* (alle acque) *et in altre Memorie manuscritte di varj Autori, che questo mare Adriatico non solo, ma secondo alcuni, tutto il Mediterraneo ha una perpetua correntia circolare, con la quale circonda le rive tutte in modo che partendo l' acque per esempio da Corfu vengono verso Venezia costeggiando sempre l'Albania e la Dalmazia, e quindi circondando l'Istria e secondando queste spiaggie del Friuli e della Marca di Trevigi, giungono avanti li Porti di Venezia, a canto i quali piegando verso Garbino si voltano verso Ravenna, da dove seguitano a scorrere lungo le rive dello Stato Ecclesiastico e Regno di Napoli. Anzi asseriscono che di là seguitino, piegando il loro corso intorno esso Regno, e circondando l' altro lato d' Italia da Messina a Napoli, e di qua a Livorno e Genova proseguendo lungo le rive della Francia e Spagna fino allo Stretto di Gibilterra per il quale al riferir ancora del Fourniero, nella sua Idrografia, escono nell' Oceano dalla parte d'Europa con moto assai veloce nel mentre che dalla parte dell'Africa entrano dall' Oceano perpetuamente nel Mediterraneo altre acque che scorrendo a lungo le Coste tutte di Barberia si portano sino all' Egitto, di dove voltando lungo i lidi di Soria e costeggiando poscia l'Asia minore, seguitano il loro circuito intorno all'Arcipelago, sicche di nuovo a Corfu si portano, compiendo in tal modo la loro circolazione della quale può essere siano partecipi etiandio il Mare Negro e quello di Marmora, il che per ora non ricerco; ma di questo detto dal Sabbatino, e di tanti altri pratici ed osservatori, non vuolsi da principio tanto fidarmi che io non volessi meglio su 'l fatto e da pratici viventi certificarmene, almeno per quello tocca il nostro Adriatico, ecc.*

Queste due lettere del Montanari leggonsi inserite anche nel Volume IV, *Raccolta degli Autori che trattano del moto delle Acque*, qui ancora citato alla nota (10).

(19) *Memorie storiche dello stato antico e moderno delle Lagune di Venezia, e di que' Fiumi che restarono divertiti per la conservazione delle medesime, di Bernardino Zendrini, ecc.* Padova 1811. *Tomo I*, a pag. 252, l' Autore riporta il parere sul Porto di San Nicolò del Lido dato al Magistrato Acque da Battista Lurano e da Antonio dal Ponte nel 28 febbrajo 1558, ed ivi è fatto cenno del corso radente del Golfo *che tende in questi siti verso Garbino.* Vedi anco il volume II citato dal Filiasi a pag. 206, del di lui Opuscolo di cui si fece cenno alla nota (16)

Nel libro *Opera profittevole e necessaria cavata dall' Autore dall' esperienza d' una larga pratica per migliorar e conservar la Laguna di Venetia, ecc.* — Milano 1675, la cui dedica *al Serenissimo Principe*, è segnata con le iniziali N. C. (Nicolò Contarini), a pag. 72 è trascritta una Memoria tratta dal *Libro de Girolamo Cappello* che così dice: *Nel maggior numero de' Savj et Aggionti sora la Laguna 1579, 16 marzo* dissero, che *s' haveva anco scoperto, che le acque nel reflusso havevano maggior forza, perche la Fuosa che andava storta verso Chiozza, perchè giunta che la era al Mare, l' era spenta dal corso d' esso Mare alla via ch' el camina lui al presente, va quasi dritta per levante, che il Porto di Venetia non è peggiorato, il che non può più lasciare in dubbio che l' unico rimedio alla Laguna, et al Porto di Malamocco debba essere l' arzerarla.*

(20) *Zoologia Adriatica, ecc.* dell' Abate Giuseppe Olivi. Bassano 1792 — pag. 13 e seg.

(21) Angelo dalla Decima — *Trattato di Geologia, ecc.* — Venezia 1816. pag. 253 e seg.
Lichtental Pietro — *Manuale di Geografia fisica.* — Milano 1829 — pag. 114 e seg.
Isaaci Vossi — *De Motu Marium et Ventorum Liber.* Hagae-Comitis 1663.
Orbis Maritimi, sive rerum in Mari et Littoribus gestarum generalis historia ecc. — Auctore Claudio Bartholamaeo Morisoto Divionensi — Divione 1643.

La Bèche — *Manuel Géologique*, pag. 82, 83.

(22) *Trattato delle Correnti ridotto a chiare e semplici notizie applicate alle Osservazioni molto utili per saper trovare con ogni tempo ed in ogni qualunque giorno dell'anno le differenti direzioni e corsi delle correnti per tutta l' intiera estensione del Golfo Adriatico, ecc. dato alla luce da Vincenzo di Lucio.* Venezia 1798. — Opuscolo in quarto di pag. 20. — Nella dedica a Tommaso Egdcombe pubblico Professore di Nautica della R. Veneta Marina, il di Lucio accenna che a quell' epoca (1798) aveva già data alla luce la gran Carta del Golfo col titolo Portolano Geografico di tutto l'Adriatico.

(23) Wollaston citato da Lecoq a pag. 52, dell' Opera *Èléments de Géologie et d' Hydrographie, ou Résumé des notions acquises sur les grandes lois de la nature.* — Bruxelles 1839, citato pure col Beaufort, dal La Bèche — *Manuel Géologique* — pag. 82, 88.

In proposito alle correnti inferiori marine possono essere esaminate anco le Opere che seguono.

Lamouroux — *Résumé d'un cours élémentaire de Géographie physique*, pag. 162, già citato alla antecedente nota (4).

Ingigi — *Villeggiature de'Bizantini, ecc.* — pag. 34, vedi nota (13).

Lichtenthal — *Manuale di Geografia fisica* pag. 114. — Vedi la nota (21).

Dalla Decima — *Trattato di Geologia*, pag. 253. — citato altrove, nota (21).

Anche nel Bosforo Tracio ossia nel Canale di Costantinopoli sembra esservi due Correnti una superiore da Greco in Garbino, da Nord-Est a Sud-Ovest, l' altra inferiore da Garbino in Greco, da Sud-Ovest a Nord Est. — Vedi l' Opera Dapper : *Description exacte des Isles de l' Archipel, etc.* Amsterdam 1703, in foglio a pag. 503 e 512.

Questa doppia corrente era già conosciuta dagli antichi, vedi Filiasi a pag. 224 del di lui Opuscolo citato alla nota (16).

(24) A Chart of the Strait of Gibraltar with its tides, currents etc : Dedicated to his Excellency General Sir George Don etc. By Ignatius Reiner Pilot of the Schooner Pacifico charged with the correspondence between Gibraltar and Barbary, in the years 1818, 19, 20, etc.

(25) Ecco le identiche parole del Padre Ruggiero Giuseppe Boscovich : *Ma vi sono dei siti, ne' quali il mare paragonato cogli stabili ancora rimasti in terra si trova più alto di prima relativamente a' medesimi, e in altri siti si trova considerabilmente più basso : mille sono gli esempj di questo bassamento relativo, ecc.* — ed altrove . *All' opposto del rispettivo innalzamento si trovano degli esempj in varie antiche Chiese di Venezia e Ravenna i cui pavimenti vecchj, ben ora livellando, si trovano considerabilmente inferiori alla presente superficie del Mare mentre è credibile certamente che quando furono da principio costrutti fossero piuttosto superiori alla superficie d' allora, ecc.* — e poscia : *Confrontando la superficie antica del Mare colla presente e rapportandola a de' termini che pajono costanti e invariabili si trova in alcuni paesi più bassa la prima della seconda, in altri più alta : eppure essa non può variarsi che ugualmente da per tutto spianandosi sempre sopra un livello medesimo, ecc.* — e più sotto : *Quella variazione non potendo succedere per essersi ove abbassata ed ove innalzata la superficie del mare, deve nascere infallibilmente dall' essersi all' opposto innalzato nel primo luogo, abbassato nel secondo, quello creduto stabile a cui essa superficie si rapportava. La superficie medesima della terra deve andar soffrendo delle vicende, ecc. La superficie della terra ove s' innalza, ove si abbassa e ondeggia in modo che dopo lunga serie di secoli si trova considerabilmente diversa da sè medesima.*

Finalmente *Ma, quello che reca più maraviglia, vi sono de' movimenti che danno talvolta a un pezzo considerabile di suolo un moto, come lo chiamano gli Astronomi, azimutale, cioè in modo che le medesime direzioni orizzontali si mutino.* Vedi *Lettere del Padre Boscovich pubblicate dall'Abate Antonio Meneghelli per le nozze Olivieri-Balbi* — Venezia 1811. — *Terza lettera del P. Boscovich al sig. Vallisnieri*, pag. 43, 46, 53.

Vedi anche il Volume II, *Bibliotheca Pisanorum Veneta annotationibus nonnullis illustrata.*

(26) Nel dislacimento dell'antichissima Chiesa di S. Daniele in Venezia, eretta la prima volta circa l'anno 809 e che, per ordine superiore, ho fatta demolire nel 1839, ritrovai che le basi delle dodici colonne, per le quali era essa divisa in tre navate, riposavano su di un pavimento di mattoni cotti inferiore di metri 1.05 al pavimento odierno. Fatta diligente livellazione nel 5 gennaro dell'anno stesso 1839, si ebbe che quell'antico selciato soprastava al segno di Comune alta marea metri 0.25. Ora sarebbe cosa strana il sopporre che allorquando si è fabbricata o rifabbricata quella Chiesa la si avesse posta soli 25 centimetri (meno di 9 pollici veneti) sopra il flusso ordinario, stantechè la più leggera intumescenza di mare avrebbe bastato ad immondare la nuova Chiesa. Resta ignoto poi se il selciato da me rinvenuto, sia quello della Chiesa prima, mentre, secondo il *Cicogna*, *Tomo primo delle Inscrizioni Veneziane*, pag. 309, non si hanno sicure notizie intorno ai ristauri o alle riedificazioni della Chiesa medesima.

Nel Mese di Maggio 1841, operando alcune escavazioni intorno la Chiesa di S. Giustina in Venezia, fra le altre curiosità di antichissimi sarcofaghi escavati in pietra, di casse lignee e tumulazioni, una tra le altre con doppia copertura interna di cristalli e di lastre vitree, comparve un pavimento di terrazzo (smalto) metri 1, 58 sotto l'odierno terreno praticabile, e metri 0, 316 sotto il segno di Comune alta marea. La prima Chiesa di S. Giustina venne ivi eretta, secondo il Cornaro, in epoca rimota, per suggerimento di San Magno Vescovo Opitergino

Ma più di tutto è interessante la scoperta da me fatta l'anno 1822 il dì 20 Febbrajo, giacchè se non erro, dopo i cenni lasciatici da Bernardo Trevisano intorno a scoperte di anticaglie fatte in Venezia, mai è accaduto rinvenire un avanzo tanto ordinato e colossale come la magnifica costruzione di cui ora intendo dare notizia.

Doveva, per ordine superiore, essere rialzato dalla base il cadente muro di cinta a levante dell'antica chiesa e del convento in Isola delle Vergini a Venezia, ora ergastolo dipendente dalla Marina, lungo il canale detto di S. Pietro di Castello colà profondo in *cunetta*, o sull'asse, piedi viennesi 10, $\frac{4}{4}$ eguali a metri 3, 265. Io n'ebbi l'incumbenza. Esclusa l'acqua a mezzo delle solite ture, demolita la vecchia muratura, si fecero gli escavi, ma quale non si fu la mia sorpresa nel veder comparire a giorno, una massiccia muraglia di cotto con base e rivestimento di grossi massi di pietra istriana, disposti a scaglioni, alcuni della lunghezza di metri 1, 29 altri di metri 2, 05 assieme uniti senza cemento, ma trattenuti da grossi arpioni o sbarre di ferro senza impiombature, nessuno dei quali mostrava il menomo indizio di ossido, sviluppatosi poi con somma celerità alcuni minuti dopo che si trovarono esposti all'aria. Sul momento ne feci io stesso un diligente profilo, ed ecco le principali misure e le circostanze di quel singolare e certamente antichissimo manufatto.

Lunghezza della muraglia, veduta a giorno, metri 11, 218: essa continua sotterraneamente con la direzione di Est, Nord-Est, verso il mezzo del canale San Pietro e per Ovest Sud-Ovest verso l'antica chiesa detta delle Vergini e le altre fabbriche, sotto le quali sparisce e dalle quali rimane coperta e sepolta.

Il primo indizio di muratura in cotto si è trovato esistere piedi viennesi 4. 10, (metri 1, 528) sotto il suolo odierno dell'isola che sovrasta alla Comune alta marea di piedi 4. 3 (metri 1,343). Quell'opera murale di cotto s'innoltra sotterra per l'altezza di piedi 4. 4 (Metri 1.369).

Il suolo anticamente praticabile, da ragionevoli indizii ritenni piedi 8. 6 (metri 2, 686) inferiore

all' odierno terreno, piedi 4, 3, (metri 1,343) inferiore all' odierna traccia di Comune alta marea, e piedi 3, 6, (metri 1, 106), sopra l' antico presunto segno di Comune alta marea.

La differenza dall'antico all' odierno segno di ordinaria alta marea è dunque di piedi 7, 9, (metri 2, 449). Il rivestimento di vivo, che presentasi al ricordato canal di S. Pietro, principia immediatamente sotto la muratura di cotto alla profondità cioè di piedi viennesi 9, (metri 2,844), dal suolo attuale esso continua a piano inclinato con cinque corsi o filari l' uno all'altro di poco sporgente, in tutti per l'altezza complessiva di piedi 5, 9, (metri 1, 817), continua a discendere, conformato con sei più pronunciati scaglioni di vivo e sempre a piano inclinato, fino alla profondità di piedi 16, 3 (metri 5, 135) sotto la odierna linea di Comune, ovvero piedi 20, 6 (metri 6, 478) sotto il suolo ora praticabile, al qual punto lo scandaglio prese la direzione verticale ed indicò per tal modo il termine della costruzione, l' interno della quale riconobbi aver per base ed in ischiena una sassaja a pietra perduta che ne costituisce il nucleo, ma ignoro ancora se abbia o no al di sotto il battuto di pali, ovvero un qualche zatterone, ciocche penso non essere.

La grossezza totale al basso indicò essere prossimamente piedi viennesi 11, (metri 3, 476); al punto dell' antica supposta Comune del mare la trovo piedi 5, (metri 1, 580) ed alla sommità piedi 2, 3. (metri 0, 711). L' unghia della scarpata principale verso Levante, ch' è la rivestita di pietra d' Istria, composta, come si è detto, a piani inclinati ed a scaglioni, si allontana dalla verticale calata dall'alto piedi 6, 8. (metri 2,, 107) e quindi la scarpata sta all' altezza come 3 a 7 prossimamente.

Lasciando a parte per ora l' investigare a qual genere di fabbricato appartenesse quella fondamenta per certo robustissima, di maschie proporzioni e di non comuni misure, che si palesa qual opera di potente e di non rozza nazione, del quale studio penso occuparmi in più opportuno momento, giacchè la storia nostra, e più ancora l' antica, fa cenno di edifizii, di castelli, di ricinti fortificati e di torri elevate in queste isole fino da rimotissime epoche, basti adesso il considerare che quando si voglia con me ritenere la misura di metri 2, 449 eguale a piedi veneti 7, 1 qual differenza tra la supposta antica e la odierna linea di Comune alta marea, come risulta dalle sopraespresse misure, e dal profilo presso me esistente allora, seguendo le indicazioni del nostro Angelo Zendrini da lui esposte ne' suoi Opuscoli citati alla seguente Nota 27 riguardo il progressivo alzamento del livello del mare, che con sane ragioni determina a pollici 3 1/2 veneti per ogni secolo, nella quale sentenza concorre anco il parere del Sig. Ingegnere Campi-Lanzi esternato per esatti confronti nella Memoria di lui, citata alla stessa Nota 27, ove lo stabilisce a poco più di un decimetro, si avrà prossimamente l' epoca della fondamenta da me rinvenuta al lembo orientale dell' isola delle Vergini, lontana da noi più di ventiquattro secoli: che se anche, per giusta riserva, volessi minorare di alquanto quel dato di piedi 7, 1 in vista a qualche avvallamento cui quel gran manufatto soggiacque, e che io stesso ho potuto localmente riconoscere, ciò non pertanto l' età sua oltrepassarebbe li venti secoli, avvicinandosi così a' tempi che lo stesso Zendrini assegna a quelle anticaglie, che nell' anno 1810 rinvenute sotterra al Nord dell' Isola di S. Giorgio in Venezia, gli han somministrato argomento per l' eruditissimo Opuscolo *Nuove Ricerche sull' alzamento del livello del Mare*, qui ancora citato, e come in esso a pag. 3 e 6 si legge.

Secondo il Cornaro nell' isola stessa delle Vergini esisteva una piccola Chiesa dedicata ai Martiri Santi Giovanni e Paolo, assai prima del 1216.

(27) *Sull' alzamento del livello del mare. Memoria dell' Abate Angelo Zendrini anno* 1806. *Nuove ricerche sull' alzamento del livello del mare di Angelo Zendrini. Memoria tratta dagli atti dell' I. R. Istituto di Scienze, Lettere ed Arti. Milano* 1821.

Sulla corrispondenza dei cangiamenti di livello del mare osservati negli avanzi del tempio di Serapide con quelli avvenuti a Venezia. Memoria dall' Ingegn. Emilio Campi-Lanzi, inserita a pag. 51 del fascicolo pel bimestre 2.° anno 1840, degli Annali delle Scienze del Regno Lombardo Veneto. Padova.

Risposta alle poche parole del Signor N. riportate nel N. 25 anno corr. del Lucifero intorno alla Memoria del sottoscritto (L. Campi Lanzi) *sui cangiamenti di livello del Mediterraneo* inserita a pag. 51, del fascicolo pel bimestre 2. anno corrente degli Annali delle Scienze del Regno Lombardo Veneto, leggasi a pag. 253, del fascicolo pei bimestri 5 e 6 anno 1840, degli Annali delle Scienze surripetuti.

In proposito al fenomeno geologico che si riferisce al tempio di Serapide in Pozzuoli vedasi *La Bèche Manuel Géologique*, ove a pag. 135 dà un sunto del fenomeno stesso tratto dall' Opera di Lyell — *Principles of geology* — pag. 450, 459,— ma Lyell, a quanto sembra, coincide per le indicazioni e combina col parere del Cav. Antonio Nicolini di Napoli il quale, nel 1829, pubblicava su di ciò una Memoria con tavole.

(28) Sulle variazioni del livello del mare, sulle cause che possono ragionevolmente produrle, sui sollevamenti e sugli abbassamenti parziali e saltuarj de' terreni si trovano cenni, dotte congetture e felici idee nelle Opere antiche e recenti che seguono

Regnault *L' Origine ancienne de la Physique nouvelle*, partie III. Amsterdam 1735, pag. 52.

Filiasi *Osservazioni sopra l'alzamento del flusso marino nelle lagune veneziane.* — Treviso 1828.

Arago: *Sur l' ancienneté relative des différentes chaines de Montagnes de l' Europe.* — Memoria inserita a pag. 294 usq. 318, *de l' Annuaire pour l'an.* 1830. Paris 1829.

Philibert *Histoire naturelle abrégée du Ciel, de l' Air, et de la Terre ou notions de Physique Generale.* — Paris An X 1801, Pag. 258, 259.

Catullo: *Trattato sopra la costituzione geognostico-fisica dei terreni alluviali e postdiluviani delle Provincie Venete.* Padova 1839. pag. 309 e seg. vedasi pure a pag. 105 la Nota.

La Bèche. *Recherches sur la partie théorique de la Géologie.* — Paris 1838, pag. 112, 134, ecc.

La Bèche *L' art d' observer en Geologie.* Paris 1838, pag. 113, 126, ecc.

Lecoq: *Éléments de Géologie et d' Hydrographie.* — Bruxelles 1838, pag. 29ⁿ e seguenti.

La Bèche. *Manuel de Géologie* — pag. 130, 132, 134, 135, ecc.

IDEA

DI UN' OPERA INTORNO ALLA SCIENZA

MEMORIA

DEL DOTT. GIUSEPPE BIANCHETTI

Fu sempre in molti degli uomini dati alle scienze uno studio grande intorno all' opera del definirle. Io crederei invece non tanto difficile a farsi un discorso che dimostrasse *a priori* l' impotenza in cui siamo di bene e giustamente definire alcuna scienza. Se esamino la natura in generale di qualunque siasi di loro, essa mi si presenta in un esercizio attuato e concentrato del pensiero sul campo indefinitamente più esteso, dove spazia la indefinita maggior possibilità dell' esercizio del pensiero stesso. Se dall' altra parte mi volgo ad investigare qual debba essere una buona e giusta definizione, non posso aver per tale se non quella che rappresenti ad un tempo il concetto e ponga il limite. Ora, il concetto di una scienza, cioè la sua materia, il suo contenuto, è certo possibile, anzi non malagevole, di rappresentarlo: ma il limite, il limite che la separi e distingua da ogni altra, come si potrà porlo? Ogni scienza trovasi sul campo tutto unito, dirò così, e continuo dell' esercizio del pensiero. È ben dato indicar i luoghi dove questo più si aggruppi e si concentri; ma spezzare il campo e però interrompere la succession dell' esercizio del pensiero, ma mettere in certa guisa uno spazio tra esercizio ed esercizio di pensiero, ma determinare con precisione ed esattezza fin dov' esso appartenga ad una scienza e dove cominci appartenere ad un' altra. Io stimo

impossibile. La matematica pura sì potente nelle definizioni delle sue proprie materie, come dev'esserlo, perchè costruisce e definisce, definisce e costruisce ad un tempo, onde ciascuna parte del suo contenuto consiste non altro che nella definizione, e si modifica e si perde e ritorna con essa; la matematica medesima mostrasi poi, a mio avviso, incerta quando si tratti di collocar bene e definire se stessa come scienza; poichè ogni sua definizione credo possibile ad essere tacciata di soverchia o di mancante. E se questo mi sembra che si potrà affermare della matematica, la quale pur si crea, ripeto, il suo contenuto; quanto più di tutte quelle scienze, alle quali il contenuto è dato, non da esse creato? Onde stimo non difficilmente dimostrabile, che il contendere sui limiti di esse, quando niuna può averne di precisi e determinati, sia una vanità; come il cercare a porne di ben sicuri a questa od a quella, sia un'opera perduta che oggi un intelletto può eseguire e domani un altro con eguale fondamento distruggere.

Ma opera bene impiegata, e che non può mancar di successo, sarà invece di cercare in che consista quel necessario vincolo che stringe le une alle altre ed annoda le scienze in modo onde tutte si adunano sotto questo nome comune di scienza. Ogni scienza è indubitabilmente un più o men ampio esercizio del pensiero; ma vi vuole bene assai che ogni esercizio del pensiero, per quanto ampio, si riferisca ad una scienza, e molto più che costituisca una scienza. Che cosa è dunque ciò che imprime ad un esercizio del pensiero questo suggello, e la cui mancanza lo toglie ad ogni altro? O pure, il che ritorna allo stesso, che cosa è ciò per cui le scienze, le quali agitano materie fra loro tanto diverse, si chiamano pur tutte scienze? Domande che infine si convertono nella più breve e risoluta: che cosa è la scienza? Non che cosa è la tale, o tal altra scienza; ma che cosa è la scienza? E la risposta a sì fatta domanda non si potrà dare giammai, ove non si abbia prima trovato ciò che appartiene non a questa o a quella o a più scienze, ma a tutte quante sono o potranno mai essere le scienze medesime; poichè siccome tra le verità diversissime vi è qualche cosa per cui ciascuna di esse è verità, così tra le scienze dee pur esistere qualche cosa per cui ciascuna di esse è scienza. Or la ricerca di tal cosa e lo studio intorno di essa è pure un esteso e profondo

esercizio del pensiero che costituisce esso medesimo una scienza; la quale prendendo in certa guisa sotto di sè tutte le scienze esistenti e possibili e dominandole tutte per considerarle indipendentemente dalla loro forma, dal loro contenuto, ed esaminarle soltanto nella comune lor base, a giusto titolo potrà assumere il nome e l'insegna di scienza delle scienze. Fecondissima sarà essa di molteplici e gravi indagini. È egli dato poter formare scienza alcuna di ciò che passa? o in diverse parole, le esperienze, per quanto svariate e moltiplicate, potranno esse dar mai alcuna scienza? E dall'altra parte, è egli possibile di costruirne alcuna che non sia preceduta dall'esperienza? Che cosa apporta l'esperienza nell'intelletto e nella ragione dell'uomo? E dall'altro lato, che cosa aggiungono all'esperienza stessa l'intelletto, e la ragione umana?

E di qui aperto l'adito a tutto l'ampio discorso a cui può dar luogo un profondo e diligente esame intorno all'osservazione ed alla speculazione, a fine d'indagare la loro reciproca dipendenza, la loro relativa importanza, ed attribuir quindi a ciascuna la debita parte nella composizione di ciò che costituisce la scienza. Il qual discorso porterà a concludere, che non si può avere scienza che non sia preceduta dall'osservazione, ma che l'osservazione non darà mai scienza quando non sia seguita dalla speculazione; poichè se l'osservazione pone dinanzi il particolare, è la speculazione che conduce al generale; se l'osservazione mette in possesso dei fatti, è la speculazione che dà quello dei principii. L'osservazione si ferma al contingente; la speculazione s'inoltra al necessario; l'osservazione non oltrepassa il relativo; la speculazione entra nell'assoluto: coll'osservazione si acquista la notizia del reale, ch'è il simbolo, l'immagine, la significazione del vero; colla speculazione si va alla relazione tra il reale ed il vero medesimo, cioè alla cosa significata: coll'osservazione c'impadroniamo della parte sensibile e visibile di questo mondo che di continuo fugge, perchè di continuo si trasforma: colla speculazione penetriamo in quella che vi è contenuta, in quella che dura e che costituisce l'essenza e la dignità dell'altra.

La forza speculativa soverchiando talvolta in alcuni li rende impazienti del tempo e della fatica richiesta all'osservazione e li sospinge alla creazione

delle supposizioni. Se essi vi si fermano, tanto possono essere come non essere nella verità, ma non sono certo nella scienza. Quando, per contrario, lo conoscano, e ciò li muova a voler andarvi, vale a dire li muova ad osservare, o a continuar ad osservare, eglino si saranno bensì slanciati con un coraggio forse un poco temerario nella loro intrapresa, eglino si saranno bensì esposti probabilmente a perdersi, poichè presero il cammino a ritroso, prima speculando e poi osservando; ma il fatto loro potrebbe non essere inutile alla scienza, mentre l'osservazione potrebbe confermare la supposizione. Onde mi parrà conveniente che si debba porre sopra una più giusta bilancia l'ipotesi, che si riconoscano i meriti che ha avuti e può tuttavia avere, e ch'essa venga rialzata alquanto da quello stato di depressione in cui è oggi generalmente tenuta. Più diritto ad esser rialzato nella mente di alcuni, e non son pochi, ha il sistema. Il sistema è un prodotto anch'esso come l'ipotesi della speculazione; ma con questa notabile differenza, che l'ipotesi non è mai originata dall'osservazione, poichè altrimenti sarebbe un'induzione, non un'ipotesi; mentre il sistema tanto può essere preceduto dall'osservazione come non esserlo. E se lo è, chi declama contro di esso, declama contro il bisogno irresistibile dell'unità ch'è nell'uomo, declama contro la scienza; poichè declama contro l'opera della speculazione fondata su quella dell'osservazione; dall'accordo potente delle quali due opere è soltanto possibile la scienza medesima. Un sistema può essere vero o falso, può essere vero in parte e in parte falso: non è di un sistema che si dovrà parlare, ma del sistema. Or è esso che vale unicamente ad imprimere ne' fatti particolari, accidentali e transitorii dell'osservazione l'impronta scientifica, ed a fare che certe date cognizioni prendano parte nella scienza, in cui non potrebbero averla giammai, per quanto sterminato il loro numero, finchè rimangano staccate, finchè non si leghino col vincolo dei principii: il quale non può essere formato che dalla potenza sistematica, come questa non può provenire che dalla potenza speculativa; perchè in fine la natura e la forza della speculazione consistono a portar il generale nel particolare e ad alzar il particolare nel generale, per trovarsi ognora sul campo dell'assoluto ch'è il campo della scienza.

Da ciò potrà derivarne un discorso ch' entri a spiegare ampiamente e a rigorosamente determinare la natura vera della supposizione, e quella della induzione e della deduzione che molti confondono, ed aiuti quindi a conoscere meglio l' intimo essere di tutti gli ordigni, dirò così, usabili nella fabbrica della scienza, e però l' intimo essere della scienza medesima. Potrà derivarne altresì una distinzione importante, degna che sia non brevemente ragionata, tra il possesso di una scienza e quello dell'ingegno disposto alla scienza, o come lo chiamano, dello spirito scientifico. Si può posseder bene una scienza, e tuttavia non avere lo spirito scientifico: si può avere lo spirito scientifico, e tuttavia non possedere alcuna scienza. Una scienza si possede quando si è imparata: lo spirito scientifico si ha quando si avrebbe la potenza di crearla se non esistesse, quando si ha quella di estenderla e di saperla collocare in tutte le sue relazioni coll' intiero edifizio dello scibile. Lo spirito scientifico senza la scienza è un' attitudine che manca spesso di motivo e però di effetto: la scienza senza lo spirito scientifico non è che una mera opera della memoria, impotente ad altro che a ripetere: non è che una raccolta più o men vasta di notizie storiche. Ogni scienza possibile potrà ricevere unicamente l' essere dallo spirito scientifico: ogni scienza esistente non dee attendere il suo maggior profitto che unicamente da quelli che la possedono, cioè che l' hanno imparata, e che uniscono a questo possesso quello dello spirito scientifico medesimo; il quale non è infine che la potenza dell' osservazione congiunta a quella della speculazione.

Di rado queste due potenze si trovano con pari forza in un sol uomo. Quando vi sono costituiscono gl' intelletti più distinti nella scienza; quando ci è dato di vederle ambedue elevate ad un' altezza straordinaria, noi poniamo all' ingegno che le esercita l' impronta d' ingegno superiore, e traendolo fuori dalla comunanza degli altri, lo collochiamo quasi in un certo grado tra la natura divina e la umana, dandogli il nome di *genio*. Or la detta disparità nella forza tra queste due potenze che si nota nella massima parte degli uomini che le usano, dovrà obbligare chi intraprenda la lunga e grave fatica, di cui io tento delinear qui una ristrettissima immagine, dovrà obbligarlo a non lasciar questa materia dell' osservazione e della speculazione.

senza che occupi qualche pensiero intorno alle attitudini dell' uomo che sono meglio opportune all' una ed a quelle che più convengono all'altra. Ma da questi particolari, certo non inutili, ritornando ben presto alla cima, dirò così, del suo argomento, ei dovrà fermarsi sopra tutto intorno ad una conseguenza che deriva da quanto avrà sin' ora ragionato, e che mi par degna di essere molto considerata e non brevemente discorsa. Questa conseguenza è, che l' osservazione separa le scienze e in certo modo le disgiunge, perchè ciascuna di esse non si volge ad osservare che le materie del suo proprio contenuto; mentre invece la speculazione tende sempre ad unirle e ad annodarle, perchè i principii si distendono più o meno sopra quanto è dato di sapere, sopra ogni scienza possibile. La scienza non fu mai men divisa e spezzata di quanto il fu nelle teste più speculative dell' antichità, voglio dire in quelle de' Greci; di quanto il fu nelle teste più speculative dei tempi posteriori, voglio dire in quelle degl' Italiani del secolo XVI e XVII; di quanto lo è nelle teste più speculative dei tempi presenti, voglio dire in quelle de' Tedeschi.

II. E senza dubbio, l' opera potente della speculazione non può mancar di produrre questo effetto; poichè la scienza in se stessa, cioè considerata in quell' ideale che ci è dato di concepirne, non è che una, come la verità è una, come Dio è uno. Certo essa, attuata dalle forze umane, necessariamente divaga e si disperde in que' moltiplici esercizi del pensiero che costituiscono altrettante scienze. Ma è certo ancora che queste scienze, le quali appariscono sì abbondanti pel numero, sì disgiunte per le materie a cui si volgono, sì diverse pei mezzi che adoperano e pei fini cui tendono, quando si osservino uscite, dirò così, dal lavoro dell' intelligenza dell' uomo; ricondotte poi alla loro sorgente, al loro principio nell' uomo stesso, non mostrano più che una radice comune a tutte, la quale non può esser altra che quella della scienza medesima. Sarà dunque tanto profittevole quant' è necessario d' internarsi ad osservare la scienza in questa sua radice, e per investigare la radice in se stessa, e per iscoprire que' primi tronchi che ne sono formati; poich' essi costituendo le primissime separazioni della scienza,

e ci daranno i più generali modi in cui ella si può considerare, e raccoglieranno ad un tempo sotto di tali modi medesimi tutte le scienze esistenti e possibili.

Ora, chi intrapenda la fatica di cui ci occupiamo dovrà egli porsi sotto gli occhi, per tal motivo, l'immagine dell'albero della scienza qual la tracciò Bacone, o quale fu poscia un poco modificata dagli enciclopedisti francesi e da altri? L'autorità meritamente grandissima di Bacone e la pur grande di alcuni tra quelli che in ciò lo seguirono (e già furono, credo, tutti) non mi toglierà dall'affermare, che un attento esame gli deve impedire di farlo. Poichè a me sembra che mercè di questo egli potrà conoscere, in primo luogo, come essenzialmente non buona ogni derivazione della scienza che si faccia uscire dall'uno o l'altro de' vari aspetti sotto a' quali siamo obbligati di osservare l'unità dell'attività umana. Dov'esiste la scienza che non abbia bisogno di tutta? Se vi pensiamo, l'opera del ragionamento non è che la scoperta delle relazioni tra i fatti; la più estesa opera del ragionamento non è che la scoperta di un maggior numero di relazioni tra gli stessi fatti, o di un maggior numero di relazioni tra un maggior numero di fatti; quell'opera in fine del ragionamento cui diamo il nome d'opera del genio, non è che la scoperta delle relazioni delle relazioni, la scoperta dell'ultima relazione cui si può andare tra le relazioni. Or tutto ciò ha per condizione, utile non solo ma necessaria, di aver già raccolti dinanzi i fatti e le relazioni tra di essi. Mi sembra dunque non dover essere difficile a provarsi, che non bene in questo proposito si è fatto uscire il tronco della memoria da una parte e quel della ragione dall'altra. Forse meno bene si è disgiunto dai detti due tronchi quello dell'immaginazione, per non attribuire ad esso che i vari rami della poesia. Certo l'immaginazione è più che necessaria al poeta; ma lo è forse meno talvolta al ragionatore? Che altra cosa può condur questo nelle astrazioni e tenervelo, fuorchè quella dell'immaginazione? Non crederei troppo se dicessi, mentre mi parrebbe di poterlo dimostrare, che in certi casi si richiede al ragionatore una potenza d'immaginazione più energica che non al poeta: perchè le immagini di questo si rimangono più o meno tra i sensibili, quando non di rado le astrazioni di quello tanto se ne dipartono che li per-

dono affatto di vista. Essendo però, a mio avviso, non giustamente derivata la partizione prima della scienza da quella delle facoltà umane, era mestieri che s' introducessero in tutto l' albero non poche inesattezze; sopra le quali chi si assuma di trattare intorno alla scienza medesima dovrà più o meno fermarsi. Si fermerà specialmente sulla confusione che vi è fatta delle scienze reali colle formali; voglio dire delle scienze che hanno un oggetto determinato, una vera materia ch' è lor data, colle scienze che fondandosi sulle condizioni del pensiero o su quelle dello spazio e del tempo, creano a se medesime il proprio oggetto, danno a se stesse la propria materia, come la logica, l' aritmetica, la geometria. Ma dov' egli dovrà estendere maggiormente il suo discorso, sarà intorno alla radice stessa data a quest' albero. Nel quale, poichè si fece uscire dalle facoltà umane il tronco della scienza, era ben mestieri che la radice di questa s' identificasse con quella che si è creduto di attribuire alle facoltà medesime. Ed in fatti, la radice posta a tutto l' albero è l' intelletto. Io non istimo che debba essere di grande importanza l' esaminare l' aggiustatezza psicologica con cui si è posto l' intelletto per principio d' ogni facoltà dell' uomo. Ma penso bensì che sarà importantissimo d' investigare piuttosto con quanta mai profondità e diligenza è possibile, se l' intelletto possa essere radice prima della scienza. Dalla qual investigazione non dubito doverne uscire, che niun atto dell' intelletto, niuna nozione intellettuale può essere il fondamento primo della scienza, e che però l' intelletto non può considerarsi come la primissima radice da cui partano i tronchi o i rami cardinali in cui si separa la scienza medesima.

Io crederei invece non difficile a provarsi, tale radice non poter essere altrimenti che in un fatto; in un fatto il qual abbia in se stesso la ragione del suo esistere, cioè in un fatto che non ne presupponga alcun altro, e però nel fatto primitivo dell' intimo sentimento. Or qual è esso? Il fatto semplicissimo dell' esistenza propria, impossibile ad aversi senza quello contemporaneo di distinguersi da qualche cosa di diverso; il fatto di distinguersi da qualche cosa di diverso, impossibile ad aversi senza quello contemporaneo dell' esistenza propria; cioè il fatto dell' *io* che si pone nella sintesi, o piuttosto nell' antitesi del *non io*, il fatto del *non io* che si pone nella sintesi o

piuttosto nell'antitesi dell'*io*. È questo il piccolo e quasi inavvertito germe da cui escono, si sviluppano e crescono indefinitamente nell'uomo due gran mondi diversi. Dall'*io*, il mondo interno delle idee, dei sentimenti, delle facoltà, il mondo dell'anima, dei principii, delle azioni libere, il mondo dell'umanità; dal *non io*, il mondo esterno degli esseri, delle loro relazioni, il mondo della materia, de' suoi movimenti necessari, delle sue leggi, il mondo della natura. Or siccome niun esercizio del pensiero può uscire da questi due mondi, e dee volgersi di necessità all'uno o all'altro di essi; perchè il pensiero in ogni suo atto o prende l'*io* per oggetto e si esercita in certa guisa intorno a se medesimo, o si dà per oggetto il *non io*, cioè una rappresentazione la cui realtà colloca fuori di sè come distinta da se medesimo; così dal germe stesso che produce all'uomo i detti due mondi, sorgono i due tronchi primi da cui escono poscia i rami di tutte le scienze: delle quali non è dato di poterne concepire alcuna che non si riferisca al mondo interno od all'esterno, all'anima od alla materia, all'umanità od alla natura. È però sono questi i due aspetti generalissimi, sotto i quali mi par unicamente legittimo che si possa considerare la scienza; è questa la divisione primitiva che credo unicamente legittima a poter farsi della scienza medesima: la quale guardata dal primo aspetto, cioè in relazione all'*io*, al mondo interno, è la psicologia, d'onde le scienze filosofiche e tutte le morali: guardata dal secondo, cioè in relazione al *non io*, al mondo esterno, è la fisica, d'onde tutte le scienze naturali.

E qui a chi si ponga nel lavoro di cui vo a larghi tocchi adombrando l'idea, e qui, dico, apertogli dinanzi un ampio campo a due investigazioni della maggior importanza. Quali sono le analogie ch'esistono fra questi due modi principali della scienza? quali ne sono le differenze? Certo devono essere in un accordo grande se si riferiscono a due mondi che sorgono nel l'uomo prodotti dalla radice medesima; a due mondi ch'emanano dall'identica causa, di cui devono necessariamente riflettere ambedue l'immagine. Ma certo del pari devono essere anche assai diversi, se i fatti che costituiscono l'uno di essi sono di natura che sfuggono ad ogni opera dei sensi, e non si offrono che alla vista interiore, alla coscienza: mentre invece i fatti

che costituiscono l'altro, son tali che sfuggono ad ogni opera della coscienza e non si offrono che a quella dei sensi. Il più esteso e solido fondamento a qualunque ricerca possibile a farsi intorno a queste analogie e differenze di cui parliamo, deve di necessità esser dato da quelle parti della scienza che prendono a considerare i due mondi nella loro maggior vicinanza, che si assumono anzi l'esame dei due soli mezzi di comunicazione ch'esistono tra di loro. Il mondo esterno non ha altro mezzo di svelarsi all'interno e d'introdurvisi fuorchè la sensazione: il mondo interno non ha altro mezzo di farsi conoscere all'esterno e di operarvi fuorchè la volontà. Senza la sensazione e la volontà i due mondi resterebbero perpetuamente disgiunti ed ignoti l'uno all'altro; ed esse li congiungono in guisa che tanto nel fatto della sensazione quanto in quello della volontà vi ha una parte che si trova nel mondo interno ed una nell'esterno. Ora, alla psicologia, e ad essa sola, appartiene la prima di tali parti in ciascuno dei detti due fatti; alla fisiologia, e ad essa sola, la seconda: ond'esse propriamente danno opera ad investigare e conoscere i due unici vincoli che legano i due mondi. Certo tutta la psicologia e tutta la fisiologia non consistono negli studi della sensazione e della volontà: ambedue hanno un campo ben più vasto da percorrere. Ma anche in tutto il rimanente di questo, esse considerano pure i due mondi nella maggior vicinanza possibile; poichè certo il mondo esterno, la natura, non può essere di più unita al mondo interno, all'*io*, di quel che lo sia nel corpo umano: e viceversa, il mondo interno, l'*io*, non può trovarsi in più stretta ed intima unione col mondo esterno, colla natura, di quel che lo sia nel corpo umano medesimo, a cui direttamente comanda ed obbedisce ad un tempo. Queste due parti della scienza occupano però in tutto l'edifizio scientifico il grado eminente ch'è tenuto nei due mondi dagli elementi dell'intelligenza e della vita; il grado eminente che tiene nel complesso degli esseri l'umanità, in cui i due mondi stessi, coll'elemento dell'intelligenza da un lato e quel della vita dall'altro, si uniscono. Onde queste due parti della scienza nel soggetto de' loro studi rappresentano e in certa guisa compendiano tutta l'armonia dei due mondi ch'è prodotta dall'accordo dei principii colle leggi; ne rappresentano ad un tempo e ne compendiano tutti

i contrasti che sorgono tra la libertà ch' esiste nell' uno e la necessità che impera nell' altro. E quindi sono esse che potranno dare, ripeto, il più esteso e solido fondamento (dico il fondamento, non già tutta l'opera) a quante mai saran le indagini da farsi rispetto alle analogie e alle differenze che passano tra i due mondi medesimi, e però rispetto a quelle che conseguentemente si effettuano ne' due modi principali della scienza.

Di tali indagini io non posso ora indicare, ed anche solo di fuga, che le conclusioni. Un accurato esame delle analogie porterà a concludere, che in niuno dei detti due modi l' esercizio del pensiero sarà fatto abile di salire a quella forza, di estendersi a quell' ampiezza che abbraccia i più vasti generali, che si pone alla sommità, che dinota un ingegno superiore, ove non sia molto e molto inoltrato anche nell' altro: conclusione sostenuta dal rigor del ragionamento ed aiutata non meno dalla storia, la quale ricorda che da Aristotile in poi furono sempre di tal numero tutti quelli che nell' uno o nell' altro impressero le orme maggiori. L' esame poi delle differenze, dopo aver data materia ad una più lunga e profonda investigazione, condurrà a questa conseguenza: che la diversità dei fatti osservabili in ciascuno dei due modi della scienza, e però quella dei mezzi di osservazione e di esperimentazione, che la diversità nell' indole delle induzioni derivanti dai fatti, lasciando eguale dall' una e l' altra parte e la realtà dei fatti medesimi e la potenza di osservarli e quella di esprimentarli e quella di trasmetterne altrui la certezza e quindi la legittimità delle induzioni; lascia in ambedue i modi egualmente effettuabili gli stessi andamenti che sono propri della scienza, e però li rende ambedue capaci del medesimo processo scientifico. Conseguenza della maggior importanza, perchè condurrà direttamente alla conclusione, che se gli studi naturali si sono elevati ad un grado da cui si trovano tuttavia ben lontani i filosofici, e però quelli che li conseguitano i morali ed i politici; i motivi non sono tanto da cercarsi nell' intima qualità del modo a cui appartengono i primi o di quella del modo a cui i secondi, quanto in cose più o meno estrinseche ad essi modi medesimi. Tra le quali è certo delle prime il merito ch' è generalmente in tutti quelli che diedero o danno opera agli studi naturali, di non essersi dipartiti dal metodo che Bacone in-

segnava colla parola, e prima di esso Galileo colla parola e coll' esempio: mentre per contrario (bisogna dirlo) quelli che la diedero agli studi filosofici, in luogo di procedere nella via non appena aperta che abbandonata dal Cartesio, e prima di lui aperta e più che da lui continuata dal Campanella nostro, e quindi non ha guari sì bene ripresa dalla scuola scozzese; eglino invece generalmente si affrettarono di correre alla soluzione dei più alti problemi che possano essere proposti ne' loro studi, senza l' apparecchio di un conveniente esame di fatti, o non esaminarono i fatti che colla preoccupazion di una soluzione già anticipata di que' problemi medesimi. Ma più grave e forse più utile, ed anco più intrinseco al soggetto dell' opera di cui ci occupiamo, sarà il discorrere intorno a quelle cause, certo non difficili a trovarsi, perchè derivano dalle stesse analogie ch' esistono fra i due modi della scienza; intorno, dico, a quelle cause per cui s'ingenera in quanti danno opera all' uno o all' altro di essi una non so quale inclinazione, che può divenire irresistibile, di togliere al pensiero dell' uomo il modo cui non attendono per non lasciarvi che quello a cui si applicano. Onde ne uscirono in tutti i tempi e in tutti i luoghi dei tentativi più o meno potenti di confondere in certa guisa questi due modi medesimi per ridurli ad un solo, transustanziando i fatti dell' uno in quelli dell' altro. Il senso comune e la religione dell'umanità hanno però sempre fatto giustizia di tali sforzi degli scienziati, respingendoli; ed io credo potersi dimostrare che una tale giustizia verso di loro sarà abile a farla anche la scienza stessa. Dopo di che assai più agevole riuscirà il persuadere, che tanto maggiori saranno anzi i progressi di questa quanto minori le contese che sorgeranno tra quelli che si volgono all' uno o all' altro modo di essa, quanto più grandi e sinceri gli aiuti che reciprocamente si daranno.

Accennando alla qual cosa che compierà chi si assuma questa materia, non posso dimenticare che un tal cenno il fo in un luogo dov'è dato alla scienza stessa di poter ricevere un conforto grande da questi reciproci aiuti. Sono qui illustri e celebrati cultori delle scienze naturali, e di quelle che sì grandemente le soccorrono, le matematiche: sono qui illustri e celebrati cul-

tori delle scienze filosofiche e di quegli studi che tanto le favoriscono, quando sieno addrizzati al loro vero fine, voglio dire i letterari. È questo dunque un luogo dove ambedue i modi della scienza devono in certa guisa trovarsi quasi naturalmente sostenuti di continuo, giovati ed illuminati a vicenda. E nulladimeno un tal fatto sarà ancora più pronto, più vivo e palese, e quindi più valido ad accrescere forza e splendore alla scienza medesima, se i cultori che qui sono dell'uno e dell'altro modo di essa vorranno volgere, come spero, non di rado il loro animo ad effettuarlo con deliberato proposito. Io, da mia parte, venendo a sottoporvi di tempo in tempo qualche piccolo saggio del lavoro stesso di cui vado a tratti molto larghi, e però altrettanto imperfetti, delineando la traccia, io mi avviserò di manifestare la mia operosità in tale alto intendimento. Poco più altro varrò a manifestare che la mia operosità: ma fia essa bastante, mi confido, a far conoscere a' fatti, com'io partecipi dell'universale gratitudine ben dovuta alla maestà dell'Imperatore che volle donato questo regno di due Istituti, i quali potranno rendersi tanto utili al mantenimento ed al progresso di alcune scienze; e le sia poi in particolare riconoscente per non avere disdetta la suprema sua approvazione allo spontaneo giudizio col quale voi, certo non per altro che pel mio amore verso i buoni studi, mi giudicaste non indegno di sedere in questo luogo.

III. Ora ripigliando; poichè quegli che intraprenda di correre in tutta la sua ampiezza la materia che adombriamo, avrà bene indagato ciò che imprime ad un esercizio del pensiero il carattere di scienza, e lo distingue da ogni altro; poichè si sarà sforzato di penetrare nell'intima natura della scienza medesima coll'esame dei due elementi che la costituiscono, l'osservazione e la speculazione; poichè l'avrà considerata in que' due modi principali in cui mi sembra che sia dato soltanto di poterla considerare, traendone motivo dal duplice aspetto che presenta la radice unica da cui sorge: poichè in fine avrà posti in riscontro questi due modi medesimi per investigare la particolar loro natura, le relazioni d'armonia e di contrasto che esistono tra di essi e gli aiuti che reciprocamente si potrebbero dare: poichè, dico, avrà compiuto tutto questo, crederò essere venuto il tempo ch'egli

possa o piuttosto debba rivolgere a se medesimo una grave domanda: qual luogo occupa la scienza nell'umanità? Poichè certo nell'umanità essa non è sola; vi vuole ben molto e molto. L'umanità anzi non ha conceduto e tuttavia non concede, e forse non concederà giammai, che il più breve spazio alla scienza. Questo breve spazio in cui ella si trova, è per così dire, tutto chiuso intorno dal senso comune, dal sentimento, dalla religione, dall'arte, dall'azione, dalla vita. Può essa la scienza isolarsi in certa guisa nel luogo suo proprio; e di là alzandosi col vigor delle sole sue forze, nutrire una legittima pretensione di non dipendere da alcuna di queste cose, di dominarle anzi tutte, non ritenendole che per altrettanti fatti, i quali stieno a lei soggetti e di cui essa sia incaricata di dare la spiegazione? Lo potrebbe; ma a due condizioni: l'una di partire, cioè di crearsi da se medesima; l'altra, di arrivare alla cognizione di ciò ch'esiste, alla cognizione dell'esistenze in loro stesse. Or la prima di queste condizioni, già l'abbiamo veduto, è impossibile; poichè se la scienza parte, dee pur partire da qualche cosa che non sia scienza, altrimenti anticiperebbe se stessa. La seconda condizione certamente la scienza non l'ha per anco verificata; e il più grande pensatore del secolo passato, stavo per dire di tutti i secoli, Kant, le negò di poterla verificare giammai; poichè le tolse ogni adito a conoscere in se medesimo non solo ciò che non dà di sè alcuna apparenza, ma ciò pure le cui apparenze ci stanno continue d'intorno. Egli racchiuse tutto il potere della scienza tra i fenomeni e le relazioni loro.

Troverà essa la via per uscirne? Cominciando dalle prime prove delle sue forze, là nell'India, la sua storia è piena tutta quanta della vanità dei tentativi che fece sempre per tal motivo. E già non manca tuttavia di farne, ora cercando l'uscita principalmente nel mondo esterno ed ora nell'interno. Confesso che pensavo un tempo, o piuttosto speravo, che la potesse trovare in questo. Una tale speranza, che già pubblicai (*Studio* 12.mo), mi era data non tanto dal calore che m'infuse ciò che potei leggere del più alto ed energico sistema filosofico che siasi creato in questi tempi, voglio dire del naturalismo tedesco; quanto dalla maraviglia e dall'amore che m'inspirò la lettura dei lavori più riservati, ma non meno profondi e luminosi, dell'eclettismo fran-

cese. Or deggio dire che degli studi più lunghi e più severi me la tolsero, e mi fecero tornare di nuovo a Kant. Il naturalismo tedesco non abbraccia infine per iscienza che una grande ipotesi. Esso rinnovando i pensieri degli Eleati e quelli soprattutto dell'immensurabile ingegno del nostro Giordano Bruno, esso la colloca a dirittura nelle esistenze o, per meglio dire, nell'esistenza, e s'impadronisce di essa coll'ipotesi. L'eclettismo francese non ve la colloca, ma crede di potervela condurre: il suo metodo è senza dubbio più scientifico. Ma a me sembra che si potrà dimostrare, essere la via per cui la conduce piuttosto una concatenazione di supposizioni che di fatti, e non presentar essa infine, a chi ben attento la esamini, che un ingegnoso e splendido, ma, quasi direi, artistico legame tra alcuni concepimenti, de' quali non sarà mai dato di provare in verun modo la corrispondenza con la realtà. Onde stimo potersi, anzi doversi concludere, che tutto si risolva per anco nell'ipotesi; come partendo altresì dal mondo interno, era un'ipotesi quella p. e. delle monadi, e lo è quella delle forze considerate qual principio; e come partendo dal mondo esterno, erano ipotesi quelle degli atomi e dei vortici, e lo sono quelle delle molecole o delle forze considerate qual effetto. Certo in quell'ideale che ci è dato di poter concepire della scienza, essa avrà toccato l'ultimo termine quando sarà giunta ai principii delle cose; certo la scienza sarà compiuta quando avrà potuto penetrare nell'esistenza o nelle esistenze e nelle ragioni loro; poichè essa allora non solo conoscerà quel che apparisce, ma quel ch'è; non conoscerà solo delle verità, ma la verità. Tra questo ideale però della scienza e la scienza verificabile, io credo che si possa affermare esservi un abisso che l'uomo forse non arriverà a superare giammai; quantunque sia spinto ognora a superarlo, e quantunque giovi ch'ei tenda sempre a superarlo: poichè egli è con questo suo nobile e continuato tentativo ch'ei va portando sempre più a maggior perfezione quel tanto della scienza che gli è conceduto di possedere: e già sarà giunto ad una bella meta nella scienza medesima, quand'egli, per servirmi di una frase di Fichte, quand'egli sarà giunto a comprendere l'incomprensibile come tale.

Se pertanto si avrà provato non effettuabile e certamente non effettuata per anco dalla scienza nè pure la seconda delle condizioni che abbiamo po-

ste; se le si avrà chiusa ogni via, od almeno provato che fino ad ora le fu chiusa, alla soluzione di quanti mai sono i problemi che si riferiscono all' esistenze; se la si avrà confinata del tutto tra i fenomeni e le relazioni loro; crederò che si avrà dimostrata l' impossibilità in cui è la scienza medesima d' isolarsi affatto dal senso comune, dal sentimento, dalla religione, dall' arte, dall' azione, dalla vita; e però dimostrata ad un tempo la necessità in cui trovasi di far la maggior parte del suo viaggio in compagnia di tutte queste cose. E qui aperto dinanzi un altro ben ampio e lungo sentiero a percorrere. Si dovranno esaminare le relazioni della scienza con tutte esse in generale e con ciascuna in particolare. Nel senso comune, nell' intimo sentimento, nella religione il pensiero si sviluppa colla forza della sua propria spontaneità, procede con essa e rimane ne' suoi atti. Nella scienza il pensiero non si sviluppa spontaneo, ma si esercita volontario per domandarsi conto de' suoi propri atti medesimi: la scienza è l'energia del pensiero che si ripiega sopra se stesso: la scienza è la riflessione considerata in un uso non ordinario della sua forza. Nell' arte, nell' azione, nella vita l' esperienza tiene il campo: la scienza non è possibile se all' esperienza non si congiunga la speculazione. La spontaneità dunque del pensiero e l' esperienza meglio rilevano dalla parte del senso comune, dell' intimo sentimento, della religione, dell' arte, dell' azione, della vita; ma la riflessione ad un certo grado e la speculazione sono tutte dalla parte della scienza. Ogni discorso però su tal proposito dovrassi volgere in sostanza a mettere in riscontro la spontaneità colla riflessione e l' esperienza colla speculazione. Si dovrà cercar d' investigare, come più sia possibile, quale e quanta dell' opera propria a ciascuna di queste cose entri nei destini dell'umanità. Si dovrà cercare di assegnar i limiti tra' quali saria mestieri che ciascuna si contenesse, a fine di produrre quell' armonica corrispondenza tra di loro che toglierebbe ogn' incertezza, ogni agitazione al viaggio del genere umano. Si dovranno quindi sottoporre ad un' accurata indagine gli scambievoli uffizi dell' una verso dell' altra. Prima, quelli della spontaneità verso alla riflessione, che non le dee certo impedire alcun legittimo passo, ma ben trattenerla quando sen' esca dallo sviluppo spontaneo del pensiero, e non si eserciti sopra di esso: poscia, quelli della riflessione sulla

spontaneità, che deve rischiarare e determinare ciò che questa contiene di oscuro e di vago; affinchè essa giovandosi dell'oscurità e della vaghezza, non trascorra forse a conclusioni che non le si addicono e non si arroghi un impero che non le compete. Verranno quindi all'esame gli uffizi dell'esperienza sulla speculazione, che non dee quella esser madre troppo dura di questa per impedirne il volo, ma ben severa quanto basti per obbligarla a prenderlo e dirigerlo in guisa che da qualunque luogo parta, parta da essa, che in qualunque luogo ed a qualunque altezza se ne vada, possa sempre ritornare ad essa. Verranno in fine gli uffizi della speculazione sull'esperienza, figlia quella che a pena nata ha tanto di potenza da mettere e tenere la propria madre sulla via più certa e migliore; onde dee farsele perpetua compagna e consigliera, affinchè non vada tentoni qua e là errando inutilmente, e spesso con suo proprio danno.

Da questo lungo e profondo discorso io son d'avviso che usciranne l'effetto di aver potuto collocare la scienza nella sua propria sede. Poichè se le si avrà tolto l'omaggio adulatorio od appassionato che la predica come esclusivamente capace e però unicamente degna di esercitare il supremo ed assoluto dominio sopra l'umanità; le si avrà reso invece un omaggio giusto, perchè vero, un omaggio legittimo, perchè competente: l'omaggio che niun savio può negare di renderle, quello di forza potentissima ad illuminare e dirigere il genere umano.

IV. Illuminare e dirigere: rigorosi doveri e ad un tempo sublimi intendimenti della scienza! Certo il secondo di essi è compreso nel primo, mentre la scienza dirige in quanto illumina. Ma io credo che sarà bene di separarli, perchè la scienza vale ad illuminare molto più di quel che valga a dirigere. Vi sono in essa delle verità che non hanno applicazione alcuna ai bisogni delle cose umane: ve ne sono di quelle che non potrebbero essere giammai che imperfettissimamente applicate: ve ne sono di quelle che sarebbe impossibile di applicarle in qualunque siasi modo. Molte e molte scoperte dell'astronomia se ne stanno affatto prive d'ogni relazione co' fatti nostri: molte di quelle della fisica si trovano nel caso medesimo: moltissimi conce-

pimenti della matematica non sono che meri concepimenti: molti tipi creati dalla morale rimangono modelli che non hanno copia: ogni parte della scienza possede un numero grande di queste verità, dirò così, inoperose. Senza dubbio alcune di esse concatenandosi a nuove verità ritrovate, diverranno un giorno più o meno effettuabili; ma intanto sono, e le più rimarran forse per sempre, inoperose. Sono e rimarranno inoperose; ma vien fuori anche da loro un tal fiume di luce che irraggia la mente, che inebbria il cuore, che sostiene e conforta nelle dure fatiche degli studi. Dirò di più: sono anzi queste tali verità ch'esaltano propriamente l'uomo sopra se stesso; poichè sono esse che se non tengono la scienza nel luogo più utile, la collocano certo nel più alto possibile; mentre son esse che la spogliano quasi da ogni ingombro terreno, che la sottraggono al meccanismo dei mezzi, all'accidentalità degli effetti, alla variabilità dei casi e delle condizioni; onde lo splendor che procede da loro, procede dal raggio più limpido che l'umanità possa riflettere della luce divina; e l'amore di esse è l'amor puro del vero, l'amor del vero per se medesimo. E per ciò se chi trattando della scienza non accennasse almeno a questo irradiamento che produce, a questo amore ch'essa desta, mi parrebbe come se avesse discorso dell'uomo, e taciuto della parte più elevata del suo intelletto, della parte più nobile del suo sentimento; mi parrebbe in certa guisa come se avesse discorso dell'universo e taciuto del sole. Ei ne parlerà dunque, e non brevemente.

Ma siccome tali effetti di splendore e d'amore che vengono prima generati dalla scienza in quelli che si adoperano intorno di essa, è mestieri che sieno fatti provare da questi a quanto maggior numero d'uomini è dato, affinchè la scienza medesima adempia verso l'umanità quegli alti suoi uffizi, che abbiam detto, d'illuminare e di dirigere; d'illuminare sopra tutto mercè la luce che procede dai veri applicabili da cui deriva la possibilità di qualunque siasi miglior direzione; così è fuor d'ogni dubbio che sarà della più grave importanza il considerar anco i modi co' quali la scienza medesima potrà meglio diffondersi. E però se chi intraprenda la disegnata fatica voglia dar loro per materia un tal soggetto, egli impiegherà ottimamente le ultime pagine di essa. Nelle quali rinsciragli molto agevole io credo a provare, che

la scienza sarà tanto più diffusa quanto renderassi più amabile; e che si renderà tanto più amabile quanto più assumerà le forme che meglio si addicono al generale delle intelligenze, cioè quanto più cercherà di penetrare nel generale delle intelligenze coll'opera delle immagini e dei sentimenti. Nè molto più difficile gli dovrà essere a far conoscere che non trovansi verità alcune, per quanto lontane dalle cose degli uomini, per quanto astratte, per quanto austere, che non sieno capaci di ricevere un tal atto e tali colori che le facciano accogliere più o meno volentieri anche da quelle menti che non sono particolarmente rivolte allo studio di quel genere di verità cui esse appartengono. Con assai più lieve fatica potrà poi dimostrare che la scienza abbonda di tali verità in cui la parte del bello e del buono è talmente congiunta a quella del vero, che basta non privarnele, perchè l'agitarsi della fantasia e il commuoversi del sentimento procedano spontanei dal vero medesimo, ed esse si diffondano grandemente, anzi si rendano poco meno che popolari. Ch'egli cerchi di vincere le preoccupazioni di alcuni, e non son pochi, i quali guardano con un certo timore il linguaggio appassionato od immaginoso che si adoperi nella scienza, come se esso o non potess'essere che ministro di seduzione in favore del falso, o almanco che sia, non potesse non recare più o meno di nocumento all'aggiustatezza del vero. Non creda di presumer troppo se stimerà di poter provare loro che il vero, in quanto vero, non si attiene ad un modo d'essere significato piuttosto che ad un altro; e ch'è sì agevole al falso il celarsi fra le strettezze degli agghiacciati sillogismi, come sotto l'ampia veste della più calda eloquenza; poichè non vi ha forma, per quanto ascitta e severa, che non valga a nascondere assai fallacie. Ricordi loro, infr'altro, il Leibnitz aver notato che Cartesio non andò mai in tanta licenza di affermare in quanta trascorse in quell'opera che scrisse per consiglio di Mersenne, ed in cui volle coprire le sue ipotesi con l'abito matematico. Domandi loro, infr'altro, se vorrebbero eglino abbracciare tutte le speculazioni dello Spinosa, perchè si presentano camminando col passo tardo e circospetto della geometria. Certo io non desidero ch'egli faccia pensare ad alcuno di biasimar per questo nè pure la più arida, la più nuda forma d'esposizione o di ragionamento nel trattare la scienza. So bene ch'essa può

avere i suoi vantaggi. Ma vorrei che cercasse di far pensare a molti, che s'è di grande importanza per la scienza medesima il suo proprio progresso; non è forse meno importante, per quanto contiene di vero applicabile e per la civiltà generale dei popoli, ch'essa sparga largamente la sua luce ed entri in quel maggior numero d'intelletti ch'è possibile. E qui il suo assunto potrà confortarsi, se vuole, con tanti esempi d'uomini sommi non meno nell'opera di accrescere grandemente il tesoro della scienza che in quella di farla amare e però di diffonderla. Lasci gli antichi ed anco i vecchi per non far cenno che di alcuni recentissimi o tuttavia viventi. Tra' quali non tacerà certo di Davy che sparse tante grazie in alcuni suoi scritti di chimica, onde giunse a mettere in voga fin anche tra il bel mondo inglese questa parte della scienza: non tacerà di Cuvier che leggendo dalla cattedra o nell'accademia, destava sempre un fremito d'ammirazione e d'entusiasmo in tutto quanto l'uditorio: non tacerà di Humboldt, le cui opere istruiscono sì fortemente l'intelletto nell'atto stesso che pur riscaldano la fantasia e commuovono il cuore: non tacerà di Schelling che creò il sistema più profondo ch'abbia mai dato il paese de' pensieri profondi, e in tanta profondità di speculazioni una luce continua di mirabili immagini, un movimento incessante di vari sentimenti, una poesia sublime: non tacerà infine di Cousin, ch'è il più potente filosofo, e nello stesso tempo il più grande oratore di eloquenza scritta che abbia oggi la Francia.

Ch'egli si fermi pure in questa ultima parte del suo lavoro, anche forse più di quanto ad alcuno potrebbe apparire necessario. Già un buon motivo lo giustifica. L'Italia possede, senza dubbio, un tal numero d'uomini e nell'uno e nell'altro modo della scienza, che le possono far portare molto bene sollevata la fronte in faccia a qualunque siesi più dotta nazione. Ma se vogliamo confessare a noi stessi il vero, manca in Italia alla scienza un pubblico, o essa ne ha uno di assai piccolo e freddo, in confronto di quel molto più grande ed animato che potrebbe avere. Or che altro può esser causa di questo, se non che la scienza non si è qui per anco generalmente data una tal forma di comparire, dirò così, tra le genti che la possa far accogliere volentieri da molti? Certo non altro; poichè certo queste intelligenze italiane sarebbero di lor natura dispostissime, non che ad accoglierla, ad amarla, per poco che si pre-

sentasse loro o agitata dall' immaginazione o riscaldata dall' affetto. Sul finire del secolo passato, la franca ed appassionata penna di Gaetano Filangeri valse pur molto a rendere diffusa tra noi una parte della scienza prima sì oscura ed arida e però riservata a pochissimi, quella della legislazione. E quando la scienza si avrà creato in Italia un pubblico zelante e numeroso, so bene che sarà generalmente apprezzata anche tra noi quanto merita quella non molta letteratura che oggi abbiamo, e quella molta più che potremo avere allora, la quale si fondi sopra lunghi e severi studi, s' impregni anch' essa, dirò così, di scienza, s' incorpori di meditate idee, di forti sentimenti, di elevate immagini. So bene che se non ne sarà spento il germe, il che è impossibile, verrà almeno scemata la lode, e con la lode il borioso vivere e il perpetuo rinascere di quelle tante ciancie che vanno attorno, nelle quali non so se sia maggiore la vacuità o l'arroganza.

(*Letta il 30 Marzo 1842*)

SOLUZIONE

DI

ALCUNI PROBLEMI RELATIVI AL MOVIMENTO DEI CORPI

SOTTOPOSTI A FORZA CENTRIFUGA

MEMORIA

DEL PROFESSORE CARLO CONTI

Quando una palla, posata sopra tavola orizzontale e legata con filo ad un punto fisso, per colpo istantaneo prende moto circolare intorno a quel punto fisso, essendo obbligata dal filo in ogni istante a torcere dalla direzione rettilinea in che muoverebbesi, esercita sopra quel filo un conato, e questo conato si attribuisce ad una forza che si chiama centrifuga.

Ad ogn' istante la palla si trova nelle medesime circostanze, ad ogni istante tende a scappare per la tangente, ed il filo ne risente lo sforzo. Così quando un corpo grave pende da un filo ad ogn' istante quel filo distrugge il conato della gravità. Quindi la forza centrifuga si rassomiglia alla gravità quando preme, e l' effetto misurasi per peso.

La misura della forza centrifuga trovata dall' Ugenio segna epoca luminosa nella storia della Meccanica. Fu detto, e ben a ragione, che quella scoperta ajutò possentemente il Newton a stabilire le leggi dell' universale gravitazione.

Se la luna s' avvolge in cerchio intorno alla terra, duopo è che l' azione della terra sovra di essa equivalga ad un filo che obblighi quel corpo inerte a

deviare continuamente dal cammino rettilineo per cui tenderebbe a muoversi. La distanza della luna dalla terra, o raggio della sua orbita, confrontata alla velocità, misura quello sforzo. Ed ecco scenderne la conclusione, che la forza esercitata dalla terra sulla luna è la medesima attrazione terrestre che si esercita sui nostri corpi, diminuita nel rapporto del quadrato della distanza. E questo fu il gran passo con che il sommo Newton arrivò alla legge suprema che regola il movimento dei celesti corpi, che presiede alla loro configurazione.

La teorica della forza centrifuga condusse Newton a dedurre lo schiacciamento della terra ai poli. Supponendo la terra sferica e molle, ogni particella è soggetta nella conversione diurna a forza centrifuga, agente nel prolungamento del raggio del suo paralello. Una componente di questa forza opposta alla terrestre attrazione ne scema l' intensità, l' altra tangenziale tende ad accostare la particella all' equatore. Questa tendenza delle particelle all' equatore dovette operare il mutamento della figura sferica in isferoidica, e noi dobbiamo ritenere che, dopo i tanti anni di quell' azione, il nostro pianeta abbia assunto una figura permanente.

Ma importa assai distinguere l' attrazione terrestre dalla gravità; chè quella è forza risultante di tutte le attrazioni delle particelle sopra corpo non obbligato a torcersi in giro colla terra; questa è la risultante di quelle attrazioni e della forza centrifuga. Quindi è che la teorica della gravità non è così semplice come altri s' immagina. La determinazione della formula che ne esprime l' intensità è frutto di sublimi ricerche, e la teorica della caduta dei gravi può dirsi soltanto compiuta in questi ultimi tempi dal celebre Poisson.

Benchè l' ipotesi della terra sferica e solida sia molto lontana dalla realtà, pure mi sembra che un confronto fra l' attrazione terrestre, e la gravità in questo caso, sia mezzo d' intendere in che consista propriamente la ricerca della misura della gravità, e della legge dei gravi cadenti.

Supponendo intanto che nel senso di un meridiano sia circondata la terra da un canale contenente una palla, poichè rimane attiva una componente della forza centrifuga, quella palla con certo movimento s' avvicinerà all' equatore; e si trova che compirebbe delle oscillazioni come un pendulo.

che per piccoli archi queste sono sensibilmente isocrone, e che il tempo di una oscillazione è metà del tempo della rivoluzione della terra intorno al proprio asse.

Supponendo alla sommità di un' asta, diretta nel prolungamento del raggio terrestre, attaccato un filo gravato all' estremo di un peso, la posizione di equilibrio del filo non è secondo il raggio, ma pende verso l' equatore. Trovasi massima la deviazione per la latitudine di 45°, eguale per latitudini equidistanti da questa, poichè quella deviazione è proporzionale al seno del doppio della latitudine.

Quel filo segnerebbe la vera verticale; perpendicolarmente ad esso disporrebbesi l' acqua stagnante contenuta in un vaso.

Supponendo, secondo il raggio dell'equatore, disposto un tubo contenente una palla, questa discenderebbe tratta dall'attrazione terrestre diminuita della forza centrifuga.

Aumentando diciasette volte circa la celerità della rotazione diurna, quella palla rimarrebbe sospesa, aumentando di più ancora la celerità di rotazione la palla ascenderebbe.

Consideriamo ora un corpo che prima giri colla terra, poscia lasciato libero divenga perciò un grave cadente. È chiaro che tal corpo avrà una velocità di projezione tangenzialmente al paralello, e che sopra di esso agirà la terrestre attrazione non la gravità.

Quel corpo sarà un vero satellite dominato dal terrestre centro. La sua orbita sarebbe raccolta in un piano di cerchio massimo, e secondo l' attuale celerità diurna sarebbe un' elissi, il cui fuoco remoto coinciderebbe col terrestre centro.

Quindi il piano dell' orbita non comprenderebbe la verticale corrispondente al punto di distacco.

Il moto relativo avrebbesi paragonando le posizioni successive di quel corpo colla verticale che lo insegue.

Il punto in cui colpirebbe la superficie terrestre avrebbesi col determinare l' incontro dell' orbita col cerchio massimo, il tempo della caduta sarebbe il tempo impiegato a percorrere quell' arco.

Qui si trova che il distacco della verticale dal piano del cerchio massimo è dello stesso ordine che il distacco del cerchio massimo dal paralello pel tempo impiegato nella caduta. Per il che affatto insensibile è la deviazione australe. Trovasi sensibile la deviazione orientale. E già questa deviazione misurata da alcuni osservatori, ultimamente dal Reich, coincidendo con la calcolata, dimostra ad evidenza il moto diurno.

Considerando i corpi cadenti all'equatore, si trova che aumentando la celerità diurna diciscette volte, l'orbita diventa circolare. I corpi dunque svincolati dalla terra non caderebbero.

Ma è ben necessario distinguere i due casi, di corpo legato alla terrestre massa, e di corpo circolante liberamente. Nel primo caso se si fermasse la terra, l'attrazione terrestre non più contrastata dalla forza centrifuga opererebbe con tutta l'energia, nell'altro, ferma la terra, il corpo continuerebbe a muoversi nell'orbita circolare come prima.

Supponendo che la celerità diurna aumentasse ancora, l'orbita da circolare muterebbesi in ellittica col fuoco prossimo nel terrestre centro, poi diventerebbe parabolica, ed oltre un certo limite di celerità, facilmente determinabile, trapassarebbe in iperbolica.

Dietro questi cenni fondati sull'ipotesi della terra sferica omogenea può vedersi quanta difficoltà presenti il problema dei gravi cadenti, essendo la terra eterogenea e sferoidica, e dovendosi tener conto della resistenza dell'aria. Ed è solo con sottile analisi degli elementi che possono trascurarsi, e di quelli che possono aver sensibile influenza che il Poisson ha dedotto le formule coincidenti coll'esperienze ultimamente istituite in Germania.

Noterò ancora che, quando si voglia indagare la legge del moto di corpi erutati da vulcani lunari, dovrebbesi prima indagare l'orbita che sarebbero per descrivere intorno al centro lunare, per conoscere quando e sotto quali condizioni possono essere attirati dalla terra.

Dopo questa digressione sull'effetto della forza centrifuga, derivante dalla terrestre rotazione, verrò a dire brevemente delle questioni trattate nel presente lavoro.

In molti casi di moto giratorio può la forza centrifuga, operando sulle

particelle di un corpo, non essere distrutta, e quindi il corpo acquistare un movimento. Allora la forza centrifuga diventa acceleratrice.

Così, ad esempio, se in un tubo cilindrico orizzontale sia una palla e quel tubo si aggiri uniformemente intorno ad asse verticale, la forza centrifuga, non distrutta da filo che mantenga la palla alla medesima distanza del centro di moto, si muoverà lungo il tubo e può domandarsi con qual legge.

Se in un canale curvilineo siavi un palla, e quel canale sia sottoposto a moto vertiginoso; ad ogni istante rimarrà, generalmente parlando, efficace una componente della forza centrifuga che si sviluppa, e la palla si andrà muovendo.

Supponendo un corpo girevole intorno ad asse orizzontale, e quest'asse ruotante intorno a verticale, quella forza centrifuga che si desta intorno ai varii punti determinerà una divergenza del corpo dalla posizione di equilibrio, e quel corpo oscillerà, onde nasce la ricerca delle leggi di quelle oscillazioni. È ovvio il caso di un ombrello che aggirandosi velocemente intorno al suo bastone centrale, si allarga, in virtù della forza centrifuga che si desta nei varii punti, ed è in parte efficace. Sopra questa proprietà si fonda la costruzione di alcuni regolatori nelle macchine a vapore.

Io presi dunque a considerare questi movimenti, e prima ricercai di sostituire un solo punto materiale a corpo esteso scorrente entro tubo soggetto a moto vertiginoso; ho ricercato di trovare il centro di questo genere di oscillazione per corpi mobili intorno ad asse orizzontale, quando questo è obbligato a moto vertiginoso. Ho dimostrato prima che la massa del corpo può considerarsi raccolta nel centro di gravità, e giunsi a dimostrare un'altra proprietà di questo genere di movimento. Se in due tubi paralleli sienvi due atomi sovra una medesima orizzontale, e l'uno de' tubi intersechi l'asse verticale di rotazione, l'altro ne sia comunque distante, i due atomi muovonsi egualmente ne' due tubi, benchè l'uno descriva un cono, l'altro col suo asse un'iperboloide di rivoluzione.

Quanto al centro di oscillazione centrifuga dimostrai per quali corpi si possa considerare la massa concentrata nel centro di gravità, e per quali corpi s'abbia a calcolare distintamente. Ricondussi molti casi, i più ordinarii, alla determinazione de' momenti d'inerzia riguardo ad assi principali.

Quindi ho dato le formule generali, con cui può calcolarsi la deviazione di equilibrio per corpo grave mobile intorno ad asse orizzontale e girante intorno ad asse verticale con data velocità.

Dopo questo trattai il problema del moto di una palla entro un tubo rettilineo innestato ad asta ruotante inclinata comunque alla verticale. La soluzione è semplice in confronto di quella data dal Piola, nelle sue Memorie sulla Meccanica analitica, primo libro nel quale abbia veduto questioni di tal genere, che però egli non risolve col considerare l' azione della forza centrifuga come acceleratrice.

Poi trattai del moto di una palla in tubo elicoidico girante, ed in tubi ad asse curvilineo piano giranti intorno alla verticale, sieno dessi disposti verticalmente od orizzontalmente.

Quando il piano è verticale si trova esservi sempre un tubo parabolico ad ogni velocità angolare, per la quale un corpo rimane in equilibrio in qualsiasi punto si collochi, ed è quella parabola generatrice della superficie concava di un liquido ruotante in cilindrico vaso intorno al proprio asse. Questo risultamento suggerirebbe un semplice apparato per l' esperienza.

Che se il tubo sia circolare, orizzontale, ruotante intorno ad asse verticale collocato all' estremità di un diametro, dimostrasi che una sfera tende a fare delle oscillazioni che sono sottoposte alla medesima legge di quelle del pendolo. E se la sfera sia collocata all' estremità di quel diametro, si troverà in equilibrio; ma nel centro di moto sarà equilibrio instabile, al punto opposto sarà equilibrio stabile. Deviata alcun poco da questa ultima posizione oscillerà, ed il tempo di una oscillazione sarà la metà del tempo della rivoluzione dell' anello circolare; e ciò che ha di particolare tal moto si è, che la durata di una oscillazione non dipende dal raggio dell' anello.

E ritornando al caso del tubo rettilineo orizzontale, ho supposto ch'entro il tubo si sviluppi forza espansiva, come quella che nasce dall' accensione della polvere, la quale insieme alla forza centrifuga dipendente dal moto giratorio, spinga la palla fuori del tubo o cannone. La via che la palla deve prendere sortendo dal tubo è quella della risultante delle due velocità di sortita, e della bocca del tubo. Osservando il punto di sortita o posizione del tubo quando

esce la palla, e l'incontro della palla in parete circolare lontana, potrebbesi determinare il rapporto di quelle due velocità indipendentemente dalla resistenza dell'aria. Per la qual cosa mi pare potersi proporre un tal metodo alla determinazione della velocità iniziale de' projetti coll'accensione della polvere.

Volli risolvere ancora questo altro problema. Suppongo che un piano orizzontale giri intorno ad asse verticale, ed a certo suo punto sia collocata l'estremità di un tubo contenente una palla. Mentre il piano ruotante rapisce e fa girare quel tubo, intendo che il tubo si ravvolga uniformemente intorno al suo estremo. Allora la palla risente l'effetto diretto del moto vertiginoso del tubo, l'indiretto del moto che il tubo è costretto di assumere col piano. La formula che dà la soluzione del problema è dedotta da un'equazione di secondo ordine facilmente integrabile.

Ho scelto anche questo problema per mostrare come il calcolo si renda semplice valutando il moto relativo della palla entro il tubo, non l'assoluto nello spazio; mentre trattando tale quesito col metodo generale seguito dal Piola pel tubo girante con asse inclinato alla verticale, si arriva a formule molto complicate. Al semplice principio di calcolare il moto relativo nel tubo anzichè l'assoluto nello spazio devesi la facile soluzione che ho di sopra accennata. Per dare l'esempio dell'azione vicendevole di forze centrifughe sopra due corpi fra loro uniti in un sistema, ho considerato il caso di due tubi inclinati esistenti in piano verticale, e girevoli intorno ad un asse pur verticale e contenenti due sfere legate con un filo. Egli è chiaro ch'entra come caso particolare quello di corpo scorrente in canale orizzontale, od inclinato all'orizzonte raffrenato da peso attaccato ad esso mercè di un filo. Quindi la legge di movimento nell'apparato di Nollet per la dimostrazione della legge della forza centrifuga, al quale apparato, dal chiarissimo nostro collega Prof. Zamboni, fu sostituito un semplice piano inclinato.

Fino a qui si è supposto mantenuto uniforme il moto giratorio, senza abbadare al mutamento di forza che occorre nello scostarsi dei corpi per cui aumentansi i momenti d'inerzia.

Per il che intrapresi a trattare altre questioni supponendo che la forza generante il moto vertiginoso sia istantanea o dipenda da peso scendente

attaccato a funicella che si avviluppa al cilindro ruotante. Tali questioni, benchè appariscano di facile risoluzione, menano ad equazioni differenziali di ordini superiori, e che non mi è riuscito d' integrare.

Mettiamo che un tubo orizzontale cilindrico s' innesti in cilindro verticale girevole, che per un colpo istantaneo prenda moto vertiginoso. Se dentro il tubo orizzontale sia collocata una palla, questa girando si allontana, ma nello scostarsi aumenta il suo momento d' inerzia e conviene che si rallenti il moto rotatorio. Questa legge di movimento può ricondursi ad una formula per quadratura.

Che se il cilindro sia posto in movimento da peso scendente, facile è scrivere le due equazioni differenziali pel moto giratorio e per quello della palla entro il tubo, ma quando si tratta di passare ad equazione fra due variabili col mezzo dell' eliminazione si arriva ad equazioni di terzo, e di secondo ordine, giusta la scelta della variabile indipendente, equazioni che presentano almeno per quanto io ho trovato, ostacolo insuperabile. Se questo problema interessasse nella pratica dovremmo ricorrere ai metodi di approssimazione.

Supponendo che nel cilindro verticale, ruotante in virtù di peso che scende, sia mobile trasversalmente un' asse orizzontale intorno a cui possa muoversi un corpo, è chiaro che per la forza centrifuga devierà dalla posizione di quiete. Il determinar la legge di oscillazione di questo corpo, e quella di rotazione del cilindro mena ad equazioni differenziali assai complicate. E qui a dir vero si poteva prevedere questa difficoltà, chè in fine tal problema racchiude come caso particolarissimo quello delle ordinarie oscillazioni di corpo intorno ad asse orizzontale, problema che non si risolve se non per approssimazione, o facendo ricorso alle trascendenti ellittiche.

Se la forza centrifuga può in alcune circostanze generare movimento è naturale il cercare quando ella possa produrre effetti utili in meccanismi per innalzar corpi solidi od acqua. Nei Gabinetti di Fisica si mostrano modelli di macchine per innalzare acqua col moto giratorio, alzamento che quindi proviene dalla forza centrifuga.

Il Poncelet ultimamente tenne conto della forza centrifuga, prima nella disposizione che prende l' acqua in ruote idrauliche a casselle, mostrando come il limite del versamento sia mutato da quello che competerebbe alla

sola gravità, poi nel valutare l'effetto del turbine di Fourneyron. In questa ultima macchina l'acqua che si sfoga per tubi ad assi orizzontali risente l'effetto del moto vertiginoso, ed è propriamente alla forza centrifuga operante moto che deesi l'aumento dell'efflusso.

Avea in animo di calcolare l'effetto di quelle prime macchine idrauliche che innalzano acqua pel moto giratorio, e di calcolare le forze occorrenti per operare de' getti orizzontali, ed obbliqui con tubi connessi ad asse verticale ruotante; ma alcune circostanze m'impedirono di condurre a compimento que' primi abbozzi che aveva estesi su questo soggetto.

In tutti i corsi di Meccanica quando si tratta della forza centrifuga la si considera sotto l'aspetto statico, la si considera come forza di pressione. Pareami che in un' estesa dottrina del moto fosse commendevole cosa insegnare come si calcola il movimento che in alcune circostanze può dipendere dalla forza centrifuga. Sotto questo punto di vista il presente lavoro servirà a completare la dottrina della forza centrifuga: sarà un capitolo per un corso di Meccanica, od il compimento di un capitolo.

Per questo ardisco presentarlo al giudizio di questa eletta adunanza.

Mi sembra che una classe di problemi fino ad ora non degnata di certa attenzione per parte dei cultori della Meccanica in tanta feconda operosità, una classe di problemi che addomanda e quindi può eccitare a nuovi progressi il calcolo sublime, che serve a spiegare e calcolare non infrequenti fenomeni, mi sembra che possa essere argomento di qualche importanza.

Quanto al modo da me seguito nell'esposizione, e risoluzione delle questioni, e nella discussione di alcune conseguenze, attenderò la decisione dell'invocato vostro giudizio.

In ciò solo mi conforto e confido, che qualunque siasi il merito di queste investigazioni, apparirà manifesto il mio buon volere nel tentativo di corrispondere con tutte le mie forze alla Sovrana Clemenza che si degnò prodigarmi il distinto onore di sedere fra Voi, facendo parte di questo primo corpo scientifico dello Stato.

1. Entro di un tubo prismatico orizzontale girevole uniformemente intorno ad asse verticale, muovasi un corpo liberamente nel senso solo della lunghezza, domandasi la misura della forza acceleratrice corrispondente al suo centro di gravità.

Per l'asse verticale di rotazione, e per quello del tubo sia condotto un piano, e diciamo y la distanza, da questo piano, di un elemento dm della massa del corpo; sia poi l la distanza di questo elemento dall'asse verticale; ω la velocità angolare.

La forza centrifuga corrispondente all'elemento dm sarà $\omega^2 l$, la motrice $l\ \omega^2 dm$. Ma questa forza opera secondo la direzione l, e la componente sua secondo il senso del moto che può prendere il corpo sarà $l\,\omega^2\ cos.\ i\ dm$ esprimendo con i l'inclinazione di l ad una paralella all'asse del tubo. Pertanto se diciamo x la distanza dell'elemento dm dal piano normale all'asse del tubo condotto per l'asse di rivoluzione, avremo $l\ cos.\ i = x$. Quindi la forza motrice corrispondente all'elemento dm nel senso del movimento sarà $\omega^2 x\,dm$.

La forza motrice corrispondente all'intera massa sarà $\omega^2 \int x\,dm$, ed esprimendo con M l'intera massa del corpo la forza acceleratrice sarà

$$\frac{\omega^2 \int x\ dm}{M}$$

Diciamo adesso s la distanza del centro di gravità del corpo M dal piano verticale cui riportansi le x, e sarà $M\,s = \int x\ dm$. Quindi la forza acceleratrice sarà espressa da $\omega^2 s$.

Si può adunque considerare la massa del corpo concentrata nel suo centro di gravità, e quindi il corpo ridotto ad un punto materiale obbligato a scorrere lungo una retta orizzontale sottoposta al moto vertiginoso.

2. Sia ora l'asse del tubo inclinato alla verticale dell'angolo θ, e si domandi la misura della forza acceleratrice dipendente dalla rotazione intorno a quella verticale.

Prendasi l'asse delle x sopra retta passante per l'asse di rivoluzione.

e parallela all'asse del tubo. L'asse delle y sia una retta orizzontale normale alla precedente, e quello delle z sia ortogonale ai due nominati.

Prendiamo poi nel piano $z\,x$ due altri assi ortogonali, delle z' e sia quello di rivoluzione, delle x' e sia orizzontale.

Dicendo x', y, z', le coordinate dell'elemento dm, la forza centrifuga sarà $\omega^2\sqrt{x'^2+y^2}$, e la forza motrice corrispondente $\omega^2\sqrt{x'^2+y^2}\,dm$. Di questa forza che opera secondo la distanza dalla verticale, la componente nel senso delle y cioè la normale all'asse del tubo va distrutta. Dovremo dunque tener conto soltanto della componente normale alle y che è $\omega^2 x'\,dm$ ossia $\omega^2 x\,sen.\,\theta\,dm$. Ma questa forza va pure decomposta in due l'una normale all'asse del tubo, che non opera, l'altra parallela all'asse da cui soltanto dipende il moto. Quindi la forza motrice efficace per l'elemento dm sarà $\omega^2 sen\,\theta\,x\,dm\,sen\,\theta=\omega^2 sen\,\theta^2\,x\,dm$. La forza motrice per l'intera massa sarà data da $\omega^2 sen\,\theta^2\int x\,dm$, e la acceleratrice corrispondente al centro di gravità sarà $\omega^2 sen\,\theta^2\int\frac{x\,dm}{M}$ cioè $\omega^2 sen\,\theta^2 s$. ritenuta per s la significazione precedente.

Di qui si raccoglie che questo movimento in tubo prismatico volventesi intorno alla verticale sotto l'angolo θ, può considerarsi come movimento in tubo orizzontale, solo che alla velocità angolare ω si sostituisca la velocità angolare $\omega\,sen\,\theta$.

3. Un tubo rettilineo sottilissimo sia congiunto ad asse verticale girevole uniformemente, ed entro quel tubo possa muoversi atomo materiale, e supponiamo che la verga rigida che unisce quel tubo all'asse verticale sia secondo la minima distanza. Mentre l'asse verticale si ravvolge uniformemente, il tubo contenente l'atomo descrive un'iperboloide di rivoluzione. Immaginiamo adesso che pel punto dell'asse verticale, cui si attacca la verga congiungente quel tubo, sia condotto tubo parallelo al primo, che perciò nel movimento giratorio descriverà un cono. Entro di questo tubo muovasi altro atomo materiale, trattasi di paragonare il movimento che prendono i due atomi nel moto giratorio supponendo che sieno collocati egualmente distanti dalla retta di minima distanza, ossia corrispondano ad un medesimo piano orizzontale.

Sia R la distanza del primo atomo dall'asse verticale, r quella del secondo, d la minima distanza, dall'asse verticale, del tubo che non lo incontra. Avremo intanto $R^2 = d^2 + r^2$. Le forze centrifughe corrispondenti alla velocità angolare ω, saranno $\omega^2 R$, $\omega^2 r$. Ma la $\omega^2 R$ può decomporsi in due, l'una parallela alla retta di minima distanza o normale all'asse del tubo che va distrutta, l'altra parallela alla retta r. Indicando con i l'angolo formato dalle due rette R, r avremo la seconda componente espressa da $\omega^2 R \cos i$ Ora è $R \cos i = r$, quindi la forza acceleratrice derivante dal moto giratorio pel primo atomo sarà $\omega^2 r$, come per l'altro. Si noti che queste due forze eguali pei due atomi operano similmente riguardo ai due tubi in che muovonsi. Dunque i due atomi situati dapprima sopra una medesima orizzontale si muoveranno egualmente.

Questo teorema ne autorizza di sostituire a tubo non intersecante l'asse di rivoluzione, tubo che lo intersechi, e sia al primo parallelo.

4. Da questo teorema potrebbesi derivare la soluzione dei problemi precedenti. Infatti considerando ogni particella della massa del corpo contenuto entro il tubo prismatico, muoventesi entro tubo sottilissimo, possiamo confrontarvi atomo che si muova in tubo a quello parallelo. e perciò parallelo all'asse del tubo prismatico congiunto all'asse verticale di rivoluzione. E così verremo in fine a concentrare tutta la massa del corpo in filo sottilissimo contenuto entro unico tubo che si connette all'asta di rotazione. In quel filo sottilissimo la densità dovrà distribuirsi a seconda delle masse dei strati trasversali ne' quali può supporsi distinta la intera massa del corpo finito contenuto nel tubo prismatico.

Essendo il tubo prismatico orizzontale, l'elemento $d\mu$ del filetto distante dall'asse di rivoluzione di l sarà soggetto alla forza centrifuga $\omega^2 l$, e vi corrisponderà la forza motrice $\omega^2 l\, d\mu$. La forza motrice di tutto il filetto sarà $\omega^2 \int l\, d\mu$, ed essendo M la massa del filetto, s la distanza del suo centro di gravità dall'asse di rotazione, avremo $\int l\, d\mu = M s$, laonde la forza acceleratrice pel centro di gravità del filetto sarà $\omega^2 s$. Si può dunque al tubo prismatico. ed al corpo finito ch'entro vi scorre. sostituire retta e punto materiale.

Che se consideriamo tubo prismatico inclinato all'asse verticale di rotazione dell'angolo θ, col medesimo discorso potremo sostituirvi retta attaccata all'asse, e punto materiale. Allora supponendo che la distanza di questo punto materiale dall'attaccatura del tubo all'asse di rotazione sia s. la forza centrifuga sarà $\omega^2 s. sen\theta$. Ma questa forza ch'è orizzontale opera per la sola componente a seconda della retta sopra cui è obbligato a muoversi il punto, e questa componente è $\omega^2 s. sen\theta^2$: laonde si arriva alla conclusione antecedentemente stabilita, che tal movimento si confronta a quello di atomo scorrente sopra retta orizzontale, purchè alla velocità angolare ω si sostituisca l'altra $\omega\, sen\theta$.

5. Sia un corpo grave volubile intorno ad asse orizzontale, e quest'asse si ravvolga intorno ad asse verticale uniformemente, determinare per una data divergenza il momento di rotazione dovuto alla forza centrifuga, che si sviluppa nel moto rotatorio, e quello che corrisponde alla gravità.

Per l'asse orizzontale, e pel centro di gravità sia condotto un piano e questo si consideri accompagnare il corpo nel suo movimento e declini dalla verticale dell'angolo θ. Riferiamo il corpo, cioè i suoi punti, a tre assi ortogonali: quello delle y sia asse orizzontale, l'altro delle x una retta giacente nel piano ora nominato, il terzo delle z una perpendicolare ad esso piano condotta per l'intersecazione degli altri due, che sarà perciò l'origine delle coordinate.

Sia dm la massa di un elemento che ha per coordinate x, y, z. Intanto la forza centrifuga che opera sopra dm. in quanto influisce alla rotazione intorno all'asse y, è quella stessa che compete alla projezione di dm sul piano xz. Riportando questa projezione all'asse verticale mercè delle due coordinate u, v. orizzontale la prima, verticale la seconda, il momento della forza centrifuga per far girare il corpo intorno l'asse orizzontale sarà $\omega^2 uv\, dm$. Ma per le solite formule delle coordinate è $u = x\, sen\,\theta + z\, cos\,\theta$, $v = x\, cos\,\theta - z\, sen\,\theta$ quindi il momento elementare sarà $\omega^2 (x\, sen\,\theta + z\, cos\,\theta)(x\, cos\,\theta - z\, sen\,\theta)\, dm$ cioè

$$\omega^2 [\tfrac{1}{2} sen\, 2\theta\, (x^2 - z^2) + cos\, 2\theta\, x\, z]\, dm.$$

Chiamato pertanto K il momento dell'intero corpo, avremo

$$K = \tfrac{1}{2}\omega^2 sen\, 2\theta \int (x^2 - z^2)\, dm + \omega^2 cos\, 2\theta \int x\, z\, dm. \qquad (1)$$

Considerando adesso il momento di rotazione riguardo alla gravità, è chiaro che sarà $g\ u\ d\ m$ l'elementare, ossia

$$g\ (x\ sen\ \theta + z\ cos\ \theta)\ d\ m$$

ed il totale sarà $g\ sen\ \theta \int x\ d\ m + g\ cos\ \theta \int z\ d\ m.$

Ma detta M la massa del corpo; X, Z le coordinate del centro di gravità, è $MX = \int x\, d\, m$, $MZ = \int z\, d\, m$; quindi il cercato momento sarà $g\ M\ (X\ sen\ \theta + Z\ cos\ \theta)$. Avendosi assunto il piano delle xy passante pel centro di gravità, avremo $Z = o$ e quindi detto G il momento della gravità avremo $G = g\ M\ sen\ \theta .\ X$ (2).

6. Essendo il corpo simmetrico intorno al piano delle xy avremo $\int x\ z\ d\, m = o$ ed il momento K verrà espresso semplicemente da $K = \frac{1}{2}\ \omega^2\ sen\ 2\ \theta \int (x^2 - z^2)\ dm$ (3).

Che se esprimeremo i momenti d'inerzia rispetto agli assi x, y, z per A, B, C avremo $\int (x^2 - z^2)\ dm = C - A$ e quindi

$$K = \tfrac{1}{2}\ \omega^2\ sen\ 2\ \theta\ (C - A) \qquad (4).$$

7. Sia il corpo una sfera omogenea di raggio r, il cui centro sia distante dall'asse y di X avremo $A = \frac{2}{5}\ Mr^2$, $C = \frac{2}{5}\ Mr^2 + MX^2$, e $K = \frac{1}{2}\ \omega^2\ sen\ 2\ \theta .\ MX^2$. Mettendo questa espressione di K sotto la forma $\omega^2\ X\ sen\ \theta .\ X\ cos\ \theta\ M$ si appalesa che il momento è come la massa della sfera fosse concentrata nel suo centro, e quindi alla sfera può essere sostituito unico punto materiale.

Questa proprietà non è esclusiva alla sola sfera. Tutte le volte che si tratta di un solido di rivoluzione, il di cui asse sia parallelo a quello di sospensione, cioè all' y avremo il medesimo risultato. Infatti se per l'asse del solido si guidi una parallela alle z, e rispetto a questa retta prendendo il momento d'inerzia, lo si dica C', avremo $C' = A$, e $C = C' + MX^2$ Quindi $C - A = MX^2$

8. Potrebbe domandarsi se siavi punto nel quale si possa considerare concentrata tutta la massa del corpo per avere il medesimo momento. Ricerchiamo prima quale sia la condizione perchè questo punto si trovi nel piano $x\ y$ in cui è il centro di gravità. Detta X' la distanza dall'asse

di sospensione y, il momento, che chiameremo K, sarà espresso da $K' = \omega^2 X'^2 \, sen\,\theta \, cos\,\theta \, M$. Dovrebbe dunque essere $K = K'$ cioè

$$\tfrac{1}{2} X'^2 \, sen\, 2\,\theta \, M = \tfrac{1}{2} \, sen\, 2\,\theta \int (x^2 - z^2)\, d\,m + cos\, 2\,\theta \int x\, z\, d\,m.$$

ossia $$X'^2 = \frac{\int (x^2 - z^2)\, d\,m}{M} + 2\, cot\, 2\,\theta \frac{\int x\, z\, d\,m}{M}.$$

Tale espressione ne indica non potersi considerare la massa M raccolta tutta in un punto, qualunque siasi la divergenza θ, senza che si abbia $\int x\, z\, d\,m = o$. Soddisfata questa condizione avremo $X'^2 = \frac{\int (x^2 - z^2)\, d\,m}{M}$: e secondo le precedenti denominazioni sarà

$$X'^2 = \frac{C - A}{M} \quad \text{ed} \quad X' = \sqrt{\frac{C - A}{M}}$$

Questa formula porge il mezzo di confrontare il centro di questa oscillazione, che può dirsi centrifuga, coll'ordinario centro di oscillazione. Se il solido è di rivoluzione coll'asse orizzontale, e distante da y di L, è $X' = L$. Il centro di oscillazione ordinaria è più basso.

Anche qui non è unico il punto nel quale può considerarsi raccolta tutta la massa, ma vi soddisfano tutti i punti di una retta parallela all'asse di sospensione, retta che nel caso particolare ultimamente considerato coincide coll'asse del solido.

Ad istituire la ricerca in maniera generale diremo X', Z', le coordinate del cercato punto e porremo tang. $\mu = \frac{Z}{X}$.

Quando il piano passante pel centro di gravità, ossia quello delle $x\, y$ devia dalla verticale di θ. la retta che va al cercato punto devierà di μ. Perciò il momento

$K' = \tfrac{1}{2} \omega^2 \, sen\, 2\,(\theta + \mu)\,(X'^2 - Z'^2)\, M + \omega^2 \, cos\, 2\,(\theta + \mu)\, X'\, Z'\, M$, e volendo che questo momento si eguagli a K si avrà l'equazione

$$sen\, 2\,(\theta + \mu)\,(X'^2 - Z'^2) + 2\, cos\, 2\,(\theta + \mu)\, X'\, Z' =$$

$$sen\, 2\,\theta \, \frac{\int (x^2 - z^2)\, d\,m}{M} + 2\, cos\, 2\,\theta \frac{\int x\, z\, d\,m}{M}.$$

Mettiamo per brevità $X'^2 - Z'^2 = E$, $X' Z' = F$, $\frac{\int (x^2 - z^2)\, dm}{M} = e$, $\frac{\int x\, z\, dm}{M} = f$

e sviluppiamo $sen\ 2\ (\theta + \mu)$. $cos\ 2\ (\theta + \mu)$. Sarà

$$sen\ 2\ \theta\ cos\ 2\ \mu .\ E + cos\ 2\ \theta\ sen\ 2\ \mu .\ E$$
$$- 2\ sen\ 2\ \theta\ sen\ 2\ \mu .\ F + 2\ cos\ 2\ \theta\ cos\ 2\ \mu .\ E = sen\ 2\ \theta .\ e + 2\ f\ cos\ 2\ \theta .$$

Volendo pertanto che μ sia indipendente da θ, avremo le due equazioni

$$E\ cos\ 2\ \mu - 2\ F\ sen\ 2\ \mu = e$$
$$E\ sen\ 2\ \mu + 2\ F\ cos\ 2\ \mu = 2\ f.$$

Facendo la somma dei quadrati di queste due equazioni

si ha $E^2 + 4\ F^2 = e^2 + 4\ f^2$

cioè $(X'^2 - Z'^2)^2 + 4\ X'^2\ Z'^2 = e^2 + 4\ f^2$

ossia $(X'^2 + Z'^2)^2 = e^2 + 4\ f^2$ e finalmente $X'^2 + Z'^2 = \sqrt{e^2 + 4\ f^2}$

Ma per cavare generalmente le due equazioni in X', Z'

noteremo essere $sen\ 2\ \mu = \frac{2\ X'\ Z'}{X'^2 + Z'^2}$, $cos\ 2\ \mu = \frac{X'^2 - Z'^2}{X'^2 + Z'^2}$

onde ne viene $(X'^2 - Z'^2)^2 - 4\ X'^2\ Z'^2 = e\ (X'^2 + Z'^2)$

$$4\ X'\ Z'\ (X'^2 - Z'^2) = 2\ f\ (X'^2 + Z'^2)$$

Ricorrendo ad una di queste due col mezzo della relazione $X'^2 + Z'^2 = \sqrt{e^2 + 4\ f^2}$ avremo un equazione di quarto riducibile ad una di secondo. Quando sia $f = o$ non si può soddisfare all'equazioni senza prendere $Z' = o$ cioè il punto devesi considerare giacente nel piano che comprende il centro di gravità, e si ricade nel caso precedentemente contemplato.

9. Vediamo adesso quale sia la divergenza che corrisponde a data velocità angolare, nella quale messo il corpo si rimane in equilibrio durante il movimento vertiginoso. È chiaro dover essere il momento della forza centrifuga eguale a quello della gravità, e perciò avremo questa equazione

$$\tfrac{1}{2}\ \omega^2\ sen\ 2\ \theta \int (x^2 - z^2)\ dm + \omega^2\ cos\ 2\ \theta \int x\ z\ dm = g\ M\ A\ sen\ \theta$$

dalla quale calcoleremo l'angolo θ.

Quando sia $\int x\,z\,dm = o$ il calcolo di ϑ riesce facilissimo mercè l'equazione $\cos\vartheta = g\,\frac{MX}{\omega^2 \int (x^2 - z^2)\,dm}$. Introdotti i momenti d'inerzia rispetto $z.x$ sarà $\cos\vartheta = g\,\frac{MX}{C - A}$

10. Lungo una retta muovasi, senza poterla abbandonare, un atomo materiale grave mentre quella retta è inclinata costantemente dell'angolo i, ad asse che si volge uniformemente in giro, e quest'asse sia inclinato alla verticale dell'angolo α. Determinare le circostanze di movimento di questo atomo materiale.

Pel punto in cui la retta si attacca all'asse di rotazione conducasi una verticale, e per questa, e per l'asse si consideri condotto un piano al quale riporteremo il piano mobile che passando per l'asse accompagna la retta nel movimento giratorio.

Dopo un tempo t sia $\lambda + \omega\,t$ l'angolo formato dal piano mobile col piano fisso. A questo istante diciamo ε l'angolo di che s'inclina la retta alla verticale. Egli è chiaro che le tre rette, asse, verticale, retta mobile costituiscono gli spigoli di un triedro i cui elementi possono rappresentarsi da un triangolo sferico. In questo triangolo sferico abbiamo i tre lati ε, i, α, e l'angolo opposto al lato ε è $\lambda + \omega\,t$. Avremo perciò l'equazione

$$\cos\varepsilon = \cos\alpha\,\cos i + \operatorname{sen}\alpha\,\operatorname{sen} i\,\cos(\lambda + \omega\,t)$$

La gravità relativa sarà $g\cos\varepsilon$. La forza centrifuga sarà misurata da $\omega^2\,\operatorname{sen} i.s$ essendo s la distanza sulla retta del punto materiale dall'origine od intersezione coll'asse di rotazione. Si avrà quindi l'equazione

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \omega^2\,\operatorname{sen} i^2.s + g\,\cos\varepsilon$$

ossia rimettendo in luogo di $\cos\varepsilon$ il suo valore l'equazione fondamentale sarà

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \omega^2\,\operatorname{sen} i^2.s + g\,\cos\alpha\,\cos i + g\,\operatorname{sen}\alpha\,\operatorname{sen} i\,\cos(\lambda + \omega\,t)$$

Questa equazione generale di secondo ordine può integrarsi in varie

maniere, ma osservando che il termine che contiene la variabile indipendente t è una funzione periodica porremo

$$s = u + h + k \cos(\lambda + \omega t)$$

essendo u la nuova variabile, h, k due costanti da determinarsi. Sostituendo avremo l' equazione

$$\frac{d^2 u}{d t^2} = k\omega^2 \cos(\lambda + \omega t) + \omega^2 \operatorname{sen} i^2 u + \omega^2 \operatorname{sen} i^2 h$$
$$+ \omega^2 \operatorname{sen} i^2 k \cos(\lambda + \omega t) + g \cos\alpha \cos i + g \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen} i \cos(\lambda + \omega t)$$

Pongasi ora $\omega^2 \operatorname{sen} i^2 h + g \cos\alpha \cos i = o$, $-k\omega^2 = \omega^2 \operatorname{sen} i^2 h + g \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen} i$

Avremo l' equazione $\frac{d^2 u}{d t^2} - \omega^2 \operatorname{sen} i^2 u = o$

e poi $h = -\frac{g}{\omega^2} \frac{\cot i}{\operatorname{sen} i} \cos\alpha$, $k = -\frac{g}{\omega^2} \frac{\operatorname{sen} i}{1 + \operatorname{sen} i^2} \operatorname{sen}\alpha$

Dunque sarà $s = -\frac{g}{\omega^2}\left\{\frac{\cot i}{\operatorname{sen} i}\cos\alpha + \frac{\operatorname{sen} i}{1 + \operatorname{sen} i^2}\operatorname{sen}\alpha \cos(\lambda + \omega t)\right\}$
$$+ Ae^{\omega \operatorname{sen} i.\, t} + Be^{-\omega \operatorname{sen} i.\, t}$$

Chiamando v la velocità del punto materiale avremo

$$v = \frac{g}{\omega} \frac{\operatorname{sen} i}{1 + \operatorname{sen} i^2} \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}(\lambda + \omega t) + \omega \operatorname{sen} i \left\{Ae^{\omega \operatorname{sen} i.\, t} - Be^{-\omega \operatorname{sen} i.\, t}\right\}$$

Discendiamo ad alcuni casi particolari e prima determiniamo le costanti arbitrarie A, B. Sia l il valore iniziale di s, e c la velocità iniziale, avremo

$$l = -\frac{g}{\omega}\left\{\frac{\cot i}{\operatorname{sen} i}\cos\alpha + \frac{\operatorname{sen} i}{1 + \operatorname{sen} i^2}\operatorname{sen}\alpha \cos\lambda\right\} + A + B$$
$$c = \frac{g}{\omega}\frac{\operatorname{sen} i}{1 + \operatorname{sen} i^2}\operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\lambda + \omega \operatorname{sen} i \left\{A - B\right\}$$

Quindi ricaveremo per A, B i seguenti valori

$$A = \tfrac{1}{2}\left(l + \frac{c}{\omega \operatorname{sen} i}\right) + \tfrac{1}{2}\frac{g\cos\alpha}{\omega^2}\frac{\cot i}{\operatorname{sen} i} - \tfrac{1}{2}\frac{g \operatorname{sen}\alpha}{\omega^2} \cdot \frac{\operatorname{sen}\lambda - \operatorname{sen} i \cos\lambda}{1 + \operatorname{sen} i^2}$$
$$B = \tfrac{1}{2}\left(l - \frac{c}{\omega \operatorname{sen} i}\right) + \tfrac{1}{2}\frac{g\cos\alpha}{\omega^2}\frac{\cot i}{\operatorname{sen} i} + \tfrac{1}{2}\frac{g \operatorname{sen}\alpha}{\omega^2} \cdot \frac{\operatorname{sen}\lambda + \operatorname{sen} i \cos\lambda}{1 + \operatorname{sen} i^2}$$

Mettendo adesso $\alpha = o$ avremo il caso che la retta giri intorno ad un asse verticale e sarà

$$s = \tfrac{1}{2}\left(l + \frac{c}{\omega\, sen\, i}\right) e^{\omega\, sen\, i.\, t} + \tfrac{1}{2}\left(l - \frac{c}{\omega\, sen\, i}\right) e^{-\omega\, sen\, i\, t}$$
$$+ \frac{g}{\omega^2}\frac{cot.\, i}{sen\, i}\Big\{\tfrac{1}{2} e^{\omega\, sen\, i.\, t} + \tfrac{1}{2} e^{-\omega\, sen\, i\, t} - 1\Big\}$$

Mettendovi $\omega = o$ si ottiene coi debiti sviluppi degli esponenziali $s = l + c\, t + \tfrac{1}{2} g\, cos\, i.\, t^2$ come deve essere;
Che se invece faremo $i = 90°$ la retta sarà orizzontale ed avremo

$$s = \tfrac{1}{2}\left(l + \frac{c}{\omega}\right) e^{\omega\, t} + \tfrac{1}{2}\left(l - \frac{c}{\omega}\right) e^{-\omega\, t}$$

Facendo $\alpha = 90°$ l'asse di rotazione sarà orizzontale ed avremo

$$s = \Big\{\tfrac{1}{2}\left(l + \frac{c}{\omega\, sen\, i}\right) - \tfrac{1}{2}\frac{g}{\omega^2}\frac{sen\,\lambda - sen\, i\, cos\,\lambda}{1 + sen\, i^2}\Big\} e^{\omega\, sen\, i\, t}$$
$$+ \Big\{\tfrac{1}{2}\left(l + \frac{c}{\omega\, sen\, i}\right) + \tfrac{1}{2}\frac{g}{\omega^2}\frac{sen\,\lambda + sen\, i\, cos\,\lambda}{1 + sen\, i^2}\Big\} e^{-\omega\, sen\, i.\, t}$$
$$- \frac{g}{\omega^2}\cdot\frac{sen\, i}{1 + sen\, i^2}\, cos\left(\lambda + \omega\, t\right)$$

Mettendosi poi $\lambda = o$, $i = 90°$ avremo la retta girante in piano verticale e sarà

$$s = \left(\tfrac{1}{2}\left(l + \frac{c}{\omega}\right) + \tfrac{1}{4}\frac{g}{\omega^2}\right) e^{\omega\, t}$$
$$+ \left(\tfrac{1}{2}\left(l - \frac{c}{\omega}\right) + \tfrac{1}{4}\frac{g}{\omega^2}\right) e^{-\omega\, t} - \frac{g}{2\,\omega^2}\, cos\, \omega\, t$$

12. Supponiamo ora che in un tubo cilindrico orizzontale siavi una palla che possa scorrere secondo la lunghezza, che quel tubo cilindrico si avvolga uniformemente intorno alla verticale, e che per lo sviluppo di un gaz sia cacciata fuori la palla: determinare le circostanze di quel movimento.

Essendo ω la velocità angolare, s la distanza del centro della palla dall'origine del tubo, o centro di rotazione, ed assumendo che la forza del gaz sia nell'inversa della distanza avremo l'equazione

$$\frac{d^2 s}{d\, t^2} = \frac{k}{s} + \omega^2 s \quad \text{ove } k \text{ è una costante}$$

Moltiplicando questa equazione per $2\,ds$ avremo l'altra

$$\frac{2\,ds\,d^2s}{dt^2} = \frac{2\,k\,ds}{s} + 2\,\omega^2\,s\,ds$$

che integrata darà $$\frac{ds^2}{dt^2} = C + 2\,k\,log.\,s + \omega^2 s^2$$

Chiamata pertanto v la velocità avremo

$$v^2 = C + 2\,k\,log.\,s + \omega^2 s^2$$

Volendosi il valore di t in funzione di s avremo

$$dt = \frac{ds}{\sqrt{\{C + 2\,k\,log.\,s + \omega^2 s^2\}}}$$ che integreremo per quadratura.

Essendo $s = l$ quando $v = o$, avremo $o = C + 2\,k\,log.\,l + \omega^2 l^2$ cioè

$$v^2 = 2\,k\,log.\frac{s}{l} + \omega^2\,(s^2 - l^2)$$

Se la lunghezza del tubo sia L, e la velocità della palla nell'uscita sia V avremo

$$V^2 = 2\,k\,log.\frac{L}{l} + \omega^2\,(L^2 - l^2).$$

Il moto che prenderà la palla dopo l'uscita si avrà componendo la velocità V colla velocità ωL dell'estremo del tubo.

13. Sia un tubo elicoidico avvolto intorno a cilindro, ed entro quel tubo possa scorrere una palla grave. Il cilindro ruoti uniformemente intorno al proprio asse trasportando seco il tubo, e quindi la palla. Determinare il movimento che avrà la palla entro quel tubo elicoidico.

La forza centrifuga che si desta nel modo giratorio del cilindro intorno suo asse siccome opera nel prolungamento de' raggi cioè normalmente alla superficie cilindrica non influisce per niente sul moto della palla: cosicchè a vero dire questo problema non dipende per nulla dalla forza centrifuga. Il moto del cilindro, quando l'asse è obbliquo alla verticale, influisce sul moto della palla entro il tubo soltanto per questo, che la gravità relativa si va mutando periodicamente a seconda delle differenti inclinazioni alla verticale che prende la spira elicoidica. Facile è vedere che prendendo cilindro non cir-

colare come qui si sottintende, od avvolgendo tubo elicoidico ad altra superficie non cilindrica volventesi intorno ad un asse, influirà sul moto della palla grave, non solo il mutamento della gravità relativa, ma eziandio la forza centrifuga per una sua componente.

Veniamo intanto a considerare il movimento della sfera entro tubo elicoidico il di cui asse sempre egualmente inclinato all'asse del cilindro sia perciò l'asse della vite di Archimede.

Per mettere in equazione questo genere di movimento, consideriamo il piano verticale passante per l'asse del cilindro che supporremo inclinato alla verticale dell'angolo α. Dopo un tempo t il centro della sfera sia in un piano passante per l'asse del cilindro, ed inclinato a quello fondamentale dell'angolo μ. Sia i l'inclinazione dell'elemento ds della spira alla base intendendo prendersi l'andamento della spira nel senso del movimento rotatorio del cilindro. Quindi l'inclinazione dell'elemento ds al lato del cilindro sarà $90^0 - i$. Ciò posto per un punto dell'asse del cilindro si consideri condotta una retta parallela all'elemento ds ed una verticale. Il piano condotto per l'asse, e per questa retta formerà col piano fondamentale l'angolo $90^0 + \mu$. Se pertanto diciamo ε l'inclinazione dell'elemento ds alla verticale, avremo un triedro i cui elementi possono rappresentarsi per un triangolo sferico dei lati α, ε, $90^0 - i$ essendo l'angolo opposto al lato ε, $90^0 + \mu$. Quindi sarà

$$\cos \varepsilon = \cos \alpha \cos (90^0 - i) + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} (90^0 - i) \cos (90^0 + \mu)$$

ossia

$$\cos \varepsilon = \cos \alpha \operatorname{sen} i - \operatorname{sen} \alpha \cos i \operatorname{sen} \mu$$

La gravità relativa sarà $g \cos \varepsilon$ e poichè secondo l'andamento della spira e del movimento questa forza tende a diminuire s sarà

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = - g \cos \alpha \operatorname{sen} i + g \operatorname{sen} \alpha \cos i \operatorname{sen} \mu$$

Consideriamo ora il mutamento dell'angolo μ. Questo varia, e pel moto giratorio del cilindro, e pel movimento della palla entro la spira.

Esprimendo con r il raggio del cilindro avremo $r\,d\,\mu = d\,s\,cos\,i + r\,\omega\,d\,t$ cioè $\mu = C + \frac{cos\,i}{r}\,s + \omega\,t$, e C sarà la costante arbitraria proveniente dalla posizione primitiva della palla.

Introdotto questo valore nell'equazione superiore essa diventa

$$\frac{d^2\,s}{d\,t^2} = -\,g\,cos\,\alpha\,sen\,i + g\,sen\,\alpha\,cos\,i\,sen\,(C + \frac{cosi}{r}\,s + \omega\,r)$$

Potremo anche determinare la posizione della palla determinando sulla base quella del lato α cui corrisponde. Dicendo z l'arco contato da certa origine avremo per la natura dell'elica $s\,cosi = r\,z$

$$\frac{d^2\,s}{d\,t^2} = \frac{r}{cosi}\,.\,\frac{d^2\,z}{d\,t^2}\ \text{e perciò}$$

$$\frac{d^2\,z}{d\,t^2} = -\frac{g}{r}\,cos\,\alpha\,seni\,cosi + \frac{g}{r}\,sen\,\alpha\,cos\,i^2\,sen\,(C + z + \omega\,t)$$

Facciasi ora $u = C + z + \omega\,t$ sarà

$$\frac{d^2\,u}{d\,t^2} = -\frac{g}{r}\,cos\,\alpha\,sen\,i\,cos\,i + \frac{g}{r}\,sen\,\alpha\,cos\,i^2\,sen.\,u$$

Moltiplicandola per $2\,d\,u$ ed integrando ricaveremo

$$\frac{d\,u^2}{d\,t^2} = D - \frac{2\,g}{r}\,cos\,\alpha\,sen\,i\,cosi.\,u - \frac{2\,g}{r}\,sen\,\alpha\,cos\,i^2\,cos.\,u$$

Da questa equazione caveremo l'altra

$$d\,t = \frac{d\,u}{\sqrt{\left\{D - \frac{2\,g}{r}\,cos\,\alpha\,sen\,i\,cosi.\,u - \frac{2\,g}{r}\,sen\,\alpha\,cosi^2\,cos.\,u\right\}}}$$

che darà t per u col mezzo delle quadrature.

Ognuno ben vede come questo problema comprenda qual caso particolarissimo le oscillazioni del pendolo. Infatti se porremo $d = 90^\circ$ l'asse del cilindro sarà orizzontale. se faremo $u = o$ rimarrà immobile, e mettendo $i = o$ la spira si muterà in un anello circolare verticale in cui la sfera si muove per effetto della gravità. Così avremo

$$\frac{d^2\,z}{d\,t^2} = D - \frac{2\,g}{r}cos\,z$$ che è l'ordinaria equazione del pendolo.

14. Sia un'asse di rotazione inclinato alla verticale dell'angolo α, intorno cui giri un tubo curvilineo il cui asse sia col primo in un piano. Entro del tubo sia una sfera grave. Determinare le circostanze del moto della sfera entro il tubo.

Riferiremo i punti dell'asse del tubo, ai quali deve successivamente corrispondere il centro della sfera, a due assi quello delle x l'asse medesimo di rotazione, l'altro delle y ortogonale. Sia pel tempo t il centro della palla ad una distanza s valutata sull'arco da certo punto fisso. Sia i l'inclinazione dell'elemento ds all'asse x. La forza centrifuga che si sviluppa pel moto giratorio secondo il prolungamento di y opererà sulla sfera per la sola componente tangenziale e quindi sarà questa $\omega^2 y \operatorname{sen} i$. Per calcolare l'azione della gravità riferiamo il piano mobile contenente l'asse curvilineo del tubo al piano verticale comprendente l'asse di rivoluzione, ed al tempo t faccia con questo l'angolo $\lambda + \omega t$. Egli è chiaro che, detto ε l'angolo che l'elemento ds forma colla verticale, avremo

$$\cos \varepsilon = \cos \alpha \cos (180^\circ - i) + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} (180^\circ - i) \cos (\lambda + \omega t).$$

ricorrendo alla formula del § 10, cioè

$$\cos \varepsilon = - \cos \alpha \cos i + \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} i \cos (\lambda + \omega t):$$

e che perciò si avrà l'equazione

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \omega^2 y \operatorname{sen} i - g \cos \alpha \cos i + g \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} i \cos (\lambda + \omega t).$$

Siccome poi è $\operatorname{sen} i = \frac{dy}{ds}$, $\cos i = \frac{dx}{ds}$ avremo anche

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \omega^2 \frac{y\, dy}{ds} - g \cos \alpha \frac{dx}{ds} + g \operatorname{sen} \alpha \frac{dy}{ds} \cos (\lambda + \omega t)$$

Potendosi esprimere y, x e quindi dy, dx per s, avremo una equazione di secondo ordine fra s e t dalla cui integrazione dipende la soluzione del problema.

15. Supponendo l'asse di rotazione verticale, dobbiamo mettere $\alpha = 0$ e l'equazione diventa

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \omega^2 y \frac{dy}{ds} - g \frac{dx}{ds}$$

Moltiplicando per $2ds$ ed integrando, avremo

$$\frac{ds^2}{dt^2} = C + y^2\omega^2 - 2gx$$

Potendosi esprimere y ed x per s, avremo dt dato per un differenziale in s che integreremo od esattamente, o col metodo della quadratura.

Merita considerazione il caso che l'asse curvilineo trascorso dal centro della sfera sia parabolico. Allora abbiamo $y^2 = px$, essendo p il parametro, e l'equazione superiore diventa

$$\frac{ds^2}{dt^2} = C + (\omega^2 p - 2g)x$$

Quindi se il parametro soddisfa alla condizione $\omega^2 p - 2g = 0$ cioè se $p = \frac{2g}{\omega^2}$ sarà $\frac{ds^2}{dt^2} = C$; ch'è quanto a dire la sfera si muoverà di moto uniforme lungo quel tubo. Pertanto se la sfera non avesse concepito velocità iniziale rimarebbesi sempre nel medesimo sito.

Questa parabola è quella medesima che ravvolgendosi intorno l'asse verticale determina la figura permanente di una massa di liquido grave soggetto a moto giratorio. E così deve essere perchè se consideriamo una particella di fluido, non solo è necessario che la spinta derivante dalla forza centrifuga normalmente alla linea su cui posa si equilibri colla pressione del fluido interno, ma è pur necessario che la componente tangenziale della forza centrifuga distrugga l'effetto della gravità.

16. Sia ora un anello cavo circolare girevole intorno a diametro verticale, ed entro muovasi una sfera. Anzichè desumere l'equazione del moto dalla teorica generale potremo procedere nel modo seguente. Sia s l'arco valutato dal sommo, θ l'angolo corrispondente al centro, il raggio r; ed al solito ω la velocità angolare. La forza centrifuga sarà $\omega^2 r \operatorname{sen}\theta$ ed agirà nel prolungamento del raggio del parallelo. La componente tangenziale sarà $\omega^2 r \operatorname{sen}\theta \cos\theta$ e tenderà all'aumento di s. La gravità relativa sarà $g \operatorname{sen}\theta$, e tenderà pure all'aumento di s quindi avremo

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \omega^2 r \operatorname{sen}\theta \cos\theta + g \operatorname{sen}\theta,$$

ossia, perchè $s = r\,\theta$, $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{2}\,\omega^2\,sen\,2\,\theta + \frac{g}{r}\,sen\,\theta$

Moltiplicando quest'equazione per $2\,d\theta$ ed integrando caveremo

$$\frac{d\theta^2}{dt^2} = C - \frac{1}{2}\,\omega^2\,cos\,2\,\theta - \frac{2\,g}{r}\,cos\,\theta$$

Supponendo che il valore iniziale di θ sia α, e che la velocità angolare iniziale sia a, avremo $a^2 = C - \frac{1}{2}\,\omega^2\,cos\,2\,\alpha - \frac{2\,g}{r}\,cos\,\alpha$ cioè

$$\frac{d\theta^2}{dt^2} = a^2 + \frac{1}{2}\,\omega^2\,(cos\,2\,\alpha - cos\,2\,\theta) + \frac{2\,g}{r}\,(cos\,\alpha - cos\,\theta)$$

Quest'equazione dà per ogn'istante la velocità angolare della palla intorno al centro dell'anello. Per avere la posizione della palla converrebbe esprimere dt per $d\theta$ ed integrare. Ma la formula a cui si riesce non può generalmente integrarsi che per quadratura. Nè questo deve destar meraviglia, chè il problema proposto comprende come caso particolare le oscillazioni del pendolo.

17. Fingiamo adesso che nel centro dell'anello risieda una forza attraente, la quale perciò sia distrutta dalla resistenza delle pareti dell'anello. Per determinare le leggi del movimento dovremo mettere $g = o$ e risulterà

$$\frac{d\theta^2}{dt^2} = a^2 + \frac{1}{2}\,\omega^2\,(cos\,2\,\alpha - cos\,2\,\theta)$$

Sostituiamo a θ $90^\circ - \theta$ ad α $90^\circ - \alpha$ ed è chiaro che l'origine degli angoli si avrà dall'esterno del diametro orizzontale. Con questo l'equazione superiore diventa

$$\frac{d\theta^2}{dt^2} = a^2 - \frac{1}{2}\,\omega^2\,(cos\,2\,\alpha - cos\,2\,\theta)$$

Noi possiamo supporre che l'anello sia incavato in un globo sferico, nel qual caso il diametro orizzontale diventa diametro dell'equatore. La forma dell'equazione analoga a quella del movimento del pendolo ne avverte che la sfera andrà oscillando dall'una e dall'altra parte dell'equatore.

Supponendo nulla la velocità iniziale, ed α angolo picciolissimo e quindi anche θ, potremo scrivere l'equazione fondamentale sotto la forma

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0 \text{ il cui integrale è } \theta = A\cos(\omega t + B)$$

Quindi avremo per determinare A, B le due equazioni

$$\alpha = A\cos B,\ 0 = A\,sen\,B \quad \text{cioè} \quad B = 0,\ A = \alpha$$

e $$\theta = \alpha\cos\omega t \qquad \frac{d\theta}{dt} = -\alpha\omega\,sen\,\omega t.$$

Per avere il tempo T di una oscillazione dovremo fare $\omega T = \pi$ e quindi sarà $T = \frac{\pi}{\omega}$.

Essendo c il tempo per cui compiesi la rivoluzione dell'anello, sarà $\omega = \frac{2\pi}{c}$ e quindi $T = \frac{c}{2}$

cioè il tempo dell'oscillazione è metà del tempo della rivoluzione dell'anello o globo; per il che si vede che ad ogni rivoluzione del globo la sfera ritorna al medesimo luogo.

18. È da notarsi che se la palla non è compresa da anello, ma che solo sia posata sopra doccia che le impedisca di scorrere trasversalmente, è necessario, perchè non abbandoni l'armilla, che l'attrazione al centro sia maggiore della forza centrifuga. Supponendo pertanto g l'attrazione del centro siccome all'equatore la forza centrifuga è $\omega^2 r$ dovrà essere $\omega^2 r < g$. Soddisfatta all'equatore questa condizione sarà pur soddisfatta per qualsivoglia parallelo.

19. Sia un tubo curvilineo ad asse piano il quale si aggiri uniformemente intorno ad un asse perpendicolare a quel piano; cosicchè supponendo l'asse del tubo curvilineo orizzontale, l'asse di rotazione sia verticale. Essendo entro il tubo una sfera che possa liberamente muoversi secondo la sua lunghezza, trattasi di determinare la legge di questo movimento.

Sia s l'arco cui corrisponde il centro della palla al tempo t. Sia r la distanza di quel punto dal centro di moto. Riferiremo i punti dell'asse

curvilineo a due assi ortogonali, che intenderemo muoversi con esso. La forza centrifuga sarà $\omega^2 r$, ma di questa conviene prendere la componente secondo l'andamento del tubo cioè secondo la tangente all'asse curvilineo. Indicando con μ l'angolo che la tangente forma col raggio vettore r, la forza centrifuga da cui dipende l'impulso sulla sfera sarà $\omega^2 r \cos \mu$. Ora se diciamo α l'angolo che il raggio vettore forma coll'asse delle x ed i l'inclinazione della tangente al medesimo asse avremo $\mu = i - \alpha$ cioè la forza centrifuga verrà espressa da

$$\omega^2 r \cos (i - \alpha) = \omega^2 r (\cos i \cos \alpha + \operatorname{sen} i \operatorname{sen} \alpha)$$

Risulterà quindi l'equazione

$$\frac{d^2 r}{d t^2} = \omega^2 r (\cos i \cos \alpha + \operatorname{sen} i \operatorname{sen} \alpha).$$

Ma quando si prenda l'origine delle coordinate x, y nel centro di moto avremo $x = r \cos \alpha$, $y = r \operatorname{sen} \alpha$; ed è poi $\cos i = \frac{d x}{d s}$, $\operatorname{sen} i = \frac{d y}{d s}$ quindi avremo $\frac{d^2 s}{d t^2} = \omega^2 \frac{x d x + y d y}{d s}$

Moltiplicandola per $2 d s$ ed integrando si avrà $\frac{d s^2}{d t^2} = C + \omega^2 (x^2 + y^2)$, laonde detta v la velocità della sfera sarà $v^2 = C + \omega^2 (x^2 + y^2)$

20. Usando di coordinate polari, assunto il polo nel centro di rotazione, abbiamo prima l'equazione

$$\frac{d s \, d s^2}{d t^3} = \omega^2 r \, d r$$

poi l'altra $\frac{d s}{d t} = \sqrt{c^2 + \omega^2 (r^2 - l^2)}$

essendo c la velocità iniziale, ed l il raggio vettore che corrisponde alla posizione iniziale della sfera.

Quindi è che indicando con ϑ l'anomalia, od angolo formato dal raggio vettore coll'asse, avremo

$$d t = \sqrt{\frac{d r^2 + r^2 d \vartheta^2}{c^2 + \omega^2 (r^2 - l^2)}}$$

onde col soccorso dell' equazione polare della curva potremo ridurre la questione della determinazione di t per θ alla quadratura.

21. Supponiamo che si tratti di un'anello circolare il cui raggio essendo r. la distanza del centro al centro di rotazione sia a. Prendiamo l'angolo θ e l'arco s dall'esterno del diametro passante pel centro di rotazione.

Avremo $(x-a)^2+y^2=r^2$ $\quad x=a+r\cos\theta$, $s=r\theta$ quindi riusciremo all'equazione

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{\omega^2 a}{r}\operatorname{sen}\theta$$

Da questa equazione risulta che la sfera oscillerà dall' una e dall' altra banda del diametro passando pel centro di moto come un pendolo. Che anzi per le piccole escursioni la durata di una oscillazione si avrà dalla formula $\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$ quando a g si sostituisca $a\,\omega^2$ per il che la durata di una oscillazione sarà $\frac{\pi}{\omega}\sqrt{\frac{a}{r}}$. Se adunque abbiasi $a=r$. cioè il centro di rotazione sia all' origine di un diametro, il tempo di una oscillazione sarà $\frac{\pi}{\omega}$ e tornerà eguale a $\frac{c}{2}$ essendo c il tempo che impiega l' anello a compiere una conversione.

Dobbiamo notare che se la sfera è all' estremo del diametro prossimo al centro di rotazione dobbiamo sostituire a θ, $180^\circ-\theta$ onde ricavasi

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{\omega^2 a}{r}\operatorname{sen}\theta$$

Allora non si potrà più supporre θ piccolissimo quand' anche lo fosse al principio, e la sfera percorrerebbe quasi tutto il cerchio, e lo descriverebbe interamente ajutata da velocità iniziale. Questo è caso simile a quello d' una verga volubile intorno a centro in piano verticale avente al suo estremo punto grave: quando è di poco allontanata dalla direzione verticale superiormente al centro. In somma è il caso di pendolo che colla direzione di equilibrio stabile faccia angolo poco differente da 180°.

Questo confronto del moto della palla in anello circolare orizzontale, quando il suo centro non coincide col centro di moto, spiega alcuni movimenti oscillatorj che veggonsi succedere in alcuni corpicelli accolti entro armille circolari soggette a movimenti di rotazione.

22. Supponiamo adesso che mentre un tubo rettilineo orizzontale si aggira intorno ad un centro quel centro insieme al tubo giri intorno altro centro. Se dentro quel tubo sia una sfera che possa muoversi liberamente secondo la sua lunghezza, risentirà l'effetto di due forze centrifughe e pieno affatto quello della prima che appartiene al moto giratorio del tubo intorno alla sua origine, parziale l'altro perchè deriva dal rapimento o conversione del tubo intorno al secondo centro. Trattasi di stabilire la legge con cui la palla andrà muovendosi entro quel tubo.

Sia a la distanza dall'origine del tubo, o punto intorno cui ruota, dall'altro centro. Prenderemo questa retta che unisce i due centri come asse a cui riporteremo la posizione del tubo. Sia ω la velocità angolare del tubo, ω' quella angolare di tutto il sistema intorno al suo centro. Al tempo t l'angolo formato dal tubo coll'asse or nominato sia $\lambda + \omega t$, e la distanza della palla entro il tubo sia s, distanza valutata dall'origine.

La forza centrifuga operante per la rotazione del tubo sarà $\omega^2 s$. Per calcolare quell'altra forza che deriva dalla rotazione dell'intero sistema, s'immagini dal centro della palla a quel centro di movimento una retta. Detta R questa retta la forza centrifuga sarà $\omega'^2 R$, ma di questa deesi calcolare la sola componente a seconda del tubo contenente la palla. Perciò se diremo μ l'angolo formato dalla retta R col tubo, la forza cercata sarà $\omega'^2 R \cos \mu$. Ma $R \cos \mu$ rappresenta la projezione di R sul tubo. Sarà adunque $R \cos \mu = s$ più la projezione della retta a sul prolungamento del medesimo tubo. Questa projezione essendo $a \cos (\lambda + \omega t)$, avremo finalmente

$$R \cos \mu = s + a \cos (\lambda + \omega t)$$

Di qui caveremo l'equazione differenziale

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \omega^2 s + \omega'^2 s + a \omega'^2 \cos (\lambda + \omega t)$$

23. Questa equazione s'integra facilmente col porre $s = u + k \cos(\lambda + \omega t)$ essendo u la nuova variabile indipendente, e k una costante da determinarsi. Infatti operando la sostituzione si ottiene

$$\frac{u}{dt^2} - k\omega^2 \cos(\lambda + \omega t) = (\omega^2 + \omega'^2)\, u + (\omega^2 + \omega'^2)\, k \cos(\lambda + \omega t) + a\omega'^2 \cos(\lambda + \omega t)$$

Facendo $-k\omega^2 = (\omega^2 + \omega'^2)\, k + a\omega'^2$ l'equazione in u e t diventa $\frac{d^2 u}{dt^2} = (\omega^2 + \omega'^2)\, u$.

Quindi si avrà

$$s = A e^{t\sqrt{(\omega^2 + \omega'^2)}} + B e^{-t\sqrt{(\omega^2 + \omega'^2)}} - \frac{a\omega'^2}{2\omega^2 + \omega'^2} \cos(\lambda + \omega t).$$

e detta v la velocità lungo il tubo sarà

$$v = \sqrt{(\omega^2 + \omega'^2)}\, [A e^{t\sqrt{(\omega^2+\omega'^2)}} - B e^{-t\sqrt{(\omega^2+\omega'^2)}}] + \frac{a\omega\omega'^2}{2\omega^2 + \omega'^2} sen(\lambda + \omega t).$$

Le due costanti arbitrarie possono determinarsi col mezzo della posizione iniziale e velocità iniziale della palla. Facendosi $\omega' = o$ ed $s' = s + a \cos\lambda$

$$\text{ricavasi} \quad s' = A e^{\omega t} + B e^{-\omega t}.$$

la qual formula conferma il teorema stabilito da principio che la palla muovesi in tubo parallelo a tubo passante pel centro di moto come in questo, quando sia collocata dal punto di minima distanza egualmente lontana.

24. Siano due tubi rettilinei cogli assi in piano verticale girevoli intorno ad asse verticale passante per il luogo di loro attaccatura. Entro di quei tubi sieno mobili due sfere legate con filo. Determinare le circostanze di movimento di quelle due sfere.

Sia i la deviazione dalla verticale dell'asse di un tubo. m la massa della palla che contiene, v la velocità nel tempo t, s la distanza della palla dall'origine. o punto comune coll'altro tubo. Le quantità analoghe per

l'altro tubo si esprimeranno con lettere accentate ed al solito con ω la velocità angolare, e con g la gravità.

Pel principio di d'Alembert avremo l'equazione

$$m[g\cos i.dt+\omega^2 \operatorname{sen} i.s\,dt-dv]=m'[g\cos i'\,dt+\omega^2\operatorname{sen} i'.s'dt-dv'].$$

Poi per la natura del legame delle due sfere avremo $dv=-dv'$ e detta l la lunghezza del filo, sarà di più $s+s'=l$.

Eliminando dv' avremo

$$\frac{dv}{dt}=g\,\frac{m\cos i-m'\cos i'}{m+m'}+\omega^2\,\frac{m\operatorname{sen} i.s-m'\operatorname{sen} i'.s'}{m+m'}.$$

Eliminando s' ed osservando che $dv=\frac{d^2 s}{dt}$, risulterà l'equazione di secondo ordine

$$\frac{d^2 s}{dt^2}=g\,\frac{m\cos i-m'\cos i'}{m+m'}-\omega^2 l\,\frac{m'\operatorname{sen} i'^2}{m+m'}+\omega^2\,\frac{m\operatorname{sen} i^2+m'\operatorname{sen} i'^2}{m+m'}.s$$

Facciamo ora $s=u+h$, essendo h una costante da determinarsi ed avremo

$$\frac{d^2 u}{dt^2}=g\,\frac{m\cos i-m'\cos i'}{m+m'}-\omega^2 l\,\frac{m'\operatorname{sen} i'^2}{m+m'}+\omega^2\,\frac{m\operatorname{sen} i^2+m'\operatorname{sen} i'^2}{m+m'}.u$$
$$+\omega^2 h\,\frac{m\operatorname{sen} i^2+m'\operatorname{sen} i'^2}{m+m'}.$$

Quindi facendo $h=l\,\frac{m'\operatorname{sen} i'^2}{m\operatorname{sen} i^2+m'\operatorname{sen} i'^2}-\frac{g}{\omega^2}\,\frac{m\cos i-m'\cos i'}{m\operatorname{sen} i^2+m'\operatorname{sen} i'^2}$

e per brevità di scrittura $n^2=\omega^2\,\frac{m\operatorname{sen} i^2+m'\operatorname{sen} i'^2}{m+m'}$

avremo $s=A\,e^{nt}+B\,e^{-nt}+\frac{l\,\omega^2 m'\operatorname{sen} i'^2-g(m\cos i-m'\cos i')}{\omega^2(m\operatorname{sen} i^2+m'\operatorname{sen} i'^2)}$.

ed $s'=-A\,e^{nt}+B\,e^{-nt}+\frac{l\,\omega^2 m\operatorname{sen} i^2+g(m\cos i-m'\cos i')}{\omega^2(m\operatorname{sen} i^2+m'\operatorname{sen} i'^2)}$.

Sarà poi $v=n(A\,e^{nt}-B\,e^{-nt})$. $v'=-n(A\,e^{nt}-B\,e^{-nt})$.

Determiniamo le costanti arbitrarie supponendo all'origine del tempo

$$s = k, \quad v = o. \quad \text{Avremo}$$

$$k = A + B + \frac{l\,\omega^2\, m'\, sen\, i'^2 - g\,(m\, cos\, i - m'\, cos\, i')}{\omega^2\,(m\, sen\, i^2 + m'\, sen\, i'^2)}$$

$$o = A - B$$

Quindi $A = \frac{1}{2}\,k - \frac{l\,\omega^2\, m'\, sen\, i'^2 - g\,(m\, cos\, i - m'\, cos\, i)}{2\,\omega^2\,(m\, sen\, i^2 + m\, sen\, i'^2)} = B$

e perciò

$$\left\{ s = \tfrac{1}{2}\,k\,(e^{nt} + e^{-nt}) + \frac{l\,\omega^2\, m'\, sen\, i'^2 - g\,(m\, cos\, i - m'\, cos\, i')}{2\,\omega^2\,(m\, sen\, i^2 + m'\, sen\, i'^2)} \right\} 1 - e^{nt} - e^{-nt} \Big\},$$

$$v = \left[\tfrac{1}{2}\,k - \frac{l\,\omega^2\, m'\, sen\, i'^2 - g\,(m\, cos\, i - m'\, cos\, i')}{2\,\omega^2\,(m\, sen\, i^2 + m\, sen\, i'^2)} \right] n\,(e^{nt} - e^{-nt}) ;$$

dalle quali espressioni si ricavano subito quelle di s' e v'.

25. Facendo $i' = o$ la massa m' determinerà un peso non soggetto a forza centrifuga. In questo caso diventa

$$n^2 = \omega^2\,\frac{m}{m + m'}\,sen\, i^2 \quad \text{cioè} \quad n = \omega\ sen\, i \sqrt{\frac{m}{m + m'}}$$

$$s = \tfrac{1}{2}\,k\,(e^{nt} + e^{-nt}) - \frac{m\,g\,cos\, i - m'\,g}{2\,m\,\omega^2\,sen\, i^2}\,(1 - e^{nt} - e^{-nt}).$$

$$v = \left(\tfrac{1}{2}\,k + \frac{g\,(m\, cos\, i - m')}{2\,m\,\omega^2\,sen\, i^2} \right) n\,(e^{nt} - e^{-nt}).$$

26. Volendo che il tubo ruotante sia orizzontale faremo $i = 90^\circ$ e sarà

$$n = \omega \sqrt{\frac{m}{m + m'}}, \quad s = \tfrac{1}{2}\,k\,(e^{nt} + e^{-nt}) + \frac{g}{2\,\omega^2} \cdot \frac{m'}{m}\,(1 - e^{nt} - e^{-nt}).$$

$$v = \left(\tfrac{1}{2}\,k - \frac{g}{2\,\omega^2} \cdot \frac{m'}{m} \right) n\,(e^{nt} - e^{-nt}).$$

27. Se amendue i tubi sono orizzontali faremo pure $i = i' = 90^\circ$.

Allora si ha $n = \omega$, $s = \tfrac{1}{2}\,k\,(e^{\omega t} + e^{\omega t}) + \frac{l}{2}\,\frac{m'}{m + m'}\,(1 - e^{\omega t} - e^{-\omega t})$

$$v = \omega \left(\tfrac{1}{2}\,k - \frac{l}{2}\,\frac{m'}{m + m'} \right) (e^{\omega t} - e^{-\omega t}).$$

28. Se le due masse m, m' che potremo supporre cilindriche fossero nel medesimo tubo e s' inseguissero, dovremo procedere nel seguente modo. La forza motrice sarebbe

$$m\,(g\,cos\,i + \omega^2\,sen\,i.\,s) + m'\,(g\,cos\,i + \omega^2\,sen\,i.\,s'),$$

l' acceleratrice $$\frac{(m+m')\,g\,cos\,i + \omega^2\,sen\,i\,(m\,s + m'\,s')}{m+m'}.$$

Dicendo r la distanza del centro di gravità dall' origine del tubo, avremo $m\,s + m'\,s' = (m+m')\,r$; quindi la forza acceleratrice

$$g\,cos\,i + \omega^2\,sen\,i.\,r$$

come fosse il solo centro di gravità.

29. Passiamo ora a fare un cenno di un' altra classe di problemi sul movimento di corpi soggetti a forza centrifuga. Finora abbiamo supposto che il movimento vertiginoso si mantenesse uniforme senza badare alla differenza che occorre nella forza, quando i corpi coll' allontanarsi dall' asse di rotazione aumentano i loro momenti d' inerzia. Ora ci faremo a supporre determinata la forza produttrice del moto giratorio, ed andremo considerando i mutamenti che debbono seguire sia nel moto dei corpi, sia nella velocità angolare.

Per incominciare da semplice questione supporremo che in un cilindro verticale sia innestato orizzontalmente un tubo contenente una palla, e che per colpo istantaneo incominci a ruotare colla velocità angolare μ: trattasi di determinare la legge della continuazione del moto.

Al tempo t supporremo la velocità angolare ω, la distanza della palla, di massa m, uguale ad s. Esprimeremo con S il momento d' inerzia del cilindro o tubo riguardo all' asse di rotazione, e quello della palla rispetto ad un asse passante pel suo centro, e parallelo a quello di rotazione. Quindi è che supponendo la distanza iniziale l dovremo avere

$$\omega = \frac{F\,a}{S + m\,l^2}$$

esprimendo con F la forza istantanea, con a la distanza del punto di azione dall'asse.

Ciò posto avremo prima $\frac{d^2 s}{d t^2} = \omega^2 s$; poi dovremo esprimere col calcolo che il momento della quantità di moto di cui varia m nel tempo infinitesimo $d t$ deve essere eguale ed in senso contrario del mutamento infinitesimo delle quantità di moto della parte costante del sistema, laonde sarà $S\, d\omega + m s\, d.\omega s = o$.

Questa equazione porge $(S + m s^2)\, d\omega = - m s \omega\, d s$

ossia $\frac{2\, d\omega}{\omega} = - \frac{2 m s\, d s}{S + m s^2}$. Integrata ne dà

$2 \log \omega = C - \log (S + m s^2)$ e tradotta all'origine del tempo quando $\omega = \mu$, $s = l$ avremo

$$2 \log \frac{\omega}{\mu} = \log \frac{S + m l^2}{S + m s^2} \text{ cioè } \omega^2 = \frac{\mu^2 (S + m l^2)}{S + m s^2}.$$

Facciamo per semplicità di scrittura $\mu^2 (S + m l^2) = k$ ed avremo

$$\omega^2 = \frac{k}{S + m s^2} \text{ quindi } \frac{d^2 s}{d t^2} = \frac{k s}{S + m s^2}.$$

Moltiplicando questa equazione per $2 d s$ ed integrando ricaveremo

$$\frac{d s^2}{d t^2} = D + k \log (S + m s^2).$$

Chiamata c la velocità della palla entro il tubo all'origine del tempo

sarà $c^2 = D + k \log (S + m l^2)$

e perciò $\frac{d s^2}{d t^2} = c^2 + k \log. \frac{S + m s^2}{S + m l^2}$.

Finalmente potremo scrivere $d t = \frac{d s}{\sqrt{\left\{ c^2 + k \log \frac{S + m s^2}{S + m l^2} \right\}}}$,

e la determinazione di t per s sarà ricondotta all'integrazione di una formula.

30. Supponiamo ora che una funicella avviluppata a cilindro verticale di raggio a sostenga un peso P; che trasversalmente al cilindro sia un tubo contenente una palla di massa m, e che la rotazione operata dalla discesa del peso produca il movimento della palla. Determinare le circostanze di questi movimenti.

Al tempo t sia la velocità angolare ω ed esprimiamo anche qui con S la somma dei momenti d'inerzia del cilindro o tubo riguardo all'asse di rotazione, e della palla rispetto ad asse passante pel suo centro. Sia al tempo t la distanza della palla s.

Ciò posto avremo

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{Pa}{S + ms^2}, \quad \frac{ds}{dt^2} = \omega^2 s$$

Se chiameremo M la massa del peso scendente metteremo in luogo di P, Mg essendo al solito g la gravità. Queste due equazioni contengono la soluzione del problema.

Eliminando l'ω avremo l'equazione fra s e t espressa da

$$d.\sqrt{\frac{\frac{d^2 s}{s\,dt^2}}{dt}} = \frac{Mag}{S + ms^2}.$$

Lascio di sviluppare questa equazione che non mi venne riuscito d'integrare.

31. Mutando la variabile indipendente si può arrivare ad un'equazione di secondo ordine. Scriviamo per questo l'equazioni superiori sotto altra forma più generale

$$\frac{d\omega}{dt} = g\,\frac{Ma}{S + ms^2}, \quad \frac{1}{dt}\,d.\,\frac{ds}{dt} = \omega^2 s.$$

Prendendo costante l'elemento ds, dalla seconda avremo

$$-\frac{ds\,d^2 t}{dt^3} = \omega^2 s, \quad \text{ossia} \quad ds\,d\,t = -\omega^2 s\,dt^2.$$

Differenziando la prima equazione avremo

$$\frac{d\,t\,d^2\,\omega - d\,\omega\,d^2\,t}{d\,t^2} = -\frac{2\,g\,M\,a\,m\,s\,d\,s}{(S + m\,s^2)^2}.$$

Quindi eliminando il $d^2\,t$ si avrà

$$\frac{d^2\omega}{d\,t} + \frac{d\,\omega}{d\,t^2}\cdot\frac{\omega^2\,s\,d\,t^2}{d\,s} = -\frac{2\,a\,M\,g\,m\,s\,d\,s}{(S + m\,s^2)^2}.$$

Finalmente eliminando il $d\,t$ avremo

$$\frac{d^2\omega}{d\,\omega}\cdot\frac{g\,M\,a}{S + m\,s^2} + \frac{d\,\omega^2}{d\,s}\,\omega^2\,s\,\frac{S + m\,s^2}{g\,M\,a} + \frac{2\,a\,m\,g\,M\,s\,d\,s}{(S + m\,s^2)^2} = 0.$$

equazione che può assumere anche l'aspetto seguente

$$\frac{d^2\,\omega}{d\,s^2} + \omega^2\,s\,\frac{(S + m\,s^2)^2}{(g\,M\,a)^2}\cdot\frac{d\,\omega^3}{d\,s^2} + \frac{2\,m\,s}{S + m\,s^2}\cdot\frac{d\,\omega}{d\,s} = 0.$$

Benchè col mutamento della variabile indipendente abbiamo ottenuta un equazione di secondo ordine per ω, s anzichè una di terzo fra s e t, pure anche quest'ultima non mi presenta facilità d'integrazione per quelle ricerche che il tempo e le circostanze mi hanno permesso d'istituire.

32. Consideriamo adesso un cilindro verticale che venga mantenuto in rotazione da un peso discendente. Traversalmente al cilindro siavi un'asse orizzontale intorno al quale possa girare un corpo. Ruotando il cilindro questo corpo devierà dalla posizione d'equilibrio ed andrà oscillando; trattasi di determinare la legge di queste oscillazioni.

Cominciamo dal determinare il momento d'inerzia di questo corpo riguardo all'asse verticale di rotazione per una data deviazione. Noi riferiremo il corpo a tre assi come abbiamo fatto altre volte. L'asse delle y orizzontale, propriamente quello che attraversa il cilindro verticale, l'asse delle x normale a questo nel piano che comprende y ed il centro di gravità passante pel punto in cui l'y taglia l'asse verticale, il terzo asse delle z ortogonale a questi due.

Supponendo pertanto che il piano comprendente il centro di gravità. quello delle $x\,y$. declini dalla verticale di un angolo θ. considerando una particella $d\,m$ del corpo di cui sieno coordinate x, y, z; intenderemo

che da essa siasi condotta una orizzontale u normale al piano verticale passante per y, e per l'asse verticale di rotazione. Allora è chiaro che il momento d'inerzia di quella particella dm sarà $(y^2 + u^2)\,dm$.

Ma abbiamo $u = x\,sen\,\theta + z\,cos\,\theta$, quindi il momento elementare sarà

$sen\,\theta^2\,x^2\,dm + y^2\,dm + cos\,\theta^2\,z^2\,dm + sen\,2\,\theta\,.\,x\,z\,dm$

cioè $sen\,\theta^2\,(x^2 + y^2)\,dm + cos\,\theta^2\,(y^2 + z^2)\,dm + sen\,2\,\theta\,.\,x\,z\,dm$.

Di qui avremo l'espressione seguente del cercato momento d'inerzia dell'intero corpo $sen\,\theta^2 \int (x^2 + y^2)\,dm + cos\,\theta^2 \int (y^2 + z^2)\,dm + sen\,2\,\theta \int x\,z\,dm$. Indicando poi per A, C i momenti d'inerzia riguardo agli assi x, z avremo $sen\,\theta^2\,.\,C + cos\,\theta^2\,.\,A + sen\,.\,2\,\theta \int x\,z\,dm$. risultato che esprimeremo colla lettera H.

Ciò premesso, supponiamo M la massa del peso discendente, a il raggio del cilindro, ω la velocità angolare pel tempo t, e θ la deviazione del piano passante per l'asse y orizzontale, e pel centro di gravità del corpo. Diciamo anche ω' la velocità angolare di questa deviazione pel medesimo tempo t, ed S sia il momento d'inerzia riguardo all'asse verticale rotante della massa del cilindro.

Avremo prima $\dfrac{d\,\omega}{d\,t} = \dfrac{g\,M\,a}{S + H}$, poi l'altra equazione

$\dfrac{d\,\omega'}{d\,t} = \dfrac{H - N\,g\,sen\,\theta\,X}{\int (x^2 + z^2)\,dm}$, nella qual formula N esprime la massa del corpo oscillante, ed X la distanza del centro di gravità da y.

Che se useremo della lettera B per esprimere il momento d'inerzia riguardo all'asse orizzontale delle y e con D si esprima valore di $\int x\,z\,dm$, avremo quelle due equazioni scritte in questo altro modo:

$$\frac{d\,\omega}{d\,t} = \frac{g\,M\,a}{S + A\,cos\,\theta^2 + C\,sen\,\theta^2 + D\,sen\,2\,\theta}\,.$$

$$\frac{d\,\omega'}{d\,t} = \frac{\frac{1}{2}\,\omega^2\,(C - A)\,sen\,2\,\theta + \omega^2\,D\,cos\,2\,\theta - N\,g\,X\,sen\,\theta}{B}\,;$$

e sarà $\omega' = \dfrac{d\,\theta}{d\,t}$.

33. Se dalla seconda equazione, scritto il primo membro per $\frac{d\theta}{dt^2}$, si cavasse il valore di ω per sostituirlo nella prima, avremo un'equazione di terzo ordine fra θ e t assai complicata. Assumendo ω costante, come nei problemi risoluti indietro, l'oscillazione del corpo sarebbe determinata dalla sola equazione,

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{\frac{1}{2}\omega^2(C-A)\,sen\,2\theta + \omega^2 D\cos 2\theta - gNX\,sen\,\theta}{B}.$$

Moltiplicandola per $2\,d\theta$ ed integrando avremo

$$\frac{d\theta^2}{dt^2} = I' + \frac{\omega^2 D\,sen\,2\theta - \frac{1}{2}\omega^2(C-A)\cos 2\theta + 2gNX\cos\theta}{B}$$

essendo I' la costante arbitraria.

Supponendo μ la velocità angolare iniziale ed α l'angolo iniziale di deviazione avremo

$$\mu^2 = I' + \frac{\omega^2 D\,sen\,2\alpha - \frac{1}{2}\omega^2(C-A)\cos 2\alpha + 2gNX\cos\alpha}{B}.$$

e finalmente

$$dt = \frac{d\theta}{\sqrt{\left\{\mu^2 + \frac{\omega^2 D(sen\,2\theta - sen\,2\alpha) - \frac{1}{2}\omega^2(C-A)(\cos 2\theta - \cos 2\alpha) + 2gNX(\cos\theta - \cos\alpha)}{B}\right\}}}$$

formula da non potersi integrare che per quadratura.

(*Letta l'8 Agosto 1841*)

SOLUZIONI GRAFICHE

DI

PROBLEMI GEOMETRICI DEL PRIMO O DEL SECONDO GRADO

TROVATE COL METODO DELLE *EQUIPOLLENZE*

MEMORIA

DEL PROFESSORE GIUSTO BELLAVITIS

Nella Geometria si ha spesse volte occasione di osservare l' eleganza delle soluzioni o delle dimostrazioni, e di ammirare l' acutezza dell' ingegno di chi le inventò; nulladimeno rimane il desiderio di conoscere un metodo facile e diretto per giungere a quelle soluzioni o dimostrazioni ogni qual volta esse si rendano necessarie; e maggiormente si scorge la convenienza di questo desiderio quando si considera che un metodo generale potrà guidare a molte e molte altre proposizioni, di cui può nascere il bisogno, e che sarebbe impossibile aver tutte apprese.

La Geometria sembrava per sè sola poco atta ad offrire tali metodi generali di ricerca, giacchè quantunque da lontanissimi tempi e sì intensamente studiata pochissimi progressi avea fatti sotto questo riguardo fino al presente secolo. e veri metodi generali possono dirsi soltanto quelli di projezione e di derivazione che in questi ultimi tempi apersero un sì largo e nuovo campo alla Geometria propriamente detta. Ma per quanto eleganti e fecondissimi sieno questi metodi non per questo soddisfanno ai bisogni della scienza. spe-

cialmente quando si vuol applicarla ad altre dottrine: poichè non basta avere un mezzo per trovare con tutta facilità e rendere non che dimostrati evidenti moltissimi teoremi, bisogna eziandio conoscere una via per giungere a qualunque proposizione quand'anche essa non appartenga a quelle classi, cui più o meno direttamente si applicano i metodi geometrici di derivazione.

I Geometri moderni conobbero che l'Algebra era la sola che potesse dare alla Geometria la generalità ed il metodo che sembrava mancarle; di qui nacque l'applicazione dell'Algebra alla Geometria, fertilissima idea che cangiò l'aspetto delle Matematiche pure, e togliendole alla loro sublime inutilità le associò alle Scienze ed alle Arti, e le fece sì potentemente cooperare al progresso delle umane cognizioni. Ad alcuni schifiltosi sembrò che la Geometria rendendosi più facile e più generale perdesse alcun che della sua severità e della sua scrupolosa esattezza; ma lo scopo della Geometria non è già di occupare tutta intera la vita dei Dotti che ad essa esclusivamente rivolgano i loro pensieri, bensì di guidarli a verità, che ad altre discipline riescano vantaggiose; e tutto quanto abbrevia la strada per conseguire questo intento è un vero progresso. D'altra parte se la Geometria è certissima nei suoi principj e nelle sue conseguenze, l'Algebra non è nè meno certa nè meno rigorosa; la sua base è l'idea generalissima e semplicissima della quantità, e le sue deduzioni sono fondate sull'eterna logica di tutto il genere umano; può dirsi sotto un certo aspetto che in qualunque uomo vi è l'astratta possibilità di giungere col solo ragionamento e senza alcun metodo convenzionale di calcolo alla più sublime speculazione algebraica; viceversa è pur vero che la mente più vasta non potrebbe mantenere la sua attenzione fino a pervenire ad una proposizione non affatto elementare; l'Algebra presentando un opportunissimo linguaggio rende facile ciò che altrimenti per troppa difficoltà sarebbe impossibile; ma essa è sempre il ragionamento applicato alla sola idea di quantità. Qualunque sia l'argomento, nel quale si debbano considerare le relazioni di varie quantità sarà spesso opportuno talvolta necessario l'uso dell'algoritmo algebraico; sarebbe in grave errore chi credesse che esso fosse capace di comunicare la certezza delle Matematiche alle conseguenze di principj dubbiosi o falsi, ma sarebbe anche peggio non profittare di quel prezioso ed infal-

libile strumento per dedurre giuste conseguenze, e per sottoporre in tal guisa al più severo esame la verità degli assunti principj.

Quando l'Algebra si applica alla Geometria i principj sono certissimi, quindi tali deggiono pur essere tutte le conseguenze: ed in qualche maniera può dirsi che queste sono meno dubbiose se sono ottenute con un facile e breve calcolo piuttostochè coi lunghissimi ragionamenti che si vorrebbero preferire dagli amatori dell'antica Geometria. L'applicazione dell'Algebra non offre peraltro essa sola quel metodo generale e diretto di ricerca, che dicevamo mancare alla Geometria, bisognava stabilire altri principj per rappresentare col mezzo del calcolo la posizione delle varie parti di una figura: a tal uopo fu immaginato il metodo delle coordinate; con esso si esprimono le condizioni di un qualunque proposto problema od i dati di un teorema: poscia il calcolo algebraico conduce alla bramata soluzione o dimostrazione. Ma per quanto mirabile ed utile sia il metodo delle coordinate, pure non rade volte sono lunghissime le dimostrazioni trovate col suo mezzo, ed in ispecial modo mancano di eleganza e di facilità le soluzioni grafiche dei problemi; poichè quando pure si sono determinate le formule che danno le coordinate di un punto ricercato, la loro costruzione si effettua ordinariamente mediante una lunga serie di proporzioni, che conservano pochissima relazione coi dati del problema, e che non sono quindi paragonabili alle eleganti soluzioni offerte dalla Geometria così detta sintetica.

Mi sembra che a queste mancanze del metodo delle coordinate supplisca in buona parte, (purchè peraltro si tratti di figure poste in un solo piano), un metodo ch'io trovai or sono alcuni anni e che mi piacque denominare metodo delle *equipollenze*. Quantunque in esso si adoperi un algoritmo soggetto alle stesse regole del calcolo algebraico nulladimeno non può dirsi che il metodo sia una speciale maniera di applicare l'Algebra alla Geometria; poichè le equipollenze non rappresentano come le equazioni una relazione fra le quantità, bensì una relazione fra le rette di una figura considerate tanto in riguardo alla loro grandezza che in riguardo alla loro posizione: così tutto intero l'oggetto della Geometria, grandezza e figura dell'estensione, è compreso ed espresso dalle equipollenze.

Non è oggetto della presente Memoria mostrare in qual guisa il metodo ora accennato conduca direttamente e senza bisogno d'alcun estraneo soccorso ai teoremi che soglionsi comprendere nella Geometria e nella Trigonometria, nè quali ne possano essere i vantaggi nelle ricerche geometriche più elevate: invece ristringendomi alla considerazione dei problemi che ammettono una soluzione geometrica, cioè eseguibile mediante la riga ed il compasso, è mio scopo di esporre brevemente un processo con cui non rade volte le equipollenze guidano direttamente a semplici e notevoli soluzioni.

Il processo generale per la risoluzione dei problemi consiste nell'esprimerne tutte le condizioni col mezzo di equipollenze fra le parti note e le ignote della figura; poscia dedurne, mediante un calcolo analogo alla risoluzione delle equazioni, le equipollenze finali, che indicheranno le costruzioni da eseguirsi per determinare tutti i punti ignoti: tali costruzioni riescono bene spesso tanto semplici e così intimamente connesse coi dati del problema che si crederebbero trovate coi metodi sintetici non già con un metodo generale e diretto.

In questa Memoria mi limito a considerare il caso che l'equipollenza finale sia trinomia, ed esprima perciò i tre lati di un triangolo; uno di questi lati sarà pienamente conosciuto, degli altri due si conoscerà soltanto o la direzione o la lunghezza, il che sarà sufficiente per costruire il triangolo, che ci darà la bramata soluzione del problema. Moltissimi problemi si prestano facilmente a questo modo di soluzione, ed ecco la via che mi sembra più opportuna onde giungere allo scopo: le condizioni del problema si esprimano adoprando il minor numero possibile di punti o rette, e senza premettere alcuna costruzione; le rette date si rappresentino nel solito modo usato nella Geometria, in quanto a ciascheduna retta incognita la si rappresenti con una quantità e con un simbolo che ne indichino rispettivamente la lunghezza e l'inclinazione; poscia dalle equipollenze esprimenti le condizioni del problema si cerchi di eliminare alquante incognite (sieno poi esse lunghezze od inclinazioni) in modo che risulti un'equipollenza trinomia della forma desiderata contenente due incognite, ed il problema si risolverà costruendo nel modo che si troverà più conveniente i termini dell'equipollenza ed il triangolo che essa rappre-

senta. In molti problemi riesce opportuno di scegliere per incognita finale una delle inclinazioni, e di eliminare tutte le altre incognite; che se allora l'equipolleaza trinomia risulti di 2.° grado rispetto al simbolo esprimente l'incognita inclinazione, essa si costruirà nel solito modo considerando le due potenze dell'incognita come se fossero due incognite differenti.

Da questa breve esposizione si scorge quanto poco d'arbitrario e d'indeterminato rimanga nel metodo da me adoperato, e come giustamente possano dirsi dirette ed analitiche le soluzioni trovate col suo mezzo; chi vorrà confrontarle con quelle date da alcuni Geometri, scorgerà, io credo, che esse vincono per semplicità e brevità di costruzione quelle che furono dedotte dai metodi analitici, e che rade volte sono superate da quelle che con lunghi e difficili studj sintetici furono ottenute.

L'applicazione del metodo delle equipollenze alla soluzione grafica dei problemi geometrici, che ho l'onore di presentare a questo dotto Consesso, mi dà occasione di pregare i Cultori delle Matematiche acciocchè vogliano prendere in considerazione questo metodo che finora fu studiato quasi esclusivamente da me solo: le varie e, se mal non m'appongo, abbastanza felici applicazioni che ne feci danno motivo per credere che se sarà adoprato da perspicaci e dotti Geometri esso riuscirà fecondo d'importanti conseguenze. Nella Geometria elementare il metodo delle equipollenze può servire, come sopra accennammo, a dedurre da pochissimi principj di facile dimostrazione tutti i teoremi che soglionsi insegnare, oltre molti altri che si potrebbero additare se non valesse meglio riservarsi di cercarli quando possano occorrere; i calcoli a tal uopo necessarj sono singolarmente facili anche per la circostanza che essi sono soggetti alle stesse regole che valgono pei calcoli algebraici. I problemi della trigonometria piana si riducono alla risoluzione di alcune equipollenze, dalle quali deggiono dedursi gli elementi incogniti del triangolo in funzione dei cogniti, il che dipende da una facilissima eliminazione; anche le numerosissime formule per la trasformazione delle linee trigonometriche si dimostrano con facilissimi calcoli e senza bisogno d'alcuna costruzione geometrica; questi calcoli erano già conosciuti consistendo essi nella nota riduzione delle linee trigonometriche alle funzioni esponenziali.

ma siccome queste contenevano gl'immaginarj così sembravano non convenienti ad ottenere rigorose dimostrazioni, ed infatti poco furono usate ad onta della loro grande semplicità: invece nel metodo delle equipollenze tutto è rigorosamente dimostrato, e gl'immaginarj sono espressi da rette costruibili quanto le quantità reali; sicchè le algebraiche proprietà degli immaginarj sono veramente teoremi geometrici. Queste considerazioni fanno intendere che il metodo delle equipollenze presenta un vantaggio essenzialissimo benchè indiretto nella stessa Algebra pura, dando un tipo reale alle espressioni immaginarie; ne accennerò un solo esempio già da me pubblicato: è noto quanti tentativi spesso infruttuosi avessero fatti illustri Matematici per dimostrare quel fondamentale teorema della teoria delle equazioni algebraiche, per cui il numero delle radici reali od immaginarie della nota forma è uguale al grado dell'equazione; finalmente il Cauchy ne trovò una dimostrazione esente da obbiezioni, pure essa è alquanto complicata e difficilmente si potrebbe insegnarla negli Elementi d'Algebra, ai quali pur dovrebbe appartenere; invece il metodo delle equipollenze dà una dimostrazione conforme nei principj a quella del Cauchy e di una evidenza e facilità veramente mirabili; anzi la dimostrazione stessa indica un modo per trovare approssimatamente ciascheduna radice anche immaginaria.

Nelle applicazioni del Calcolo sublime alla Geometria si richieggono alcuni fondamentali teoremi, che da chiunque ami procedere in modo rigoroso e libero da errore deggiono dimostrarsi coi metodi geometrici; essi costituiscono ciò che fu detto Geometria degl'infinitesimi; ora siccome il metodo delle equipollenze riduce tutto l'oggetto della Geometria piana ad un semplice calcolo, così anche le ricerche di cui si tratta acquistano la facilità di un calcolo puramente algebraico, nel quale è sempre facile vedere quali sieno gli ordini delle parti infinitesime delle figure, e quali si possano trascurare in confronto delle altre.

La Geometria superiore che si occupa delle proprietà delle linee curve riceve alcuni osservabili vantaggi dal metodo delle equipollenze, che sarebbe troppo lungo l'additare; dirò soltanto che possono adoperarsi molti sistemi di coordinate diversi dai due comunemente usati, e che per ciascuno di essi

si trovano senza bisogno di considerazioni geometriche le espressioni della tangente, delle linee osculatrici, della quadratura, ed altre analoghe. Anche il passaggio da un sistema di coordinate ad un altro è sempre ridotto ad un facile processo di calcolo.

Nel metodo delle equipollenze è degno d'osservazione che le regole del calcolo sono identiche a quelle dell'Algebra, e che la composizione delle rette è conforme alla composizione delle forze, così questo metodo riunisce in qualche modo tre scienze, l'Algebra, la Geometria, e la Meccanica; è quindi facile immaginare che le equipollenze tornino opportune anche nelle ricerche meccaniche, ed infatti le proprietà del moto di un punto si ottengono senza bisogno d'alcuna considerazione geometrica, e con tutta facilità si trovano le equazioni fondamentali per le trajettorie planetarie.

Molto di più potrebbero estendersi questi cenni sulle applicazioni del metodo delle equipollenze; ma bisogna d'altra parte confessare che esso perde i principali suoi pregi quando vogliamo considerare le figure a tre dimensioni; ancora ci rimane un comodo algoritmo, ma esso è soltanto più che altro una maniera di rappresentare il metodo delle coordinate parallele; non più riescono vantaggiosi i simboli immaginarj, nè le equipollenze possono comprendere prodotti di rette. Qual'è il significato geometrico da attribuirsi nel presente caso alle equipollenze contenenti rette tra loro moltiplicate o divise?, oppure: Qual'è l'algoritmo che dee sostituirsi all'algebraico perchè le equipollenze esprimano le vicendevoli inclinazioni delle rette poste comunque nello spazio? — Ecco due questioni intorno alle quali inutilmente mi sono affaticato; se una qualche soluzione sia possibile chi giungerà a scoprirla avrà recato un grandissimo vantaggio alla Geometria dello spazio, le cui questioni potranno allora risolversi senza bisogno di ricorrere alle considerazioni geometriche. Termino facendo voti perchè il metodo delle equipollenze possa un giorno essere arricchito di questa utilissima scoperta, e perchè intanto esso sia considerato nella parte che riguarda le figure a due sole dimensioni, oggetto già per sè solo abbastanza vasto ed importante.

Risoluzione col metodo delle equipollenze di alcuni problemi geometrici determinati.

I principj e l'algoritmo del metodo delle equipollenze furono da me esposti e dimostrati nella Memoria inserita nel Tomo VII degli Annali delle scienze, ec., Padova 1837; prego il Lettore di dare un'occhiata agli Articoli 1.° e 3.° di quella Memoria, giacchè ora mi limiterò ad accennare brevemente i principj fondamentali.

1. Avverto in primo luogo che intendo sempre parlare di figure poste in un solo piano.

In ogni retta dee considerarsi la lunghezza e la direzione; le lunghezze si riferiscono ad una retta arbitrariamente assunta per *unità*: le lunghezze ignote si segnano colle lettere p, q, ec., le quali indicano per conseguenza altrettante quantità reali esprimibili col mezzo di rette oppure di numeri riferiti alla stabilita *unità*. Le direzioni si riferiscono ad una retta arbitrariamente assunta per *origine delle inclinazioni;* ogni retta ha un'*inclinazione* che è l'angolo da essa formato con tale *origine*, avvertendo che gli angoli positivi si contano partendo dall'origine ed ascendendo da destra verso sinistra; le inclinazioni ignote si segnano colle lettere x, y, ec., le quali sono espresse dalle porzioni della circonferenza di raggio uno, che misurano gli angoli delle inclinazioni. — Per rappresentare una retta della lunghezza p e dell'inclinazione x si adopera il simbolo $p\,\varepsilon^{x}$, che si calcola e si adopera precisamente come se la quantità reale p fosse moltiplicata pel simbolo immaginario $e^{x\sqrt{-1}}$: per brevità si pone $\sqrt{}$ in luogo di $\sqrt{-1}$, ed ε in luogo di $e^{\sqrt{-1}}$. Tanto ε^{x} quanto $\sqrt{}$ rappresenta una retta uguale all'unità di lunghezza. Si segna al solito con 2π la circonferenza del cerchio di raggio 1, ne viene che π rappresenta un'inclinazione di 180.°, ed ε^{π} una retta parallela all'*origine delle inclinazioni*, ma diretta in senso opposto a quello che si assume per tale origine; infatti è già noto che $\varepsilon^{\pi}=-1$: così pure $\frac{\pi}{2}$ rappresenta l'incli-

nazione di 90.°, ed $\varepsilon^{\frac{\pi}{2}}$. o più semplicemente ε^{ι}. rappresenta una retta perpendicolare all' *origine delle inclinazioni* e diretta nel senso delle inclinazioni positive; $-\varepsilon^{\iota}$ ha direzione opposta a ε^{ι}. come avviene di ogni simbolo negativo in confronto del corrispondente positivo.

2. Le rette si disegnano anche alla maniera usata in Geometria mediante due lettere che ne indicano i punti estremi; ma bisogna ben guardarsi dal confondere AB con BA. giacchè queste sono due rette bensì di ugual lunghezza, ma la prima è diretta da A verso B la seconda da B verso A. così esse sono considerate formare un angolo di 180.° Ne viene che BA è una stessa cosa di $-AB$. Quando si considera una retta AB se ne riguarda e la lunghezza e l'inclinazione, sicchè non è permesso scambiare tra loro due rette pel solo motivo che abbiano ugual lunghezza; perchè due rette sieno *equipolleuti* (e possano quindi prendersi l'una per l'altra). è necessario che esse sieno uguali, parallele e dirette per lo stesso verso.

3. Una retta AB moltiplicata per un coefficiente reale p rappresenta una retta uguale al prodotto $p.AB$ (diviso ove occorra per l'unità di lunghezza). parallela alla AB, e che ha la stessa direzione della AB se p è positiva, e direzione opposta se p è negativa. — Una retta AB moltiplicata per un simbolo ε^{x} rappresenta una retta di ugual lunghezza della AB (giacchè ε^{x} è considerato aver la lunghezza $= 1$), e che ha l'inclinazione uguale a quella della AB accresciuta di x: perciò la $\varepsilon^{x}.AB$ forma colla AB un angolo x preso. se x è positivo. nel verso per cui si prendono gli angoli positivi cioè da destra ascendendo verso sinistra, e preso nel verso opposto se x è negativo. — La retta AB divisa per ε^{x} è una stessa cosa come la AB moltiplicata per ε^{-x}. — Il prodotto di due rette AB CD rappresenta una retta la cui lunghezza è uguale al prodotto delle lunghezze AB CD diviso per la retta assunta per unità. e la cui inclinazione è eguale alla somma delle inclinazioni delle due rette AB CD (s'intende sempre rispetto alla retta assunta per *origine delle inclinazioni*). Così pure la retta rappresentata da $\frac{AB}{CD}$ è uguale al rapporto $\frac{AB}{CD}$

moltiplicato per l'*unità*, ed ha l'inclinazione uguale alla differenza delle inclinazioni di AB e di CD. Quanto ora abbiamo detto si estende facilmente al prodotto od al rapporto di un maggior numero di rette.

4. Se ad una figura si fa eseguire mezza rivoluzione intorno alla retta assunta per *origine delle inclinazioni*, in modo che la porzione che stava da un lato di questa *origine* si rovesci andando a cadere dall'altro lato e sullo stesso piano di prima; la nuova figura io la dico la *conjugata* della prima; ed ogni retta di una figura è pure la *conjugata* della sua corrispondente nell'altra figura, ed io la indico col segno cj. È chiaro che due figure conjugate sono tra loro uguali, e che tutto quanto può dirsi dell'una vale anche per l'altra; dee però notarsi che gli angoli e le inclinazioni mutano segno, cioè che se una retta ha l'inclinazione positiva, la sua conjugata ha l'inclinazione negativa; viene da ciò che ogni ε^{x} appartenente ad una figura diventa ε^{-x} nella figura conjugata, ed ogni ν^{ν} diventa $-\nu^{\nu}$, poichè ogni retta perpendicolare all'*origine* prende nel rovesciarsi opposta direzione.

5. Ora ci sarà facile intendere che, per esempio, $p\,\varepsilon^{x\,\frac{AB.\,\mathrm{cj}\,CD}{EF.\,\mathrm{cj}\,GH}}$ rappresenta una retta eguale a $p^{\frac{AB.\,CD}{EF.\,GH}}$, e che ha l'inclinazione uguale ad x più le inclinazioni della AB e della conjugata della CD e meno le inclinazioni della EF e della conjugata della GH, ossia uguale ad x più le inclinazioni della AB e della GH e meno le inclinazioni della CD e della EF.

6. Io chiamo *equipollenza* una certa relazione tra le rette di una figura considerate in riguardo alle loro lunghezze ed alle loro inclinazioni. Le equipollenze sono soggette precisamente allo stesso algoritmo ed alle medesime trasformazioni che valgono per le equazioni; ho già notato che ε, ν^{ν} si calcolano come gli immaginarii $e^{\sqrt{-1}}$, $\sqrt{-1}$.

7. Insieme con una equipollenza qualunque ne sussiste sempre una di analoga relativa alla figura conjugata della prima; questa dicesi l'equipollenza *conjugata*. È chiaro che per formar l'equipollenza conjugata basta

mutare i segni a tutti i x ed a tutti gli esponenti di ε, e sostituire alle rette le loro conjugate. Si scorge facilmente che se deve prendersi la conjugata della $\mathrm{cj}.AB$ si ricade nella primitiva AB.

8. I lati di qualunque poligono convesso o no formano sempre un'equipollenza, così, per esempio, il triangolo ABC ed il quadrilatero $MNPQ$ danno le equipollenze

$$AB+BC+CA\triangleq 0,\quad MN+NP+PQ+QM\triangleq 0.$$

il segno $\triangleq$ indica *equipollente*. La prima equipollenza può anche trasformarsi nella $AB+BC\triangleq AC$, giacchè abbiamo detto che CA AC sono uguali ma di opposte direzioni, cioè $CA\triangleq -AC$.

9. Perchè alquante rette unite insieme coi segni $+$ $-$ formino una equipollenza non è già necessario che esse si succedano l'una all'altra in modo che la seconda estremità di una sia la prima estremità della seguente: infatti data un'equipollenza si possono sempre sostituire alle sue rette altre rette ad esse rispettivamente equipollenti (cioè uguali, parallele, e dirette per lo stesso verso) e la equipollenza sarà ancora vera. Viceversa se abbiasi un'equipollenza si potrà sempre sostituire ai suoi termini altrettante rette ad esse rispettivamente equipollenti, le quali sieno talmente disposte che formino un poligono: così per esempio se abbiasi (Fig. 1.ª Tav. VIII) $MN+PQ\triangleq RS$ potremo prendere $AB\triangleq MN$, $BC\triangleq PQ$ e sarà RS equipollente alla AC, che colle AB BC chiude il triangolo ABC.

10. Considerando l'equipollenza $AB+BC\triangleq AC$ identica alla $MN+PQ\triangleq RS$ si vien di leggieri a conoscere che la RS *composta-equipollente* delle due MN PQ è equipollente alla diagonale di un parallelogrammo, di cui due lati che partono da uno stesso vertice sono equipollenti alle rette MN PQ: così la *composizione* che nel metodo delle equipollenze s'indica col segno $+$ corrisponde pienamente colla *composizione delle forze*: questa osservazione è vantaggiosa per l'applicazione del metodo delle equipollenze alla Meccanica, ed è pur vantaggiosa nella Geometria perchè facilita l'intelligenza delle equipollenze richiamandoci ad idee già abitualmente conosciute.

11. I problemi geometrici considerati nella presente memoria sono tutti risolti col mezzo di un'equazione trinomia, la quale, generalmente parlando, serve a determinare due incognite. Da prima mostreremo quali sieno le forme di tali equipollenze trinomie, e come si debba operare per risolverle. Cominciamo dal caso che le due incognite sieno due lunghezze espresse dalle quantità p q riferite ad una data unità, l'equipollenza sarà della forma

$$(1) \qquad p.\,AB + q.\,CD \triangleq OU$$

le AB CD OU (Fig. 2.ª) essendo tre rette conosciute. Paragoniamo questa equipollenza coll'altra che è sempre identicamente vera

$$(1) \qquad OI' + I'U' \triangleq OU$$

e vedremo che se (2) $OI' \triangleq p.\,AB$ sarà (3) $I'U' \triangleq q.\,CD$. Ora le (2) (3) insegnano che i lati OI' $I'U'$ del triangolo $OI'U'$ sono paralleli alle rette AB CD, perciò il problema è ridotto a costruire sulla data base OU un triangolo $OU'I'$ che abbia i lati paralleli alle date rette AB CD, dopo di che ambedue le incognite saranno determinate mediante le equazioni (2) $p = \frac{OI'}{AB}$, (3) $q = \frac{I'U}{CD}$. Si vede per conseguenza che i problemi che conducono ad un'equazione trinomia della forma (1) sono soltanto del 1.° grado.

12. Nel caso particolare che le rette OU AB CD fossero parallele, la precedente costruzione mostrerebbe che l'equipollenza (1) non è sufficiente per determinare le due incognite p q.

13. È palese che noi possiamo moltiplicare i tre termini dell'equipollenza (1) per una stessa quantità qualunque, e che possiamo inoltre sostituire alla OU una retta ad essa equipollente (cioè uguale e parallela); in questo modo noi possiamo costruire il triangolo $OI'U'$ di quella grandezza ed in quella posizione che torneranno più opportune per legare la soluzione coi dati del problema, e per semplificare la grafica costruzione. L'equipollenza trinomia potrebbe anche scriversi così

$$(4) \qquad \frac{1}{p}\,OU' + \frac{q}{p}\,DC \triangleq AB.$$

ed indicherebbe che sulla base AB dee costruirsi un triangolo coi lati paralleli alle rette OU DC; ma noi non ci arresteremo di più su queste facilissime trasformazioni.

14. Passiamo a considerare il caso che le incognite sieno un'inclinazione x ed una lunghezza q; ed abbiasi l'equipollenza trinomia (Fig. 3.ª)

$$(\text{II}) \qquad \varepsilon^{x}.AB + q.CD \triangleq OT$$

fatto il confronto colla (1) vedremo che sussisteranno insieme le due equipollenze (5) $OU \triangleq \varepsilon^{x}.AB$. (6) $UT \triangleq q.CD$, onde rimane da costruire sulla data base OT un triangolo col lato TU parallelo alla retta CD, ed il lato OU eguale alla AB; dopo di che sarà x l'angolo compreso fra le due rette OU AB, e q il rapporto delle due UT CD. Si vede che il problema è di secondo grado e che esso si risolve conducendo la retta TU parallela alla CD e tagliandola col circolo di centro O e di raggio $= AB$.

15. La (II) è suscettibile dei cangiamenti accennati per la (1); peraltro non la si potrebbe trasformare come la (4), che anzi se si giungesse all'equipollenza trinomia $p\,\varepsilon^{x}.BA + p.OT \triangleq CD$ bisognerebbe trasformarla nella $\varepsilon^{x}.AB + \frac{1}{p}CD \triangleq OT$.

16. Il terzo caso sarà quello che le incognite sieno due inclinazioni x y, e si abbia perciò l'equipollenza (Fig. 4.ª)

$$(\text{III}) \qquad \varepsilon^{x}.AB + \varepsilon^{y}.CD \triangleq OU$$

ne dedurremo (7) $OU \triangleq \varepsilon^{x}.AB$ (8) $UU \triangleq \varepsilon^{y}.CD$, e perciò sulla data base OU dovremo descrivere un triangolo coi lati rispettivamente uguali alle date rette AB CD; costruzione facilissima e che dà due soluzioni differenti.

17. L'equipollenza (III) è suscettibile dei soliti cangiamenti, e potrebbe dividersi per ε^{y} il che darebbe (9) $\varepsilon^{x-y}.BA + \varepsilon^{-y}.OU \triangleq CD$. che è della stessa forma della (III).

18. Talvolta giova eliminare dalle equipollenze, che esprimono le condizioni del problema, tutte le incognite eccettuata una sola inclinazione x, e si giunge ad una equipollenza del secondo grado rispetto al simbolo ε^x. la quale può scriversi così (IV) $\varepsilon^x AB + \varepsilon^{-x} CD \triangleq OU$. La (IV) può trattarsi come la (III) riguardando ε^x ε^{-x} quali fossero due incognite tra loro indipendenti, quindi dovrà costruirsi sulla OU un triangolo $OU'U$ coi lati uguali alle rette AB CD, e sarà x l'inclinazione della OU' sulla AB, che dovrà esser eguale all'inclinazione della DC sulla $U'U$, altrimenti la trovata soluzione non soddisfarebbe alla (IV): nei problemi che avremo occasione di risolvere le rette AB CD avranno egual lunghezza e formeranno angoli eguali colla OU, quindi la predetta condizione sarà sempre soddisfatta.

19. Come dicemmo al § 13. la costruzione si adatterà meglio alle circostanze del problema moltiplicando opportunamente per uno stesso fattore i termini dell'equipollenza (IV); ed è evidente che in tal guisa l'intersezione U' si eseguirà con quel raggio che tornerà più comodo, ed anzi si potrà anche profittare di un circolo che fosse già descritto: supponiamo che si voglia eseguire la costruzione mediante un circolo avente il centro O ed il raggio r; alla (IV), nel supposto caso che le AB CD abbiano eguali lunghezze, potremo dare la forma

$$(V) \qquad \text{cj}\, OR.\varepsilon^x + \varepsilon^{2\mu}\, OR.\varepsilon^{-x} \triangleq OM \qquad \text{(Fig. 5.ª)}$$

i coefficienti di ε^x ed ε^{-x} essendo uguali al dato raggio. 2μ essendo un angolo cui non importa fare attenzione, e la *conjugata* essendo presa rispetto all'*origine delle inclinazioni* OH, alla quale si riferisce la desiderata inclinazione x. Giacchè OR ha la lunghezza r se poniamo (10) $OU' \triangleq \frac{r}{\text{cj}\, OR}\, OM$ la OU' sarà eguale alla OM ed avrà l'inclinazione uguale alla somma delle inclinazioni delle OR OM, cioè sarà l'angolo ROU' eguale all'angolo HOM; sostituendo la (10) nella (V) si ha (11) $r\varepsilon^x + r\varepsilon^{2\mu}.\frac{OR}{\text{cj}\, OR}\varepsilon^{-x} \triangleq OU'$, perciò coi

centri O U ed il raggio OR si formerà l'*intersezione* I, e la retta OI avrà rispetto all'origine OH l'inclinazione x.

20. Il circolo di raggio OR potrebbe anche tagliarsi (anzichè con un circolo uguale) colla retta II', questa dividerebbe per metà in T la OU e perciò (12) $OT \triangleq \frac{r}{\mathrm{cj}\, OR} \cdot \frac{OM}{2}$. Talvolta si potrà costruire la retta II' anche senza determinare il punto T, basterà trovare un punto di questa retta $I'I''$ e rammentare che essa è perpendicolare alla OU espressa dalla (10).

21. Si potrebbe anche tagliare il circolo di raggio OR nei punti II mediante infiniti altri circoli, io mi limiterò al caso del circolo che passa per O; sia OI il suo diametro, sicchè le II II' sieno le due tangenti al circolo dato condotte pel punto I; questo I è posto sulla retta OU determinata dalla (10) e si ha (13) $OI = \frac{2r}{OU} = 2r\frac{OR}{OM}$.

Mi sono alquanto dilungato onde presentare qui riuniti i mezzi di cui si può disporre per semplificare le soluzioni dei problemi: tali cose riusciranno del resto più chiare e facili mediante le seguenti applicazioni.

Problema I. *Tirare una retta tangente a due circoli dati.*

22. Sieno O, D (Fig. 6.) i centri ed a, b i raggi dei dati circoli; la tangente comune sarà determinata quando si conosca il suo punto di contatto P; scegliamo per incognita l'inclinazione x del raggio OP, sicchè sia (1) $OP \triangleq a\varepsilon^{x}$, la PQ sarà perpendicolare ad OP quindi la sua inclinazione sarà espressa da $\gamma\varepsilon^{x}$ (γ essendo il simbolo che esprime l'inclinazione di 90.°), si chiami p l'ignota lunghezza di questa PQ, ed abbiasi perciò (2) $PQ \triangleq p\gamma\varepsilon^{x}$: il raggio QD è parallelo e, nel caso della figura, diretto per lo stesso verso di OP perciò (3) $QD \triangleq b\varepsilon^{x}$. In questo modo abbiamo rappresentato tutte le rette della figura, delle quali s'ignora la lunghezza o l'inclinazione, ci

rimane da stabilire un' equipollenza tra queste rette e la OD, che per essere interamente conosciuta di grandezza e di posizione rappresenteremo nel modo usato in Geometria. Ora in ogni poligono chiuso si ha pei principj del metodo l' equipollenza (4) $OP+PQ+QD \triangleq OD$, fatte le sostituzioni ne viene (5) $a\varepsilon^{x}+p\varepsilon^{\nu}\varepsilon^{x}+b\varepsilon^{x} \triangleq OD$. Non è difficile lo scorgere che questa equipollenza può ridursi trinomia riunendo insieme i termini primo e terzo, ma perchè essa prenda la forma della (II) (§. 14), cioè perchè sieno separate le incognite $p\ \varepsilon^{x}$ bisognerà dividerla per ε^{x}. e si avrà (6) $OD.\varepsilon^{-x}-p\varepsilon^{\nu} \triangleq a+b$. Per costruirla sceglieremo la direzione OD per *origine delle inclinazioni* prenderemo su di essa la $OT \triangleq a+b$, e su questa OT descriveremo il triangolo OTU, col lato $OU=OD$, ed il lato $TU \triangleq p\varepsilon^{\nu}$, cioè perpendicolare alla OD. e sarà $\widehat{DOU}=-x$.

23. Vediamo a qual soluzione si giungerebbe cercando un' equipollenza colla sola incognita ε^{x}. La (6) combinata colla sua *conjugata*

$$\text{cj}\ OD.\varepsilon^{x}+p\varepsilon^{\nu} \triangleq a+b \quad \text{ci dà l' equipollenza di 2.° grado}$$

$$\text{(7)} \qquad \text{cj}\ OD.\varepsilon^{x}+OD.\varepsilon^{-x} \triangleq 2(a+b),$$

paragonandola colla (IV) del §. 18 o meglio colla (V) del §. 19. vedremo che sulla direzione OD dovremo prendere $OU=2(a+b)$ poscia coi centri O U e col raggio uguale ad OD formare l' intersezione U: questa soluzione risulta identica a quella data di sopra. La medesima (7) combinata colla (13) del §. 21. c' insegna anche un altro modo di soluzione; cioè col centro O ed il raggio $OT=a+b$ si descriva un circolo, ed a questo si conducano le tangenti che passano pel punto D. uno dei punti di contatto U si troverà sul cercato raggio OP prolungato.

PROBLEMA II. *Costruire un triangolo conoscendone la base, un angolo adjacente, ed una relazione del* 1.° *grado fra i due lati.*

24. Sieno OA, OAV (Fig. 7) la base e l'angolo dato, e debbasi tirare OV in modo che (1) $OV = a + c.AV$; chiamata x l'inclinazione e p la lunghezza della OV, cioè posto $OV \triangleq p\varepsilon^{x}$, avremo $p = a + c.AV$, e presa sulla AV una lunghezza AB eguale all'unità, sarà $AV \triangleq \frac{p-a}{c} AB$, e l'equipollenza identica (2) $OA + AV \triangleq OV$ ci darà (3) $OA + \frac{p-a}{c} AB \triangleq p\varepsilon^{x}$. Questa equipollenza apparentemente quadrinomia si riduce trinomia rimuendo i termini $OA - \frac{a}{c} AB$, e divisa per p prende la forma della (II) (§. 14) cioè

(4) $\varepsilon^{x} + \left(\frac{a}{c} AB - OA\right)\frac{1}{p} \triangleq \frac{AB}{c}$; la costruzione si semplifica alcun poco adoperando la (5) $a\varepsilon^{x} + \left(\frac{a}{c} AB - OA\right)\frac{a}{p} \triangleq \frac{a}{c} AB$, sicchè (§. 14) sopra una base equipollente ad $\frac{a}{c} AB$ dee descriversi un triangolo di cui un lato sia uguale ad a, e l'altro abbia la direzione espressa da $\frac{a}{c} AB - OA$, il primo lato avrà l'inclinazione cercata x, cioè sarà parallelo alla OX, perciò tornerà opportuno che la retta equipollente alla $\frac{a}{c} AB$ passi pel punto O; così abbiamo la seguente:

Soluzione. Si conduca pel punto O la OT parallela alla AB ed uguale ad $\frac{a}{c}$, e tirata la AT (che sarà $\triangleq OT - OA \triangleq \frac{a}{c} AB - OA$) essa si tagli col circolo che ha il centro in O ed il raggio $OV = a$, la OV sarà la direzione del lato richiesto OV.

25. Se fosse $a = o$ la precedente costruzione sarebbe in difetto, bisognerebbe allora servirsi della (4) e si vedrebbe che presa ad arbitrio la OT parallela alla AV si condurrà la TV' parallela ad OA, e la si taglierà col circolo che ha il centro in O ed il raggio $OV' = c.OT$.

PROBLEMA III. *Tagliare due rette date* A C B D (Fig. 8) *con una terza* X Y *in modo che le* A X B Y X Y *sieno tra loro legate mediante due equazioni del* 1.° *grado.*

26. È chiaro che potremo prendere sulle date rette i punti $A\ B$ in modo che le relazioni del 1.° grado si riducano ad $AX = m.XY$, $BY = n.XY$, inoltre potremo scegliere l'unità di lunghezza (a cui è sempre uguale ε^x) e le $AC\ BD$ in modo che sia $XY \triangleq p\,\varepsilon^x$, $AX \triangleq p.AC$, $BY \triangleq p.BD$, così, fatte le sostituzioni nella solita equipollenza relativa al poligono $AXYB$, avremo $p.AC + p\,\varepsilon^x \triangleq AB + p.BD$, la qual equipollenza si riduce immediatamente alla forma della (II) (§. 14)

$$-\varepsilon^x + \frac{1}{p}AB \triangleq AC - BD \triangleq AT,$$

essendo $CT \triangleq DB$, e perciò, presa TV eguale all'unità di lunghezza, la XY sarà parallela alla VT, inoltre si avrà

$$p = \frac{AB}{AV}, \quad \text{ed} \quad AX = \frac{AB.AC}{AV}; \text{ onde:}$$

Soluzione. Condotta la CT equipollente alla DB, col centro T e col raggio eguale all'unità di lunghezza si tagli la AB in V, si tiri BX parallela alla CV, ed XY parallela alla TV, e le tre rette $AX\ BY\ XY$ avranno gli stessi rapporti delle rette date AC, BD, TV.

PROBLEMA IV. *Per un punto dato condurre una retta che tagli su rette date due porzioni, che abbiano il prodotto oppure il rapporto dato.*

27. Sia OXY (Fig. 9) la retta desiderata che tagli sulle rette $AC\ BD$ le porzioni $AX\ BY$, che abbiano lo stesso prodotto oppure lo stesso rapporto delle $AC\ BD$; posto

$$OX \triangleq r\,\varepsilon^x,\ OY \triangleq s\,\varepsilon^x,\ AX \triangleq p.AC, \quad BY \triangleq q.BD$$

avremo le equipollenze (1) $OA + p.AC \triangleq r\,\varepsilon^x$ (2) $OB + q.BD \triangleq s\,\varepsilon^x$,

e con queste, colle loro conjugate, e con l'una o con l'altra delle due equazioni (3) $pq=1$, (4) $p=q$ dovremo determinare $p\,q\,r\,s\,x$. Ora la (1) e la sua conjugata $\mathrm{cj}\,OA+p.\,\mathrm{cj}\,AC\doteq r\,\varepsilon^{-\varepsilon}$ danno

$$(5)\quad p\doteq\frac{OA.\varepsilon^{-x}-\mathrm{cj}\,OA.\varepsilon^{x}}{\mathrm{cj}\,AC.\varepsilon^{x}-AC.\varepsilon^{-x}};\qquad\text{similmente avremo}$$

$$(6)\quad q\doteq\frac{OB.\varepsilon^{-x}-\mathrm{cj}\,OB.\varepsilon^{x}}{\mathrm{cj}\,BD.\varepsilon^{x}-BD.\varepsilon^{-x}},\quad\text{queste sostituite nella (3) danno}$$

$$(7)\quad(\mathrm{cj}\,OA.\,\mathrm{cj}\,OB-\mathrm{cj}\,BD.\,\mathrm{cj}\,AC)\,\varepsilon^{2x}+(OA.\,OB-BD.AC)\,\varepsilon^{-2x}\doteq OA.\,\mathrm{cj}\,OB+\mathrm{cj}\,OA.\,OB-BD.\,\mathrm{cj}\,AC-\mathrm{cj}\,BD.AC.$$

Se le (5) (6) si sostituiscono invece nella (4) si ottiene un'equipollenza della stessa forma della (7), per lo che si riconosce che i due problemi quantunque diversi ammettono un egual processo di soluzione, giacchè la stessa retta OXY che taglia le $AC\;BD$ in modo che $AX.BY=AC.BD$ taglia le $AC\;BD$ in modo che $\frac{AX}{AC}=\frac{BY}{BD}$ essendo BD equipollente alla OB.

Veniamo ora alla costruzione della (7); condotta ad arbitrio una retta OH, che sia l'unità di lunghezza e l'origine delle inclinazioni, si costruiscono le $OF\doteq\frac{OA.OB}{OH^2}$, $OF_1\doteq\frac{OA.\mathrm{cj}\,OB}{OH^2}$, $AB\doteq-\frac{AC.BD}{OH^2}$, $AB_1\doteq-\frac{AC.\mathrm{cj}\,BD}{OH^2}$ e la (7) si potrà ridurre a

$$(\mathrm{cj}\,OF+\mathrm{cj}\,AB)\,\varepsilon^{2x}+(OF+AB)\,\varepsilon^{-2x}\doteq OF_1+\mathrm{cj}\,OF_1+AB_1+\mathrm{cj}\,AB_1,$$

nè sarà difficile riconoscere che il secondo membro è uguale alla somma delle doppie proiezioni sulla OH delle OF_1 ed AB_1. Per quanto si disse al §. 19 bisognerà prendere parallelamente alla *composta-equipollente* $OF+AB$ la OU eguale a quel secondo membro, poscia coi centri $O\,U$ ed il raggio eguale alla suddetta $OF+AB$ formare l'intersezione V, e la OV avrà l'inclinazione $=2x$. Scegliendo la OB per unità di lunghezza e per origine delle inclinazioni i punti $F\;F_1$ coincidono in A e si ha la seguente:

Soluzione. Sulla CA si formino i triangoli $CAB\;\;CAB_1$ simili

ad OBD il primo dritto ed il secondo rovescio; si tagli la OB col centro R, ed il raggio R,O, cioè si faccia $R,M=OR$; sulla OR prendasi $OU=OM$; coi centri O U ed il raggio OR si formi l'intersezione V, e la retta OXY che divide per metà l'angolo BOV taglierà le AC BD in modo che $AX.BY=AC.BD$. È palese che si hanno due punti V e perciò il problema ammette due soluzioni.

28. Se il punto M cadesse rispetto al punto B al di là di O, la OM sarebbe negativa, e perciò la sua uguale OU dovrebbe prendersi non sulla OR bensì sulla sua prolungazione. Dimenticando qualche considerazione relativa ai segni si può di leggieri cadere in errore; il metodo delle equipollenze toglie in tutti i casi qualsiasi dubbio, ma sarebbe spesso troppo lungo il tradurre nel comune linguaggio tutte le sue indicazioni, perciò le soluzioni esposte in questa Memoria si applicano alle figure che vi sono annesse, e se le parti di qualche altra figura avessero una differente posizione relativa bisognerebbe rammentarsi le regole sulle figure correlative date dal Carnot, oppure ricorrere alle equipollenze che danno sempre la vera soluzione, senza lasciare alcun equivoco.

29. Supponiamo che invece d'esser dato il punto O pel quale dee passare la retta XY questa debba esser parallela ad una data AH (Fig. 10); posto $AX\triangleq p.AC$, $BY\triangleq q.BD$, $XY\triangleq r.AH$, il poligono $ABYX$ ci darà al solito l'equipollenza (8) $AB+q.BD\triangleq p.AC+r.AH$: se debba aver luogo la (4), cioè se il rapporto delle AX BY debba esser uguale a quello delle AC BD, questa equipollenza si ridurrà immediatamente alla forma trinomia $r.AH+p(AC-BD)\triangleq AB$, perciò (§. 11) sulla AB dovrà formarsi il triangolo AVB coi lati AV VB rispettivamente paralleli alle AH $AC-BD$, quindi condotta la DE equipollente alla CA, e tirata la BE, che incontri la AH in V sarà AV equipollente alla cercata XY.

30. Non è altrettanto facile il caso che debba sussistere la (3), cioè che deggiano esser uguali i prodotti $AX.BY$ $AC.BD$. Se supponiamo che i punti A B (Fig. 11.) coincidano insieme, cioè se debba costruirsi

il triangolo AXY equivalente al dato ACD la (8) diventa trinomia (9) $\frac{1}{p}\,AD \triangleq p.AC + r.AH$ e posta sotto la forma $p^2.AC + pr.AH \triangleq AD$ c'insegna che tirata DV parallela alla AH sarà $AV = p.^2 AC$, perciò $AX = \sqrt{AC.AV}$.

31. Se i punti A B non coincidono (Fig. 12) il problema non è più risolto mediante un'equipollenza trinomia; la (8) combinata colla (3) dà (10) $AB + \frac{1}{p}\,BD \triangleq p.AC + r.AH$ per eliminare r formiamone la conjugata, prendendo AH per origine delle inclinazioni.

$\mathrm{cj}\,AB + \frac{1}{p}\,\mathrm{cj}\,BD \triangleq p.\mathrm{cj}\,AC + r.AH$ ed avremo

$AB - \mathrm{cj}\,AB + \frac{1}{p}\,(BD - \mathrm{cj}\,BD) \triangleq p\,(AC - \mathrm{cj}\,AC)$; quantunque quest'equipollenza sia trinomia pure non può servire (§. 12.) a determinare p e $\frac{1}{p}$, perchè tutti i suoi termini sono paralleli, quindi non rappresentano i lati di un triangolo. Perciò tirate alla AH le perpendicolari CC' BB' DD' e la parallela BD ci rimarrà da risolvere coi soliti metodi l'equazione di 2.° grado $CC'.p - BB'.p - DD' = 0$.

PROBLEMA V. *Costruire un triangolo simile ad uno dato, e che abbia i vertici a date distanze dal punto* O.

32. È palese che uno dei vertici del triangolo dee supporsi determinato; sia esso A (Fig. 13). e si debba costruire il triangolo AXY simile ad uno dato in modo che $OX = f$. $OY = g$; ponendo $AX \triangleq p\varepsilon^z$ sarà $AY \triangleq np\varepsilon^{\alpha+z}$ essendo dato il rapporto n dei due lati AY AX nonchè l'angolo intercetto α: poniamo inoltre $OX \triangleq f\varepsilon^x$. $OY \triangleq g\varepsilon^y$; i triangoli OAX OAY ci daranno al solito le due equipollenze (1) $OA + p\varepsilon^z \triangleq f\varepsilon^x$. (2) $OA + np\varepsilon^{\alpha+z} \triangleq g\varepsilon^y$. colle quali dobbiamo determinare le incognite p z x y; si scorge di leggieri che si possono eliminare nello stesso tempo p e z e che si ottiene

(3) $g\varepsilon^{y} - nf\varepsilon^{\alpha+x} \triangleq (1 - n\varepsilon^{\alpha})\, OA$; questa è un'equipollenza trinomia della forma (III) (§. 16.), e la sua costruzione darà senza più la soluzione del problema. A tal uopo tireremo la $AU \triangleq n\varepsilon^{\alpha}.AO$, e sulla $OU \triangleq (1 - n\varepsilon^{\alpha})\, OA$ descriveremo il triangolo OYU; perciò:

Soluzione. Si formi il triangolo AOU simile al dato, poi si prenda $OY = g$. $UY = nf = f\frac{AU}{AO}$ si compia AYX simile-dritto ad AUO, e sarà $OX = f$.

Problema VI. *Costruire un triangolo eguale ad uno dato in guisa che le distanze dei suoi vertici dal punto* O *abbiano dati rapporti.*

33. Presa per origine delle inclinazioni la retta OH (Fig. 14.) su cui si suppone debba esser situato il vertice A del triangolo desiderato AXY, si ponga $OA \triangleq r$, $OX \triangleq fr\varepsilon^{x}$. $OY \triangleq gr\varepsilon^{y}$ essendo f g due rapporti dati, sia inoltre $AX \triangleq c\varepsilon^{z}$. $AY \triangleq b\varepsilon^{\alpha+z}$, ove saranno pur dati i lati c b e l'angolo intercetto α; avremo al solito le due equipollenze (1) $r + c\varepsilon^{z} \triangleq fr\varepsilon^{x}$, (2) $r + b\varepsilon^{\alpha+z} \triangleq gr\varepsilon^{y}$, colle quali dobbiamo determinare r x y z; eliminando nello stesso tempo r e z abbiamo $cg\varepsilon^{y} - bf\varepsilon^{\alpha+x} \triangleq c - b\varepsilon^{\alpha}$; facciamo $OH \triangleq c$, $HU \triangleq -b\varepsilon^{\alpha}$, cioè sia HOU il triangolo, a cui dev'essere uguale AXY, rimarrà da costruire sopra $OU \triangleq c - b\varepsilon^{\alpha}$ il triangolo OYU coi lati $OY = cg$, $UY = bf$. ed il primo avrà appunto la cercata inclinazione y; ora che si conosce y determineremo r col mezzo dell'altra equipollenza $cg\varepsilon^{y} \triangleq c + \frac{bc}{r}\varepsilon^{\alpha+z}$ dedotta dalla (2).

Soluzione. Per costruire il triangolo AXY eguale al dato HOU in guisa che le distanze OA OX OY sieno nei dati rapporti $1 : f : g$. coi centri O U ed i raggi uguali rispettivamente a $g.OH$, $f.UH$ si formi l'intersezione V, sulla OV si prenda $OY = \frac{OV.HU}{HV}$, si tiri YA parallela alla VH, e si compia il triangolo desiderato AXY.

PROBLEMA VII. *Trovare il punto che ha le distanze da tre punti dati in determinati rapporti.*

34. Poniamo $AA\,r\varepsilon^x$, $BA \triangleq f r\varepsilon^y$, $CA \triangleq g r\varepsilon^z$ (Fig. 15) essendo $f\ g+$ i rapporti dati; i triangoli AVB AVC ci daranno le equipollenze (1) $r\varepsilon^x \triangleq AB + f r\varepsilon^y$ (2) $r\varepsilon^z \triangleq AC + g r\varepsilon^z$ colle quali dovremo determinare $r\,x\,y\,s$. Se si volessero eliminare due delle $x\ y\ z$ si andrebbe incontro ad equipollenze complicate e non riducibili alle trinomie, che formano l'oggetto della presente memoria; eliminiamo invece l'incognita r ed avremo $f.AC.\varepsilon^y - g.AB.\varepsilon^z + AB.\varepsilon^x - AC.\varepsilon^x \triangleq o.$ questa è evidentemente un'equipollenza trinomia che assume la forma della (III) (§. 16) (3) $f.AC.\varepsilon^{y-x} - g.AB.\varepsilon^{z-x}$ BC; sicchè costruendo sopra BC il triangolo VCB coi lati $VC \triangleq f.AC.\varepsilon^{y-x}$, $VB \triangleq g.AB.\varepsilon^{z-x}$ noi avremo determinata l'inclinazione $y-x$; dopo di ciò osserveremo che la (1) moltiplicata per $\frac{AC}{r}\varepsilon^{-x}$ ci dà

$$f.AC.\varepsilon^{y-x} + \frac{AB.AC}{r}\varepsilon^{-x} \triangleq AC$$

quindi $\frac{AB.AC}{r}\varepsilon^{-x} \triangleq AC - VC \triangleq AV$, e finalmente

$$AA \triangleq r\varepsilon^x \triangleq \frac{AB.AC}{AV}; \text{ onde:}$$

Soluzione. Se le distanze AA AB AC debbono avere i rapporti $1 : f : g$, coi centri C B ed i raggi uguali rispettivamente a $f.AC$, $g.AB$ si faccia l'intersezione V, si formi il triangolo CAV simile-dritto al triangolo VAB, sarà A il punto desiderato.

PROBLEMA VIII. *Dati i punti* A B C D (Fig. 16) *trovare il punto* X *tale che* $\frac{C X}{A X} = f$, $\frac{D X}{B X} = g$.

35. Posto $AA \triangleq r\varepsilon^{x}$, $CX \triangleq fr\varepsilon^{y}$, $BX \triangleq s\varepsilon^{v}$, $DX \triangleq gs\varepsilon^{w}$ i triangoli AXC BXD ABX ci daranno (1) $r\varepsilon^{x} \triangleq AC + fr\varepsilon^{y}$, (2) $s\varepsilon^{v} \triangleq BD + gs\varepsilon^{w}$, (3) $r\varepsilon^{x} \triangleq AB + s\varepsilon^{v}$. Per dedurne un'equipollenza trinomia che conduca alla desiderata soluzione, bisogna seguire un processo di eliminazione, che per vero dire non sarebbe facile indovinare; eccolo: Sostituendo nella (1) la sua conjugata $r\varepsilon^{-x} \triangleq \mathrm{cj}\, AC + fr\varepsilon^{-y}$ si ha $r\varepsilon^{x} \triangleq AC + f.\,\mathrm{cj}\, AC.\varepsilon^{x+y} + f^{2} r\varepsilon^{x}$, cioè

(4) $r\varepsilon^{x} \triangleq \frac{AC + f.\,\mathrm{cj}\, AC.\varepsilon^{x+y}}{1 - f^{2}}$, la quale è un'equipollenza trinomia fra le tre incognite r x $x+y$; similmente la (2) dà

(5) $s\varepsilon^{v} \triangleq \frac{BD + g.\,\mathrm{cj}\, BD.\varepsilon^{v+w}}{1 - g^{2}}$, poscia sostituendo nella (3) avremo

(6) $\frac{AC + f.\,\mathrm{cj}\, AC.\varepsilon^{x+y}}{1 - f^{2}} \triangleq AB + \frac{BD + g.\,\mathrm{cj}\, BD.\varepsilon^{v+w}}{1 - g^{2}}$, che è palesemente un'equipollenza trinomia contenente le due sole incognite $x+y$, $v+w$. e che perciò (§. 16) si costruisce mediante l'intersezione di due circoli; e quando si conosca $x+y$ la (4) ci dà la desiderata $AX \triangleq r\varepsilon^{x}$, ed anzi ciò può ottenersi immediatamente costruendo le (7) $AO \triangleq \frac{AC}{1 - f^{2}}$, $AU \triangleq AB + \frac{BD}{1 - g^{2}}$ poscia sulla OU descrivendo il triangolo OXU coi lati OX XU rispettivamente uguali a

$$\frac{f.\,AC}{1 - f^{2}} \quad \frac{g.\,BD}{1 - g^{2}}.$$

PROBLEMA IX. *Determinare il punto, da cui sono veduti i lati di un triangolo sotto angoli dati.*

36. Poniamo (Fig. 17) $\angle AN \simeq p\varepsilon^{x}$, $BN \simeq q\varepsilon^{\mu+x}$, $CN \simeq r\varepsilon^{-\nu+x}$, essendo μ ν gli angoli dati ANB CNA, avremo al solito (1) $p\varepsilon^{x} \simeq AB + q\varepsilon^{\mu+x}$ (2) $p\varepsilon^{x} \simeq AC + r\varepsilon^{-\nu+x}$; da queste e dalle loro conjugate dovremo eliminare p q r, il che tosto si effettua osservando che la (1) dà

$(\varepsilon^{\mu} - \varepsilon^{-\mu})p \simeq (\mathrm{cj}.AB.\varepsilon^{\mu+x} - AB.\varepsilon^{-\mu-x})$, così pure la (2) dà $(\varepsilon^{\nu} - \varepsilon^{-\nu})p \simeq (AC.\varepsilon^{\nu-x} - \mathrm{cj}.AC.\varepsilon^{-\nu+x})$, dunque

(3) $[(\varepsilon^{\nu} - \varepsilon^{-\nu})\varepsilon^{\mu}\,\mathrm{cj}.AB + (\varepsilon^{\mu} - \varepsilon^{-\mu})\varepsilon^{-\nu}.\mathrm{cj}.AC]\varepsilon^{x} \simeq$
$[(\varepsilon^{\nu} - \varepsilon^{-\nu})\varepsilon^{-\mu}.AB + (\varepsilon^{\mu} - \varepsilon^{-\mu})\varepsilon^{\nu}.AC]\varepsilon^{-x}$; osserveremo che $\varepsilon^{\mu} - \varepsilon^{-\mu} \simeq 2\operatorname{sen}\mu.\varepsilon$, ecc., e costruita la $BN \simeq BA - \frac{\operatorname{sen}\mu}{\operatorname{sen}\nu}\varepsilon^{\mu+\nu}.AC$ (il che si eseguisce formando il triangolo ACN che abbia gli angoli esterni in C, N uguali ai dati μ ν) sarà $\mathrm{cj}.NB.\varepsilon^{\mu+x} \simeq NB.\varepsilon^{-\mu-x}$, e per conseguenza il punto N si troverà sulla BN.

37. I problemi ultimamente esposti si risolvono con tutta facilità col mezzo di due notissimi teoremi geometrici, e per lo contrario può essersi osservato che non sempre fu diretta e facile la via tenuta per giungere alla desiderata equipollenza trinomia; io li presentai per mostrare alcuni degli artificj di cui è suscettibile il metodo delle equipollenze piuttostochè per indicare nuove soluzioni ottenute direttamente; può nulladimeno notarsi che le soluzioni dei problemi V. VI. VII. IX.. sono diverse da quelle che dipendono dai sopraccitati teoremi geometrici.

PROBLEMA X. *Dati due raggi di un circolo prolungati trovare la tangente compresa fra di essi che è tagliata nel punto di contatto in un dato rapporto.*

38. Si vuol condurre la tangente VVZ (Fig. 18) in modo che $VZ \simeq -n.VV$. Prendiamo il raggio del circolo per unità di lunghezza e sia $OA \simeq \varepsilon^{x}$, la AV è perpendicolare alla OA, poniamo perciò $AV \simeq -p\varepsilon^{x}\nu$, ed $VZ \simeq np\varepsilon^{x}\nu$, inoltre $OV \simeq q.OA$, $OZ \simeq r.OB$ avremo (1) $\varepsilon^{x} - p\varepsilon^{x}\nu \simeq q.OA$ (2) $\varepsilon^{x} + np\varepsilon^{x}\nu \simeq r.OB$, oltre le loro conjugate $\varepsilon^{-x} + p\varepsilon^{-x}\nu \simeq q.\mathrm{cj}\,OA$, $\varepsilon^{-x} - np\varepsilon^{-x}\nu \simeq r.\mathrm{cj}\,OB$, eliminando p q r si ottiene la

(3) $(1+n)\,\mathrm{cj}\,OA.\mathrm{cj}\,OB.\varepsilon^{2x} - (1+n)\,OA.OB.\varepsilon^{-2x} \simeq (1-n)\,(\mathrm{cj}\,OA.OB - OA.\mathrm{cj}\,OB)$

In qualunque modo si costruisca questa equipollenza trinomia si otterrà una semplice soluzione, credo peraltro che tornerà opportuno osservare che nel nostro caso di $OA = OB = 1$ si ha $\mathrm{cj}\,OA.OB - OA.\mathrm{cj}\,OB \simeq 2\,sen.\widehat{AOB}.\nu$; inoltre gioverà prendere per origine delle inclinazioni la $OH \simeq \nu.OA$, sicchè $OA \simeq -\nu$, $\mathrm{cj}\,OA \simeq \nu$, scriviamo la (3) sotto la forma

$$\mathrm{cj}\,OB.\varepsilon^{2x} + OB.\varepsilon^{-2x} \simeq 2\,\frac{1-n}{1+n}\,\mathrm{sen}\,\widehat{AOB},$$

e costrutto secondo il solito (§ 19) il triangolo OUV la OV avrà l'inclinazione $2x$ quindi finalmente:

Soluzione. Si conduca il raggio OH perpendicolare ad OA, sul raggio OB si prenda $OU = 2\,\frac{1+n}{1-n}\,OB.\mathrm{sen}\,\widehat{AOB}$, col centro U ed il raggio $= OB$ si tagli il dato circolo in V, e si tiri la VVZ che tocchi il circolo nel punto V mezzo dell'arco HH'; questa tangente sarà tagliata dai raggi OA OB in modo che $VZ = n.VV$.

PROBLEMA. XI. *Date due tangenti di un circolo trovarne una terza, la cui porzione compresa fra le due prime abbia lunghezza data.*

39. Debba tirarsi la $VZ = a$ (Fig. 19) che tocchi il dato circolo nel punto V; pongasi il raggio $= 1$, $OV \simeq \varepsilon^r$, $AV \simeq r\nu\varepsilon^r$, $VZ \simeq (a+r)\nu\varepsilon^x$, $AV \simeq p\nu$, OA, $BZ \simeq q\nu$, OB; i quadrilateri $OVVA$, $OVZB$ ci daranno (1) $\varepsilon^r + r\nu\varepsilon^x \simeq OA(1+p\nu)$, (2) $\varepsilon^z + (a+r)\nu\varepsilon^r \simeq (1+q\nu)OB$, di cui sono conjugate le (3) $\varepsilon^{-x} - r\nu\varepsilon^{-x} \simeq (1-p\nu)$ cj OA, (4) $\varepsilon^{-r} - (a+r)\nu\varepsilon^{-r} \simeq (1-q\nu)$ cj OB, nell'eliminare p q r potrebbero facilmente introdursi alcuni fattori inutili, per evitarli osserviamo che essendo $OA = 1$ si ha OA, cj $OA \simeq 1$, e perciò la (3) moltiplicata per $\varepsilon^r OA$ poscia sommata alla (1) dà $(r\nu + p\nu)(\varepsilon^x - OA) \simeq 0$ e tolto il fattore inutile si ha $p \simeq -r$, il che indica la già notissima uguaglianza delle tangenti AV VV; similmente dalle (2) (4) si dedurrà $q \simeq -a-r$. Fatte queste sostituzioni nelle (1) (2) poscia eliminata la r ne risulta la desiderata equipollenza trinomia

$$a\varepsilon^x + a.OA.OB.\varepsilon^{-x} \simeq 2(OA - OB)\nu - a(OA + OB),$$

cui, per abbreviare alcun poco la costruzione, daremo la seguente forma

$$-\varepsilon^x - OA.OB.\varepsilon^r \simeq OA + OB + 2\frac{AB}{a}\nu;$$

operando nel solito modo otterremo la OI che avrà la direzione espressa da $-\varepsilon^L$, quindi il punto V si troverà sulla sua prolungazione, cioè sarà diametralmente opposto al punto I.

Soluzione. Si costruisca il parallelogrammo equilatero $OASB$; perpendicolarmente alla AB, e quindi sulla stessa OS si prenda $SU = 2\frac{AB.OA}{a}$, col centro U ed il raggio uguale ad OA si tagli il dato circolo nel punto V, si tiri il diametro VOV, e la tangente VVZ riuscirà tagliata dalle tangenti AV BZ in modo che $VZ = a$.

40. Se non sia dato il senso in cui la VZ dev'essere presa rispetto alla OV bisognerà porre la distanza $SU' = SU''$ dalle due parti del punto S. e così il problema potrà ammettere quattro soluzioni differenti.

Le soluzioni grafiche degli ultimi due problemi possono confrontarsi con quelle che nascono dalle risoluzioni analitiche, che si leggono ai §. 311, 312 della Geometria di Posizione.

PROBLEMA XII. *In un determinato circolo condurre per due punti dati due corde che abbiano tra loro dato rapporto e data inclinazione.*

41. Pei punti A B vogliano tirarsi le corde AV ZW (Fig. 20) in modo che (1) $ZW \simeq m\varepsilon^{n}.AV$; pongasi $AV \simeq p\varepsilon^{x}$, e, preso per unità il raggio del circolo, il triangolo OAV ci darà, se $OV \simeq \varepsilon^{u}$, $OA + p\varepsilon^{x} \simeq \varepsilon^{u}$, $\mathrm{cj}\,OA + p\varepsilon^{-x} \simeq \varepsilon^{-u}$ ed eliminando u avremo (2) $p^2 + p(OA.\varepsilon^{-x} + \mathrm{cj}\,OA.\varepsilon^{x}) + OA.\mathrm{cj}\,OA \simeq 1$; un'equipollenza precisamente identica a questa darà anche la lunghezza di AV, sicchè VV sarà uguale alla differenza dei due valori di p che soddisfanno alla (2); perciò sarà (3) $\varepsilon^{-2x}.\overline{VV}^{2} \simeq (OA.\varepsilon^{-x} + \mathrm{cj}\,OA.\varepsilon^{x})^2 - 4.OA.\mathrm{cj}\,OA + 4$. L'altra corda BZW dee avere l'inclinazione $x+u$ quindi (4) $\varepsilon^{-2n-2x}\overline{ZW}^{2} \simeq (OB.\varepsilon^{-n-x} + \mathrm{cj}\,OB.\varepsilon^{n+x})^2 - 4.OB.\mathrm{cj}\,OB + 4$. Sostituendo le (3) (4) nella (1) avremo dopo fatte le opportune riduzioni $(m.^2\,\overline{\mathrm{cj}\,OA}^{2} - \overline{\mathrm{cj}\,OB}^{2}.\varepsilon^{2n})\varepsilon^{2x} + (m.^2\,\overline{OA}^{2} - \overline{OB}^{2}\varepsilon^{-2n})\varepsilon^{-2x} \simeq 2\,m.^2\,OA.\mathrm{cj}\,OA - 2\,OB.\mathrm{cj}\,OB - 4\,(m.^2 - 1)$: per costruirla poniamo $OF \simeq GO \simeq \frac{1}{m}\varepsilon^{-n}.OB$ sicchè $OA + \frac{1}{m}\varepsilon^{-n}.OB \simeq GA$, $OA - \frac{1}{m}\varepsilon^{-n}.OB \simeq FA$. e l'equipollenza potrà scriversi così $\mathrm{cj}\,AF.\varepsilon^{2x} + \frac{AF.AG}{\mathrm{cj}\,AG}\varepsilon^{-2x} \simeq 2\,\frac{OA\,\mathrm{cj}\,OA - OF.\mathrm{cj}\,OF + 2\left(\frac{1}{m}2 - 1\right)}{\mathrm{cj}\,AG}$, e scelta la AO per origine delle inclinazioni giungeremo alla seguente:

Soluzione. Si tiri la retta OF che abbia sulla OB la stessa inclinazione che la VJ dee avere sulla ZH, e sia $OF = \frac{1}{m} OB$. la FO si prolunghi sicchè $GO = OF$; si faccia $OAG = F.H$, e sia $AH = \frac{(OA + OF)(OA - OF) + 2\left(\frac{1}{m^2} - 1\right) \overline{OA}^2}{AG}$, coi centri A ed il raggio eguale ad AH si faccia l'intersezione I, la cercata corda AV dimezzerà l'angolo OAH.

PROBLEMA XIII. *Costruire un triangolo che sia uguale ad uno dato ed abbia i vertici su tre rette date.*

Caso 1.° *Le rette date formino il triangolo* ABC (Fig. 21.)

42. Sia VJZ il cercato triangolo; essendo esso conosciuto di grandezza e di forma saranno date le lunghezze $AZ = a$, $VJ = b$ e l'angolo $JVZ = \alpha$; dicasi x l'inclinazione ignota del lato VJ sicchè $VJ = b\varepsilon^{x}$, $AZ = a\varepsilon^{x+\alpha}$. I due triangoli AAZ BJV ci danno le equipollenze identiche $AV + VZ + ZA = 0$, $VB + BJ + JV = 0$: osserviamo che AA è una porzione ignota della AB, sicchè $AA = p.AB$, essendo p un rapporto incognito, ne viene $VB = (1-p).AB$: poniamo eziandio $BJ = q.BC$, $ZA = r.CA$ ed avremo le due equipollenze (1) $p.AB + a\varepsilon^{x+\alpha} + r.CA = 0$. (2) $(1-p).AB + q.BC - b\varepsilon^{x} = 0$ colle quali dobbiamo determinare le quattro incognite x p q r. A tal uopo servono le equipollenze conjugate delle precedenti, cioè le (3) $p.\mathrm{cj}.AB + a\varepsilon^{-x-\alpha} + r\,\mathrm{cj}.CA = 0$ (4) $(1-p)\,\mathrm{cj}.AB + q.\mathrm{cj}.BC - b\varepsilon^{-x} = 0$: facilmente si elimina r dalle (1) (3), e q dalle (2) (4), ne risulta (5) $p\,(AB.\mathrm{cj}.CA - \mathrm{cj}.AB.CA) + a.\mathrm{cj}.CA.\varepsilon^{\alpha} + c - a.CA.\varepsilon^{-\alpha-x}$. (6) $(1-p)\,(AB.\mathrm{cj}.BC - \mathrm{cj}.AB.BC) - b.\mathrm{cj}.BC.\varepsilon^{x} + b.BC\varepsilon^{-x} = 0$; per eliminare p osserveremo che i suoi coefficienti in queste (5) (6) sono equipollenti, giacchè $BC = -CA - AB$, $\mathrm{cj}.BC = -\mathrm{cj}.CA - \mathrm{cj}.AB$.

e quindi $\mathrm{cj}.AB.BC = AB.\mathrm{cj}.BC \simeq -\mathrm{cj}.AB.CA + AB.\mathrm{cj}.CA$; perciò sottraendo la (6) dalla (5) avremo (7) $(a\varepsilon^{\alpha}.\mathrm{cj}.CA + b.\mathrm{cj}.BC)\varepsilon^{x} - (a\varepsilon^{-\alpha}.CA + b.BC)\varepsilon^{-x} \simeq \mathrm{cj}.AB.CA - AB.\mathrm{cj}.CA$; questa è un'equipollenza trinomia della forma (V) (§. 19). Per costruirla prendiamo la CA per origine delle inclinazioni sicchè $\mathrm{cj}.CA \simeq CA$, la (7) divisa per CA darà (8) $\left(a\varepsilon^{\alpha} + b\frac{\mathrm{cj}.BC}{CA}\right)\varepsilon^{x} - \left(a\varepsilon^{-\alpha} + b\frac{BC}{CA}\right)\varepsilon^{-x} \simeq (\mathrm{cj}.AB - AB)$. a norma del §. 19 noi dovremo costruire $OR \simeq a\varepsilon^{-\alpha} - b\frac{CB}{CA}$. il che si ottiene con tutta facilità ponendo $CR \simeq a\varepsilon^{-\alpha}$, $CO \simeq b\frac{CB}{CA}$, quest'ultima c'insegna che presa $CL \simeq b$ basterà condurre LO parallela ad AB: sarà poi $LCR = -\alpha$. giacchè CL è l'origine delle inclinazioni. D'altronde il secondo membro della (8) è $\mathrm{cj}.AB - AB \simeq BF$, essendo $AF \simeq \mathrm{cj}.AB$. cioè BF la doppia perpendicolare abbassata da B sopra CA: ne viene pel §. 19 che la $OU = BF$ dovrà essere perpendicolare alla OR come la BF lo è alla CA. Compiendo la costruzione insegnata al §. 19 avremo la seguente

Soluzione. Se nel triangolo ABC dee inscriversi il triangolo VYZ uguale ad uno dato, si descriva su porzione del lato CA il triangolo CLR uguale-rovesciato al dato; in guisa che CL sia uguale al lato che dee inscriversi in VY, CR sia $= VZ$, e l'angolo LCR sia uguale a YVZ ma abbia opposta direzione. Si tiri LO parallela ad AB che tagli CB in O. perpendicolarmente alla OR si prenda OU uguale al doppio della distanza del vertice B dalla base CA: coi centri O U e col raggio uguale ad OR si formi l'intersezione V. e sarà OV parallela al lato VY del desiderato triangolo. Perciò sulla VO prolungata si prenderà $OE = CL$ e si compirà il parallelogrammo $OEVY$. — Si confronti questa soluzione coi calcoli dati dal Carnot al §. 234 della sua *Géométrie de Position*.

Caso 2.° Due delle rette date sieno parallele.

43. Potremo ritenere le precedenti supposizioni (Fig. 22) $VV' \simeq b\varepsilon^{r}$, $VZ \simeq a\varepsilon^{\alpha+x}$, $AV \simeq p.AB$, $BV' \simeq q.BC$, $ZA \simeq r.DA$, ed osservando che DA è parallela a CB, ed è in nostro arbitrio supporla anche uguale avremo $ZA \simeq r.CB \simeq -r.BC$; così le equipollenze (1) (2) diventeranno (1) $p.AB + a\varepsilon^{\alpha+x} - r.BC \simeq 0$, (2) $(1-p).AB + q.BC - b\varepsilon^{x} \simeq 0$, e precisamente come nel primo caso troveremo le

(5) $p(AB.\mathrm{cj}\,BC - \mathrm{cj}\,AB.BC) + a.\mathrm{cj}\,BC.\varepsilon^{\alpha+x} - a.BC.\varepsilon^{-\alpha-x} \simeq 0$

(6) $(1-p)(AB.\mathrm{cj}\,BC - \mathrm{cj}\,AB.BC) - b.\mathrm{cj}\,BC.\varepsilon^{x} + b.BC.\varepsilon^{-x} \simeq 0$

e sommandole (7) $(a\varepsilon^{\alpha} - b)\mathrm{cj}\,BC.\varepsilon^{x} - (a\varepsilon^{-\alpha} - b)BC.\varepsilon^{-x} \simeq \mathrm{cj}.AB.BC - AB.\mathrm{cj}\,BC$. Sarà opportuno assumere BC per origine delle inclinazioni sicchè $\mathrm{cj}\,BC \simeq BC$, e (8) $(a\varepsilon^{\alpha} - b)\varepsilon^{x} - (a\varepsilon^{-\alpha} - b)\varepsilon^{-x} \simeq \mathrm{cj}.AB - AB \simeq BF$, essendo BF la doppia distanza delle due rette parallele AD, BC; così facilmente se ne deduce la

Soluzione. Sopra una delle date rette parallele si costruisca il triangolo BOR uguale-rovescio al dato triangolo a cui dev'essere uguale $VV'Z$, perpendicolarmente alla OR si prenda OI eguale alla doppia distanza delle rette parallele, coi centri O I ed il raggio OR si formi l'intersezione I_1, la OI_1 sarà parallela alla cercata VV', quindi si prenderà $OE = BO$ e si compierà il parallelogrammo $OEVV'$.

3.° *Caso. Due delle date rette s'incontrino in un punto molto lontano.*

44. Ordinariamente non si terrebbe alcun conto di questo 3° caso considerandolo compreso nel 1°, ma è di fatto che se le rette AD BC (Fig. 23) concorressero ad una grandissima distanza non si potrebbe adoperare nè l'una nè l'altra delle precedenti costruzioni; bensì poteva limitarmi alla

seguente terza soluzione che è applicabile anche ai due primi casi, ma credetti opportuno di far conoscere il metodo con un maggior numero di esempii.

45. Avremo al solito le equipollenze (1) $p.AB + a\varepsilon^{\alpha-x} + r.DA \simeq 0$, (2) $(1-p).AB + q.BC - b\varepsilon^{x} \simeq 0$, (5) $p(AB.\mathrm{cj}\,DA - \mathrm{cj}\,AB.DA) + a.\mathrm{cj}\,DA.\varepsilon^{\alpha+x} - a.DA.\varepsilon^{-\alpha-x} \simeq 0$, (6) $(1-p).(AB.\mathrm{cj}\,BC - \mathrm{cj}\,AB.BC) - b.\mathrm{cj}\,BC.\varepsilon^{x} + b.BC.\varepsilon^{-x} \simeq 0$; per facilitare l'eliminazione di p prendiamo AB per origine delle inclinazioni e chiamiamo c d le distanze dei punti C D dalla retta AB, le (5) (6) si potranno scrivere così

$$2dp\nu.AB + a.\mathrm{cj}\,DA.\varepsilon^{\alpha+x} - a.DA.\varepsilon^{-\alpha-x} \simeq 0,$$

$$2c(p-1)\nu.AB - b.\mathrm{cj}\,BC.\varepsilon^{x} + b.BC.\varepsilon^{-x} \simeq 0$$

giacchè $\mathrm{cj}\,DA - DA \simeq 2d\nu$, $\mathrm{cj}\,BC - BC \simeq 2c\nu$, dunque (7) $(ac.\mathrm{cj}\,DA.\varepsilon^{\alpha} + bd.\mathrm{cj}\,BC)\varepsilon^{x} - (ac.DA.\varepsilon^{-\alpha} + bd.BC)\varepsilon^{-x} \simeq -2cd\nu.AB$. Supponiamo per brevità che siansi prese le lunghezze DA BC in modo che $a=d$, e $b=c$, avremo $(\mathrm{cj}\,DA.\varepsilon^{\alpha} + \mathrm{cj}\,BC)\varepsilon^{x} - (DA.\varepsilon^{-\alpha} + BC)\varepsilon^{-x} \simeq -2\nu.AB$, dovremo quindi costruire la $CR \simeq DA.\varepsilon^{-\alpha}$, e la BU perpendicolare alla BR ed eguale al doppio della AB; dunque

Soluzione. Sulle date rette AZ BY si prendano i punti D C in modo che le loro distanze dalla AB sieno uguali rispettivamente ai dati lati XZ XY, si conduca CR uguale alla DA e che faccia con essa un angolo eguale al dato ZXY; si tiri BU perpendicolare a BR ed uguale al doppio della AB, coi centri B U ed il raggio $=BR$ si formi l'intersezione V, sarà BV parallela alla desiderata XY.

4.° Caso. Le tre rette date abbiano un punto comune.

46. Posto $OX \simeq p.OA$, $OY \simeq q.OB$, $OZ \simeq r.OC$, $XY \simeq b\varepsilon^{x}$, $YZ \simeq a\varepsilon^{\alpha+x}$ (Fig. 24) i triangoli OXY OYZ ci daranno le equi-

pollenze (1) $p.OA+b\varepsilon^{\beta'}-q.OB\simeq 0$ (2) $p.OA+a\varepsilon^{\alpha+x}-r.OC\simeq 0$. dalle quali combinate colle loro conjugate dedurremo

(3) $p(OA.\mathrm{cj}\,OB-\mathrm{cj}\,OA.OB)+b.\mathrm{cj}\,OB.\varepsilon^{\beta'}-b.OB.\varepsilon^{-x}\simeq 0$

(6) $p(OA.\mathrm{cj}\,OC-\mathrm{cj}\,OA.OC)+a.\mathrm{cj}\,OC.\varepsilon^{\alpha+x}-a.OC.\varepsilon^{-\alpha-x}\simeq 0$; chiamando b' c' le distanze dei punti B C dalla retta OA avremo coll'eliminazione di p (7) $(ab'.\mathrm{cj}\,OC.\varepsilon^{\alpha}-bc'.\mathrm{cj}\,OB)\varepsilon^{\gamma}-(ab'.OC\varepsilon^{-\gamma}-bc'.OB)\varepsilon^{-x}\simeq 0$. Quest'equipollenza è soltanto binomia, e c'insegna che per avere l'inclinazione della $VA\simeq b\varepsilon^{x}$ basta costruire la formula $ab'.OC.\varepsilon^{-\alpha}-bc'.OB$; a tal uopo se ne ridurranno i termini ad una sola dimensione, il che può farsi in varii modi tra i quali scelgo il seguente. Si suppongano OB ed OC eguali all'unità, e presa sulla OC la $OH=b$ e sulla OB la $OL=\frac{bc'}{b'}$, i punti H L saranno equidistanti dalla OA, poscia se $HOI=-\alpha$ ed $OI=a$, sarà $a.OC.\varepsilon^{-\alpha}-b\frac{c'}{b}OB\simeq OI-OL\simeq LI$, ed a questa LI dovrà esser parallela la VA, dunque:

Soluzione. Si costruisca sulla OC il triangolo OHI uguale-rovescio al triangolo dato, si tiri HL parallela alla OA, e che incontri OB nel punto L; alla retta IL sarà parallelo il lato VA del triangolo VAZ eguale al dato OHI.

PROBLEMA XIV. *Trovare il triangolo che è il massimo od il minimo tra tutti quelli che hanno i vertici sopra tre rette date e che sono simili ad un triangolo dato.*

47. Se AB BC CA (Fig. 25) sono le rette date, e si segnano con b a α i lati AV VZ e l'angolo intercetto AVZ del cercato triangolo AVZ, si trova come nel 1° Caso del problema precedente che l'inclinazione x del lato VA, essendo CA l'origine delle inclinazioni

dipende dall'equipollenza (8) $\left(a\varepsilon^{\alpha}+b\,\frac{\text{cj}\,BC}{CA}\right)\varepsilon^{x}-\left(a\varepsilon^{-\alpha}+b\,\frac{BC}{CA}\right)\varepsilon^{-x}\simeq\text{cj}\,AB-AB$. Le a b non sono date e soltanto se ne conosce il rapporto: inoltre per la condizione del massimo o minimo il loro differenziale preso rispetto alla variabile x dee annullarsi, perciò dobbiamo differenziare la precedente equipollenza nell'ipotesi che a b sieno costanti; ora si rammenti che $d.\varepsilon^{x}\simeq\varepsilon^{x}\nu\,dx$, $d.\varepsilon^{-x}\simeq-\varepsilon^{-x}\nu\,dx$, e si vedrà che (9) $(a\varepsilon^{\alpha}.CA+b.\text{cj}\,BC)\varepsilon^{x}+(a\varepsilon^{-\alpha}.CA+b.BC)\varepsilon^{-x}\simeq 0$; questa c'insegna che la MY dev'essere perpendicolare alla $OR\simeq a\varepsilon^{-\alpha}-b\,\frac{CB}{CA}$ della Fig. 21 la quale si costruisce anche conoscendo soltanto il rapporto delle a b. Ci resta da vedere se il triangolo cercato sia massimo o minimo. Ponendo ay by in luogo di a b il differenziale della (8) sarà $(\text{cj}\,OR.\varepsilon^{x}-OR.\varepsilon^{-x})\,dy+(\text{cj}\,OR.\varepsilon^{x}+OR.\varepsilon^{-x})\,y\nu\,dx\simeq 0$; differenziando nuovamente posto $dy=0$ sarà $(\text{cj}\,OR.\varepsilon^{x}-OR.\varepsilon^{-x})\,d^{2}y-(\text{cj}\,OR.\varepsilon^{x}-OR.\varepsilon^{-x})\,y\,dx^{2}\simeq 0$, cioè $d^{2}y=y\,dx^{2}$, e perciò essendo y positivo lo è anche $d^{2}y$, e la soluzione dà per conseguenza un minimo. — Se BG è la perpendicolare abbassata dal vertice B sul lato CA la (8) diventa $\text{cj}\,OR.y\varepsilon^{2x}-OR.y\simeq 2.BG.\varepsilon^{x}$ e sostituitovi il valore di ε^{2x} dato dalla (9) $\text{cj}\,OR.\varepsilon^{2x}+OR\simeq 0$ si ha $-2y.OR\simeq 2.BG.\varepsilon^{x}$ quindi $VY=by=b\,\frac{BG}{OR}$; perciò finalmente:

Soluzione. Dati i triangoli CAB CLR si conduca parallelamente alla AB la LO che tagli in O il lato CB, si tiri la OE perpendicolare alla OR ed uguale a $\frac{CL.BG}{OR}$, essendo BG l'altezza del triangolo CAB; si compia il parallelogrammo $OEVY$ e sopra VY si descriva il triangolo VYZ simile-rovescio al dato CLR, ed esso sarà il minimo triangolo di quella forma che possa inscriversi fra le date rette

AB BC CA.— Si suppone determinato l'ordine con cui deggiono cadere su di esse i vertici omologhi a quelli del triangolo CLR.

PROBLEMA XV. *Costruire un quadrilatero simile ad uno dato e che abbia i vertici sopra quattro rette date.*

48. Poniamo $XY \simeq a m \varepsilon^{x}$ (Fig. 26), $YZ \simeq a \varepsilon^{\alpha+x}$, $ZW \simeq a n \varepsilon^{\beta+x}$, $WX \simeq p.AB$, $BY \simeq q.BC$, $CW \simeq s.CD$, $ZA \simeq r.DA$, avremo nello stesso modo del § 45 le equipollenze (1) $p.AB + a\varepsilon^{\alpha+x} + r.DA \simeq 0$, (2) $(1-p)AB + q.BC - am\varepsilon^{x} \simeq 0$, (3) $(1-q)BC + s.CD - an\varepsilon^{\beta+x} \simeq 0$; qui la a è incognita e sono date le m n, giacchè è conosciuta la forma, ma non la grandezza del quadrilatero $XYWZ$. Dalla (1) e dalla sua conjugata elimineremo r, e dalla (3) e sua conjugata elimineremo s ed avremo $p(AB.\mathrm{cj}DA - \mathrm{cj}AB.DA) + a\varepsilon^{\alpha+x}\,\mathrm{cj}DA - a\varepsilon^{-\alpha-x}DA \simeq 0$ $(1-q)(BC.\mathrm{cj}CD - \mathrm{cj}BC.CD) - an\varepsilon^{\beta+x}.\mathrm{cj}CD + an\varepsilon^{-\beta-x}.CD \simeq 0$, le quali, chiamate $\frac{f}{4}$, $\frac{h}{4}$ le aree dei triagoli ABD BCD possono scriversi così $fp\nu^{x} + a\varepsilon^{\alpha+x}.\mathrm{cj}DA - a\varepsilon^{-\alpha-x}.DA \simeq 0$, $hq\nu^{x} - h\nu^{x} - an\varepsilon^{\beta+x}.\mathrm{cj}CD + an\varepsilon^{-\beta-x}.CD \simeq 0$ e sostituendo nella (2) avremo (4) $(h\varepsilon^{\alpha}.AB.\mathrm{cj}DA + nf\varepsilon^{\beta}.BC.\mathrm{cj}CD - fhm\nu^{x})\,a\varepsilon^{x} - (h\varepsilon^{-\alpha}.AB.DA + nf\varepsilon^{-\beta}.BC.CD)\,a\varepsilon^{-x} + fh\nu^{x}.BC + fh\nu^{x}.AB \simeq 0$, da questa e dalla sua conjugata elimineremo $a\varepsilon^{-x}$, così otterremo non solo le direzioni, ma anche le grandezze dei lati del desiderato quadrilatero; a tal nopo gioverà costruire i coefficienti della (4); pongasi perciò (5) $AF \simeq \frac{\varepsilon^{-\alpha}}{\nu^{x}}.\frac{AB.AD}{f}$, $AF_{1} \simeq \frac{\varepsilon^{-\alpha}}{\nu^{x}}.\frac{\mathrm{cj}AB.AD}{f}$, $CG \simeq \frac{\varepsilon^{-\beta}}{\nu^{x}}.\frac{CB.CD}{h}$, $CG_{1} \simeq \frac{\varepsilon^{-\beta}}{\nu^{x}}.\frac{\mathrm{cj}CB.CD}{h}$, (6) $CL \simeq AF_{1} + u.CG_{1} - m.CN \simeq AF + u.CG$ e si avrà

(7) $\mathrm{cj}\,CL.a\varepsilon^{x}+CN.a\varepsilon^{-x}+AC\simeq 0$; prendasi la AC per origine delle inclinazioni, sicchè la conjugata della (7) sia

$CL.a\varepsilon^{-x}+\mathrm{cj}\,CN.a\varepsilon^{x}+AC\simeq 0$ ed eliminando $a\varepsilon^{-x}$ avremo

(8) $(CL.\mathrm{cj}\,CL-CN.\mathrm{cj}\,CN)a\varepsilon^{x}+AC(CL-CN)\simeq 0$, onde $VV\simeq am\varepsilon^{x}\simeq \frac{m.AC.LN}{CL.\mathrm{cj}\,CL-CN.\mathrm{cj}\,CN}$; qui potremo osservare che $\frac{CL.\mathrm{cj}\,CL-CN.\mathrm{cj}\,CN}{AC}$ esprime una retta parallela alla AC origine delle inclinazioni ed eguale a $\frac{\overline{CL}^2-\overline{CN}^2}{AC}$, sicchè VV sarà parallela alla LN ed eguale a $\frac{m.AC.LN}{\overline{CL}^2-\overline{CN}^2}$; si noterà inoltre che $f=4.ABD=2.AB.AD.\mathrm{sen}\,BAD$, sicchè presa per unità la AC avremo $AF=\frac{AC}{2\,\mathrm{sen}\,BAD}$; con analoghe considerazioni si vedrà che la costruzione è in ogni caso non molto complicata; qui ci limiteremo al caso che il quadrilatero inscritto $XYUVZ$ debba essere un quadrato, allora $m=n=1$. ed $\varepsilon^{\alpha}\simeq\varepsilon^{\beta}\simeq\pm\nu$, onde $\frac{\varepsilon^{-\alpha}}{\nu}\simeq\frac{\varepsilon^{-\beta}}{\nu}\simeq\mp 1$; perciò finalmente

Soluzione. Se nel quadrilatero $ABCD$ debba inscriversi un quadrato $XYUVZ$ si costruiscano le $AF=AF_{,}=\frac{AC}{2\,\mathrm{sen}\,BAD}$, $CAF=CAD-BAC+180^{\circ}$, $CAF_{,}=CAD+BAC-180^{\circ}$. $CG=CG_{,}=\frac{AC}{2\,\mathrm{sen}\,DCB}$, $ACG=ACB-DCA$, $G_{,}CA=ACB+DCA$, si tiri $F_{,}L$ equipollente a $CG_{,}$ e GN equipollente ad AF ed il lato XY del richiesto quadrato sarà parallelo ad LN ed eguale a $\frac{AC.LN}{\overline{CL}^2-\overline{CN}^2}$.

49. L'equipollenza (8) non è trinomia ma soltanto binomia, e quindi il problema che con essa si risolve non apparteneva all' oggetto della presente memoria, io lo ho dato soltanto per la sua dipendenza dal problema precedente, e per mostrare che esso è del 1° grado, ed ammette due soluzioni

soltanto pel doppio segno che può darsi a x, e quindi pel diverso senso in cui possono prendersi i vertici $XYUVZ$; nel §. 323 della *Géometrie de Position* è detto che il problema ammette tre soluzioni.

PROBLEMA XVI. *Dato un triangolo costruirne uno di eguale, i cui lati passino rispettivamente per tre punti dati.*

30. Sieno ABC (Fig. 27) i punti pei quali deggiono passare i lati del triangolo XYZ; giacchè questo è conosciuto saranno noti i lati $XY=b$, $XZ=a$, e l'angolo $YXZ=\alpha$, si chiami x l'inclinazione del lato XY, quindi $\alpha+x$ quella del lato XZ; poniamo $XB\simeq p\varepsilon^{x}$, $XA\simeq q\varepsilon^{\alpha+x}$, onde $BY\simeq(b-p)\varepsilon^{x}$; $AZ\simeq(a-q)\varepsilon^{\alpha+x}$, il triangolo AXB dà $XB\simeq XA+AB$, cioè (1) $p\varepsilon^{x}-q\varepsilon^{\alpha+x}\simeq AB$; inoltre le rette $CY\simeq BY-BC$, $CZ\simeq AZ-AC$ deggiono esser parallele, cioè possiamo porre $CY\simeq r.CZ$, e sostituendo (2) $(b-p)\varepsilon^{x}-BC\simeq r(a-q)\varepsilon^{\alpha+x}-r.AC$. Dalle equipollenze (1) (2) si eliminano p q r col mezzo delle loro conjugate e si giunge all'equipollenza trinomia $(a\varepsilon^{\alpha}.\mathrm{cj}\,AC-b.\mathrm{cj}\,BC)\varepsilon^{x}-(a\varepsilon^{-\alpha}.AC-b.BC)\varepsilon^{-x}\simeq ab(\varepsilon^{\alpha}-\varepsilon^{-\alpha})$, che noi scriveremo così (3) $(\mathrm{cj}\,BC+\frac{a}{b}\varepsilon^{\alpha}.\mathrm{cj}\,CA)\varepsilon^{x}-(BC+\frac{a}{b}\varepsilon^{-\alpha}CA)\varepsilon^{-x}\simeq-2a\operatorname{sen}\alpha.\imath$. costruiremo la $CB\simeq\frac{a}{b}\varepsilon^{-\alpha}.CA$. ed avremo finalmente la

Soluzione. Sopra CA si descriva il triangolo CAB simile-rovescio a quello, cui dev'essere uguale il desiderato XYZ: perpendicolarmente alla BB si prenda BU eguale al doppio della distanza che nel dato triangolo il vertice Z ha dal lato opposto XY; coi centri B U e col raggio BB si formi l'intersezione V: sarà BV la direzione del lato XY; sicchè sarà poi facile costruire il triangolo XYZ uguale al dato, ed i cui lati passino pei punti B C A.

51. Anche senza bisogno di calcolo si può dedurre da questa costruzione che fra tutti i triangoli XYZ simili-rovesci al dato CAB che passano pei suddetti punti il massimo è quello che ha il lato XY perpendicolare a BB e l'altezza uguale a questa BB.

PROBLEMA XVII. *Descrivere un circolo che tocchi tre circoli dati.*

52. Sieno (Fig. 28) $C\ A\ B\ X$ i centri, e $c\ a\ b\ r$ i raggi dei circoli dati e del cercato; chiamate $x\ y\ z$ le inclinazioni delle rette $CX\ AX\ BX$, avremo (nella supposizione che tutti i contatti debbano essere esterni) $CX \simeq (r+c)\,\varepsilon^{x}$, $AX \simeq (r+a)\,\varepsilon^{y}$, $BX \simeq (r+b)\,\varepsilon^{z}$, ed avremo immediatamente le due equipollenze (1) $(r+c)\,\varepsilon^{x} \simeq CA + (r+a)\,\varepsilon^{y}$. (2) $(r+c)\,\varepsilon^{x} \simeq CB + (r+b)\,\varepsilon^{z}$; dalla (1) e dalla sua conjugata elimineremo y ed avremo (3) $(r+c)^2 - (r+c)\,(\mathrm{cj}\,CA.\varepsilon^{x} + CA.\varepsilon^{-x}) + CA.\mathrm{cj}\,CA \simeq (r+a)^2$, similmente la (2) ci darà (4) $(r+c)^2 - (r+c)\,(\mathrm{cj}\,CB.\varepsilon^{x} + CB.\varepsilon^{-x}) + CB.\mathrm{cj}\,CB \simeq (r+b)^2$, ed eliminando $(r+c)$ avremo finalmente (5) $(f.\mathrm{cj}\,CB - g.\mathrm{cj}\,CA)\,\varepsilon^{x} + (f.CB - g.CA)\,\varepsilon^{-x} \simeq 2g\,(a-c) - 2f\,(b-c)$, dove per brevità si pose $f \simeq CA.\mathrm{cj}\,CA - (a-c)^2$, $g = CB.\mathrm{cj}\,CB - (b-c)^2$; onde costruire questa equipollenza trovo opportuno di dividere tutti i termini pel prodotto delle lunghezze $CA.CB$, e così giungo alla seguente

Soluzione. Sulle AC BC si prendano le terze proporzionali $AF = \frac{(a-c)^2}{AC}$, $BG \simeq \frac{(b-c)^2}{BC}$, e poscia le quarte proporzionali $FH = \frac{CF\,(b-c)}{CB}$, $GK = \frac{CG\,(a-c)}{CA}$; sulla CB si prenda $CQ = CF$ e si tiri QR parallela alla AC ed eguale a CG, sulla CR si prenda $CU = 2\,(GK - FH)$; coi centri C U ed il raggio CR si formi l'intersezione V, ed il centro X del circolo desiderato si troverà sulla

CI, perciò su di essa prenderemo $CL = a - c$ e compiremo il triangolo isoscele ALA.

PROBLEMA XVIII. *Descrivere un circolo che tocchi due rette ed un circolo dati.*

53. Una semplicissima costruzione renderà alquanto più brevi i calcoli; dal centro C (Fig. 29) del dato circolo si calino sulle date rette le perpendicolari CA CB, le cui lunghezze si esprimano con a b e le inclinazioni con α β; sieno c r i raggi del circolo dato e del cercato, il quale abbia il centro in V, e si ponga $CV \simeq (r+c)\,\varepsilon^{r}$; il raggio VP perpendicolare alla data retta AP sarà parallelo alla CA, perciò $PV \simeq r\,\varepsilon^{\alpha}$; e se porremo inoltre $AP \simeq p\,\nu\,\varepsilon^{\alpha}$ (dove il segno ν indica che questa AP è perpendicolare alla CA); l'equipollenza sempre identica $CV \simeq CA + AP + PV$ ci darà (1) $(r+c)\,\varepsilon^{r} \simeq a\,\varepsilon^{\alpha} + p\,\nu\,\varepsilon^{\alpha} + r\,\varepsilon^{\alpha}$. similmente l'altra condizione del problema darà (2) $(r+c)\,\varepsilon^{x} \simeq q\,\nu\,\varepsilon^{\beta} + (r+b)\,\varepsilon^{\beta}$. La (1) divisa per ε^{r} poscia sommata alla sua conjugata dà (3) $(r+c)\,(\varepsilon^{r-\alpha} + \varepsilon^{\alpha-r}) \simeq 2\,(r+a)$. similmente dalla (2) elimineremo q ed avremo (4) $(r+c)\,(\varepsilon^{r-\beta} + \varepsilon^{\beta-r}) \simeq 2\,(r+b)$: le (3) (4) danno finalmente coll'eliminazione di $r+c$ (5) $\left((b-c)\,\varepsilon^{-\alpha} - (a-c)\,\varepsilon^{-\beta}\right)\varepsilon^{r} + \left((b-c)\,\varepsilon^{\alpha} - (a-c)\,\varepsilon^{\beta}\right)\varepsilon^{-r} \simeq 2\,(b-a)$. da questa trarremo la

Soluzione. Dal centro C del dato circolo si calino sulle date rette le perpendicolari CA CB, le quali incontrino il circolo nei punti H K, sulla CB si prenda $CQ = HA$, si tiri QR parallela alla AC ed eguale a KB, sulla CR si prenda $CI = 2\,(CB - CA)$; coi centri C I ed il raggio CR si faccia l'intersezione I, e la retta CI passerà pel centro V del circolo desiderato: il raggio del medesimo si può

trovare nel seguente modo; la CA tagli il dato circolo in I, si prolunghi la corda HI finchè incontri in P la data retta, e si tiri PX perpendicolare ad AP.

Quest' ultima parte di costruzione fu dedotta dall' equipollenza (1) che quando è conosciuta la direzione x può scriversi così $r(\varepsilon^{x} - \varepsilon^{\alpha}) - p\,\varepsilon^{\alpha} \simeq a\,\varepsilon^{\alpha} - c\,\varepsilon^{x} \simeq CA - CI \simeq IA$: quindi per la solita teoria delle equipollenze trinomie si tratta di costruire sopra la retta IA un triangolo di cui un lato $\simeq r(\varepsilon^{x} - \varepsilon^{\alpha})$ sia parallelo ad HI, e l' altro sia equipollente a $p\,\varepsilon^{\alpha} \simeq AP$.

PROBLEMA XIX. *Descrivere un circolo che tocchi una retta e due circoli dati.*

54. Sieno CA (Fig. 30) i centri, e c a i raggi dei dati circoli; da C si abbassi sulla retta data la perpendicolare CB che si ponga $\simeq b\,\varepsilon^{\beta}$: come nei problemi precedenti giungeremo alla equipollenza (3) del §. 52 ed alla (4) del §. 53 cioè (3) $(r+c)^2 - (r+c)\,(\mathrm{cj}\,CA.\,\varepsilon^{x} + CA.\,\varepsilon^{-x}) + CA.\,\mathrm{cj}\,CA \simeq (r+a)^2$ (4) $(r+c)\,(\varepsilon^{x-\beta} + \varepsilon^{\beta-x}) \simeq 2\,(r+b)$, ed eliminando $r+c$ avremo (5) $\left(f\varepsilon^{-\beta} - 2\,(b-c)\,\mathrm{cj}\,CA\right)\varepsilon^{x} + \left(f\varepsilon^{\beta} - 2\,(b-c)\,CA\right)\varepsilon^{-x} \simeq 2f + 4\,(a-c)\,(b-c)$, essendo come nel §. 52 $f \simeq CA.\,\mathrm{cj}\,CA - (a-c)^2$: divideremo questa equipollenza per la lunghezza CA ed avremo la

Soluzione. Dal centro C di uno dei circoli si abbassi sulla retta data la perpendicolare CB, che tagli il circolo in K: sulla AC che unisce i centri dei due circoli si prenda AF terza proporzionale ad AC ed alla differenza dei due raggi; ed eguale alla CF sia la CQ avente la direzione della CB: si tiri QR parallela ad AC ed eguale al doppio di BK; sulla CR si prenda CU doppia di CT, essendo CT uguale a CQ più la quarta proporzionale dopo CA QR e la differenza

dei due raggi; coi centri C C' ed il raggio CR si formi l'intersezione V; la CV passerà pel centro del desiderato circolo che tocca la retta e i due circoli dati. — Questa soluzione si riferisce ad una figura, le cui parti sieno disposte analogamente alle Fig. 28 e 29; essa dunque dee alcun poco mutarsi quando la si voglia applicare alla Fig. 30, rispetto alla quale le quantità b c hanno valori negativi, e la direzione ε^{β} è quella della CQ: sicchè invece della differenza dei raggi si prese la loro somma AL, e si fece $QS = \frac{QR.LA}{CA}$. Ciò serva d'esempio del modo in cui dee operarsi per ottenere tutte le soluzioni dei tre ultimi problemi.

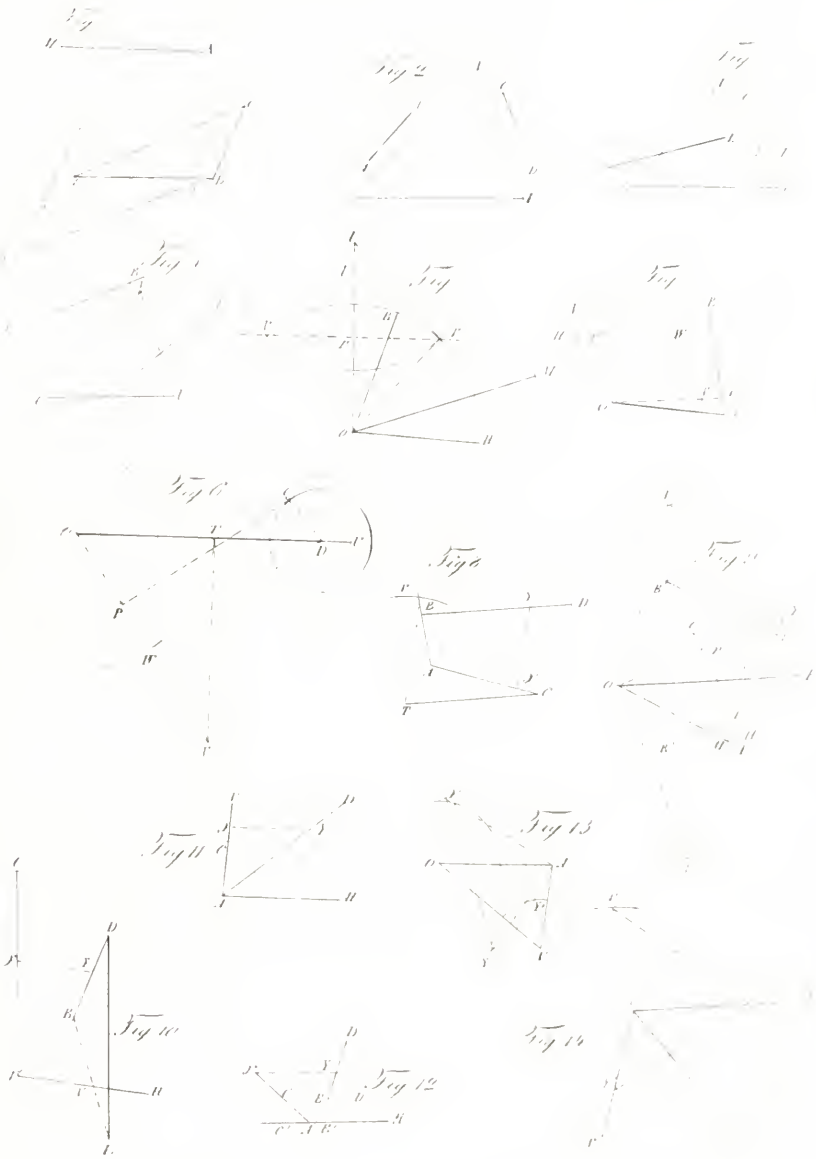
Problema XX. *Inscrivere in un circolo un poligono, i cui lati o passino per punti dati od abbiano date lunghezze.* Ed in particolare: *Dato un circolo inscrivervi un quadrilatero* X Y Z W *in modo che i tre lati* X Y Y Z Z W *passino rispettivamente pei punti* A B C (Fig. 31) *ed il quarto lato* W X *abbia lunghezza data.*

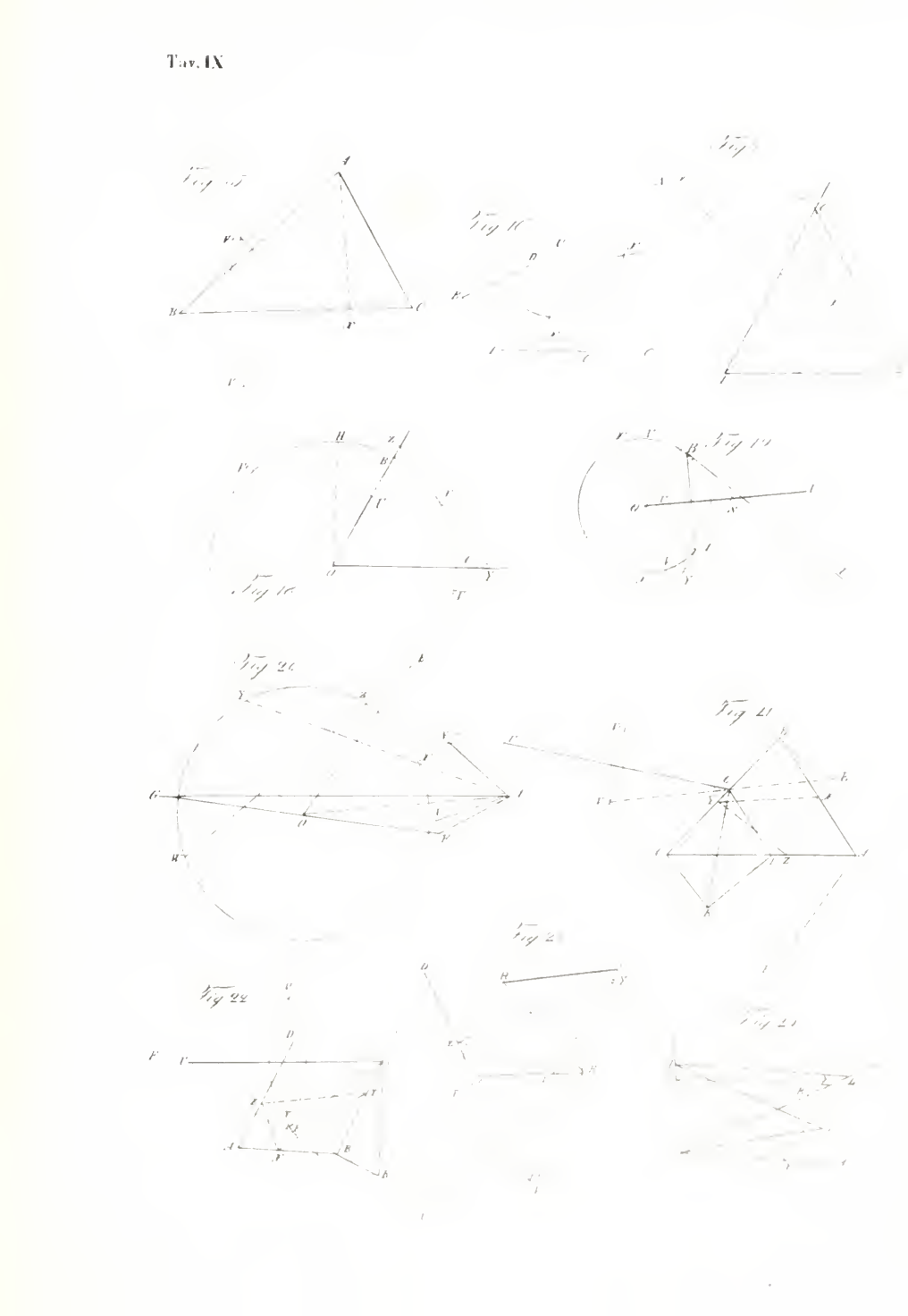
55. Prendasi il raggio del circolo per unità di lunghezza e si scelga ad arbitrio la OH origine delle inclinazioni; si ponga $OX \simeq \varepsilon^{x}$, $OY \simeq \varepsilon^{y}$, $OZ \simeq \varepsilon^{z}$, $OW \simeq \varepsilon^{w}$, e sia u l'inclinazione del lato AXY ed $AX \simeq p\varepsilon^{u}$, sicchè $\varepsilon^{x} - OA \simeq p\varepsilon^{u}$; eliminando p sarà $\frac{\varepsilon^{x} - OA}{\varepsilon^{-x} - \mathrm{cj}\,OA} \simeq \varepsilon^{2u}$: y dipenderà da u col mezzo di un'equipollenza affatto identica a questa, onde avremo $\frac{\varepsilon^{x} - OA}{\varepsilon^{-x} - \mathrm{cj}\,OA} \simeq \frac{\varepsilon^{y} - OA}{\varepsilon^{-y} - \mathrm{cj}\,OA}$: togliendo le frazioni si ottiene un'equipollenza del secondo grado, ma notando, che essa diviene identica quando $y = x$, la divideremo per $\varepsilon^{x} - \varepsilon^{y}$ ed avremo $\varepsilon^{-y} + \varepsilon^{-x} - \mathrm{cj}\,OA - OA.\varepsilon^{-x-y} \simeq 0$, e perciò la dipendenza fra la x e la y sarà espressa da (1) $\varepsilon^{x} \simeq \frac{OA - \varepsilon^{y}}{1 - \varepsilon^{y}.\mathrm{cj}\,OA}$. In egual

modo le condizioni che i lati YZ ZW passino pei punti B C ci daranno (2) $\varepsilon^{y} \simeq \frac{OB - \varepsilon^{z}}{1 - \varepsilon^{z} \cdot \mathrm{cj}\, OB}$, (3) $\varepsilon^{z} \simeq \frac{OC - \varepsilon^{w}}{1 - \varepsilon^{w} \cdot \mathrm{cj}\, OC}$. Finalmente chiamando δ l'angolo che misura il dato arco HN sarà (4) $\varepsilon^{w} \simeq \varepsilon^{x - \delta}$. — Ora è palese che sostituendo l'una all'altra le equipollenze (1) (2) (3) (4) si troverà un'equipollenza colla sola ε^{x}, ed essa si risolverà col metodo generale dato al § 19. Per ottenere questa equipollenza trinomia in un modo facile e che sia nello stesso tempo applicabile al caso che il poligono da inscriversi contenga un qualunque numero di lati costruiremo successivamente i coefficienti delle equipollenze che nascono dalle indicate sostituzioni. La (2) sostituita alla (1) dà (5) $\varepsilon^{x} \simeq$

$$\frac{OA - OB + (1 - OA \cdot \mathrm{cj}\, OB)\,\varepsilon^{z}}{1 - OB \cdot \mathrm{cj}\, OA + (\mathrm{cj}\, OA - \mathrm{cj}\, OB)\,\varepsilon^{z}} \simeq \frac{OR + OK \cdot \varepsilon^{z}}{\mathrm{cj}\, OK + \mathrm{cj}\, OR \cdot \varepsilon^{z}}$$

essendo (6) $OR \simeq OA - OB$, $OK \simeq 1 - OA \cdot \mathrm{cj}\, OB$. Ora si sostituisca la (3) alla (5) e si avrà (7) $\varepsilon^{x} \simeq \frac{OR' - OK' \cdot \varepsilon^{w}}{\mathrm{cj}\, OK' - \mathrm{cj}\, OR' \cdot \varepsilon^{w}}$, essendo (8) $OR' \simeq OR + OC \cdot OK$, $OK' \simeq OK + \mathrm{cj}\, OC \cdot OR$; ed in simil modo si procederebbe se vi fossero altri lati; finalmente la (4) sostituita alla (7) ci condurrà all'equipollenza trinomia (9) $\mathrm{cj}\, OR' \cdot \varepsilon^{x} + OR' \cdot \varepsilon^{\delta - x} \simeq OK' + \mathrm{cj}\, OK' \cdot \varepsilon^{\delta} \simeq OM$. — Le (6) (8) ci danno, ponendo il luogo dell'unità il raggio OH, (6) $AR \simeq -OB$, $HK \simeq -\frac{\mathrm{cj}\, OB}{OH} \cdot OA$ (8) $RR' \simeq \frac{OC}{OH} \cdot OK$, $KK' \simeq \frac{\mathrm{cj}\, OC}{OH} \cdot OR$; si faciliteranno tali costruzioni ponendo (10) $\frac{OE}{OA} \simeq \mathrm{cj}\, \frac{OB}{OR}$, (11) $\frac{OL}{OK} \simeq \frac{OC}{OH}$, $\frac{OS}{OR} \simeq \mathrm{cj}\, \frac{OC}{OH}$ (giacchè $\mathrm{cj}\, OH \simeq OH$), e finalmente si giungerà ad una soluzione di questo famoso problema, che credo la più diretta e forse anche la più semplice di quelle finora trovate.





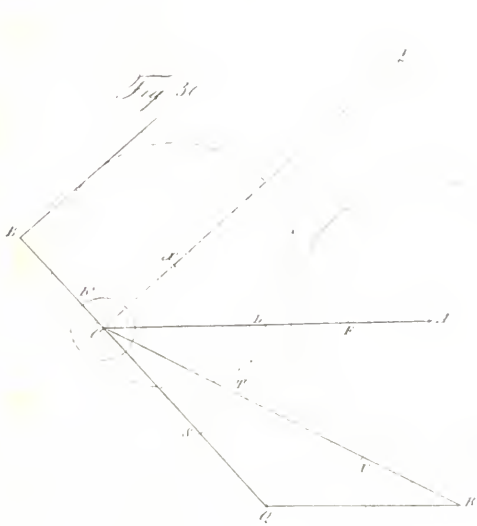


Fig. 30

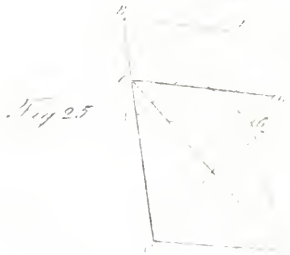


Fig. 25

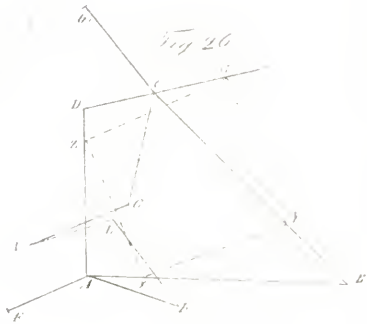


Fig. 26

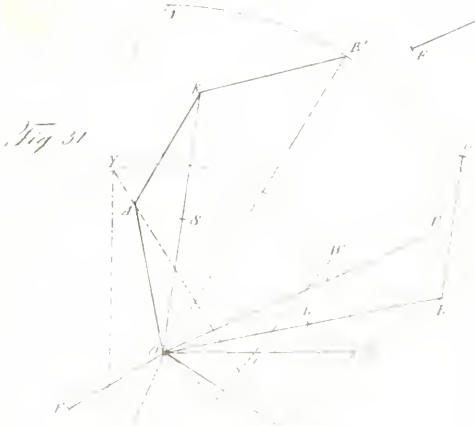


Fig. 31

Soluzione. Scelto ad arbitrio il raggio OH (nella Fig. 31 esso è preso sulla retta OC, sicchè i triangoli OHC OKL ORS sono ridotti a tre rette tagliate proporzionalmente) si formi il triangolo OHE simile-rovescio ad OHB, e si tiri la AR equipollente a BO, e la $HK \simeq EO$. Si costruisca il triangolo OKL simile-dritto ad OHC, ed il triangolo ORS simile-rovescio allo stesso OHC, e si conducano le $RR' \simeq OL$, $KK' \simeq OS$. La corda HD sia uguale al lato $U'V$ del cercato quadrilatero, si tiri OM perpendicolare a questa HD, e la si tagli in modo, che $K'M$ sia uguale ad OK'. Fatto l'angolo $R'OU = HOM$ sia $OU = OM$; coi centri O U ed il raggio OR' si formi l'intersezione I, e tirata la OI' essa taglierà il circolo nel vertice V del quadrilatero $VV'ZU'$, di cui tre lati passano pei punti dati A B C, ed il quarto ha la data lunghezza $U'V = HD$.

(*Letta il 16 Gennajo 1842.*)

DELL' INFLUENZA

DEI RAGGI SOLARI

RIFRATTI DAI VETRI COLORATI SULLA VEGETAZIONE DELLE PIANTE

E GERMINAZIONE DE' SEMI

MEMORIA

DEL PROFESSORE AB. FRANCESCO ZANTEDESCHI

Multa renascentur, quae jam cecidere, cadentque
Quae nunc sunt in honore.
HORAT

L' influenza di quelle forze, che si riconoscono sotto la denominazione degl' *imponderabili*, nei fenomeni della *materia aggregata o sensibilmente pesante*, è lo studio precipuo del nostro secolo. Io ho cercato di darne qualche saggio nella (1) *Elettrotipia*, e nei (2) *Fenomeni Elettrotermici*. Piacemi ora di estendere consimili ricerche alle modificazioni che apporta alla vita; e per ora mi limito ad esporre alcuni effetti di quella forza che dicesi *luce* sulla germinazione dei semi, e sullo sviluppo delle piante; riserbandomi in altre Memorie a parlare dell' influenza che esercita l' *elettrico* sulla vita animale in istato fisiologico e patologico. Io non mi dilungherò in ipotesi; ma recherò solo de' fatti bene determinati, che metteranno il vero nel pieno suo lume. E perchè l'influenza dei raggi colorati rifratti è stata messa alla prova da peritissimi fisici, così esporrò da prima i metodi da loro usati nello sperimentare, ed i risultamenti a' quali pervennero; poi farò tener dietro il metodo da me praticato in un coi fenomeni che mi venne fatto di osservare, non tacendo

che molto manca tuttavia alla scienza, e che questa mia prima memoria non contiene che i rudimenti di quel molto, che tuttavia rimane da farsi; al quale effetto imploro lo zelo, e la potenza di que' valenti, che amano il progresso della scienza.

I. Senebier per investigare l'influenza dei raggi della luce solare sulla germinazione dei semi e sulla vegetazione delle piante fece uso di grandi bottiglie di vetro a pareti sottilissime, il fondo delle quali era ripiegato verso il ventre o la pancia delle medesime. Con queste bottiglie Senebier copriva le piante che volea sottoporre ai differenti raggi colorati. Egli li otteneva a questo modo: il rosso con una soluzione d'acqua e di carminio; il giallo con acqua di curcuma e zafferano; il violetto con acqua e tintura di tornasole.

Questo sommo sperimentatore ginevrino ebbe la filosofica pazienza di continuare le sue esperienze pel corso di quattro anni confrontando i risultamenti che ottenne dai raggi violetti, rossi, gialli, con quelli ottenuti coi raggi indecomposti e nella oscurità sopra semi e pianticelle di lattuga, spinace e fagiuoli.

Le conclusioni, ch'Egli trasse da' numerosi suoi esperimenti, sono le seguenti:

1. La germinazione de' semi avviene prima nel giallo e violetto, appresso nel rosso e nell'oscurità.

2. L'accrescimento del gambo delle piante è sempre minore nell'ordine de' mezzi che segue: oscurità, giallo, violetto, rosso, luce rifratta dall'acqua pura, luce all'aria libera; e la trasparenza e debolezza de' gambi segue la ragione diretta di questo accrescimento, mentre quello delle foglie diminuisce a misura che i gambi si allungano e le piante intisichiscono; lo stesso avvien pure nelle radici.

3. Il raggio violetto ha la speciale virtù sopra il rosso ed il giallo di colorire in verde le foglie de' vegetali, e di possedere questa efficacia per lo meno al grado stesso della luce libera e indecomposta.

Da queste illazioni ne rilevò Senebier la distinzione tra la *facoltà colorante* e la *roboratrice*, perchè non rinvenne questa nel raggio violetto a quel grado di quella; anzi le piante esposte al raggio violetto non di rado le ebbe ad osservare stentate, flaccide, povere di radici, frondi e buon succo, in una

parola tocche da miseranda cachessia più che le illuminate dal giallo e dal rosso (3).

E comechè questo sommo sperimentatore non abbia risparmiato fatica e diligenza nelle sue ricerche, tuttavia consapevole delle numerose cagioni che tradur possono altri in errore in queste investigazioni, conchiude: *je ne déciderai pas que mes expériences soient très-solides.*

Posteriormente nella sua *Fisiologia vegetale*, senza arrecare nuove esperienze, anzi dimenticando quanto avea scritto nelle Memorie *fisico-chimiche*, affermò che la luce complessa ha potenza di sviluppare il color verde, con maggior efficacia che non produca la violetta; e stabilì ogni raggio colorato produrre cachessia, ma più il rosso che il violetto (4): » *en exposant les plantes à l'action des différents rayons qui composent la lumière par un artifice que j'ai décrit dans mes Mémoires physico-chimiques, j'ai toujours trouvé que la réunion de tous les rayons était plus efficace pour verdir les plantes, que celle d'un seul rayon; mais j'ai observé aussi que les rayons violets avaient plus d'énergie pour prévenir l'etiolement, que les autres: quoiqu'ils soient moins chauds, comme je l'ai prouvé.* «

II. Nè dalle conseguenze di Senebier furono diverse le deduzioni del fisico Carradori (5); perchè la forza colorante trovò anch'egli eminentemente collocata nei raggi violetti e purpurei, comechè alquanto minore gli sembrasse tal facoltà in quei raggi, che nel lume intero. Risultamento analogo alla specie di ritrattazione avanzata da Senebier nella *Fisiologia vegetale* dell'opinione antecedente. Ma si accorse che la vegetazione si fa tisica e laboriosa ovunque i lucidi fasci anzichè venir pieni ed indivisi cadono sulla pianta rotti e scomposti (6).

III. Il sig. Poggioli col prisma decomponeva il raggio solare ed esponeva per più ore le piante all'influenza del raggio rosso e violetto (7), procurando che uguali fossero, per quanto è possibile, le circostanze intrinseche ed estrinseche; intrinseche di età e di vigore, estrinseche di quantità e qualità di terra, di esposizione, d'innaffiamento ecc.

E dalle sue esperienze istituite sul *Raphanus rusticanus*, sulla *Brassica oleracea viridis*, per lo spazio circa di sei ore in tre giorni consecutivi conchiuse che il raggio violetto ha una decisa influenza vantaggiosa sulla vegetazione delle piante. Secondo l'autore le pianticine *esposte al raggio violetto erano a quelle esposte al raggio rosso almeno come* 3 *sta ad* 1, *si nella grandezza e grossezza, che nel vigore e nella prosperità di vegetare.*

IV. Confrontando il fisico Orioli i risultamenti di Senebier e di Carradori con quelli del sig. Professore Poggioli, così rescrive in una sua lettera al Botanico romano (8).

« Ora dei risultati che io dissi fatto confronto coi vostri ben vedete quali *antinomie* si presentino allo sguardo di per se stesse, e rendon voi da quegli altri dissenziente, donde io che fermamente credo l'esperienze da voi fatte non avere ceduto per certo in esattezza nè in diligenza a quelle di chichessia, tengo per ingiusto trar congettura di vostro errore. Nè di questo accuserò altrui e voi piuttosto argomentando le differenze esser nate dall'aver quegli no fatto crescere i lor vegetabili perpetuamente ad una stessa specie di bagno lucido, che fu giallo, rosso, violetto, o naturale: laddove può di leggieri dedursi da quanto narrate le pianticelle su cui sperimentaste voi, aver goduto della luce libera a ciascun dì, la qual corresse con alternata azione sua i mali effetti de' colorati irraggiamenti lasciando intiero il profitto dei buoni. O forse altri dirà che le *anomalie* si vennero dalla differenza de' vegetabili sottoposti a prova, e dalla differente maniera di luce colorita, che per voi si trasse dal prisma con più semplice artifizio, e pei due fisici, i quali vi prevennero, si formò col passaggio attraverso a mezzi variamente pregni di straniere tinte. Ma voi porrete fine alle incertezze con quelle osservazioni ulteriori che n'avete detto avere in animo d'intraprendere; e noi faremo plauso intanto alle belle verità, le quali pur ci lasciate travedere fin dai primi saggi. Di cui forse questa è una, che la parte rubiconda della luce come calorifica, e la violetta come coloratrice e probabilmente per altri occulti motivi si richieggono entrambe a l'intera prosperità della vegetazione, nè sembrano poter supplire l'una all'altra; per dove un vegetabile godendo abitualmente del libero

favore del giorno per alcune ore soltanto s'abbeveri co' benefici influssi dei raggi violacei, meglio allora e più gagliardo si cresce, e più colorato di gran lunga al paragone di un altro irraggiamento per egual tempo con luce rossa ».

Il Poggioli avea pur divisato di estendere le sue ricerche anche al raggio verde che prima di attendere i risultamenti dell'esperienza avvisò esser meno del rosso vantaggioso alla vegetazione, perchè, egli dice, ad ogni istante viene riflesso quel raggio che è meno omogeneo alla sua economia vitale, e meno confacente alla sua prosperità; non conosco però questi promessi esperimenti, che doveano dimostrare o la verità o la falsità dell'asserita influenza del raggio verde.

V. Nel 1830 il professore Carlo Morren di Liegi imprese a verificare se l'azione del solo raggio violetto basti a colorare in verde le piante, come aveva asserito il Senebier, ed a ricercare qual fosse l'azione degli altri sei raggi colorati del prisma in essa colorazione.

« Per questo oggetto (*Atti della terza Riunione degli Scienziati italiani tenuta in Firenze nel settembre del* 1841 *pag.* 452) sopra dei vasi di terra cotta entro ai quali erano stati posti a germogliare i semi di più specie di piante, ma in particolare del *Lepidium sativum e dell'Alsine media*, collocò dei cilindri di latta, tinti di nero internamente, aventi un diametro pari a quello della bocca del vaso su cui posavano, e dal lato superiore aperti obliquamente con l'apertura ottorata da un cristallo colorato, preso fra quelli formanti le vetriate delle antiche chiese gotiche del Belgio, essendo questi cristalli di una pasta unicolore, privi di quelle bolliciattole di cristallo incoloro, che dietro le osservazioni di Becquerel si vedono nei vetri colorati moderni, e lasciano perciò passare una certa quantità di luce bianca ».

« I colori dei cristalli da lui adoperati furono quelli, che presenta lo spettro solare decomposto col prisma e gli apparati da questi cristalli ricoperti ei li tenne per più giorni consecutivi esposti al sole ».

« In capo ad un certo tempo i semi germogliarono in tutti gli apparati, ma non con uguale sollecitudine: più presto germogliarono sotto i colori violetto, indaco e bleu: più tardi sotto i colori giallo, verde, rancio e rosso.

Richiamandosi alla mente i resultati delle ricerche fatte dal sig. Herschell sulla qualità illuminatrice dei sette raggi dello spettro solare, sarà facile il convincersi che, nei sopra mentovati apparecchi, la sollecitudine con cui germogliarono i semi contenutivi, fu in ragione inversa del potere illuminativo dei raggi dai quali erano rischiarati ».

« Per quanto tutti i semi negli apparati sopra descritti germogliassero, non tutti i germogli però vi acquistarono il color verde. Solo un tal colore lo presero quelli che erano illuminati dal raggio giallo, e debolmente inverdirono quelli esposti al raggio rancio. Gli altri tutti, comprendendovi il rosso, ancorchè ci sia il raggio complementario del verde, non furono atti a far acquistare veruna benchè piccola sfumatura di questo colore ai sottoposti germogli; dal qual fatto, dice il professore Morren, risulta con evidenza che il raggio giallo determina nella pianta la colorazione in verde solo in grazia della sua facoltà illuminativa, e che la luce solo per la sua qualità di fluido illuminante, e non per verun'altra delle sue proprietà chimiche, calorifiche ed elettriche, agisce nel convertire la materia, qualunque essa siasi, in sostanza verde. »

VI. A'nostri dì parecchi giornali di Europa parlarono dell'influenza dei differenti raggi dello spettro solare sulle piante. Il vetro bleu o violetto facilita i progressi della vegetazione in una maniera straordinaria; il vetro rosso o il giallo la arresta; il vetro bianco non ha alcuna influenza. Egli risulta da questa scoperta del dotto Orticultore di Cornovaille, riferita nell'*Écho du Monde Savant* (9), che bisogna coprire le piante e le serre con vetri bleu o violetto che lascino passare i soli raggi chimici, mentre che il rosso non lascia passare che il raggio calorifico, e il giallo e verde che i raggi luminosi. Così la luce e il calorico soli uccidono le piante senza i raggi chimici, come l'azoto uccide l'uomo senza ossigeno.

In un susseguente numero dello stesso giornale si legge:

« Si conosce che ciascun fascio di luce slanciata nello spazio dal Sole è una riunione de' raggi diversamente colorati, all'assorbimento o alla riflessione dei quali noi dobbiamo questa varietà indefinita di colori, che abbelli-

sce la creazione. Ciascuno di questi raggi possiede una facoltà che gli è propria; così il violetto e bleu furono nominati raggi chimici: il verde ed il giallo raggi luminosi, e il rosso raggio calorifico. Queste distinzioni possono non essere in perfetta armonia colla verità, ma esse non ostante sono sufficienti per quello che si vuole spiegare. Se si presentano dei vetri colorati all'azione dei raggi solari, il raggio solo che corrisponde al raggio del vetro viene rifratto; così il vetro bleu ammette il raggio bleu o chimico, esclusi pressocchè tutti gli altri; il vetro giallo ammette solamente il raggio luminoso, mentre che il vetro rosso isola completamente il raggio calorifico. Questo fatto fornirà un metodo assai apprezzabile per la vegetazione delle piante influenzate da questo o da quel raggio. »

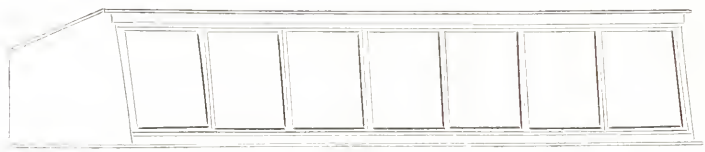
Il fatto sul quale Hunt richiama particolarmente l'attenzione è: *che i raggi gialli e rossi, vale a dire i raggi luminosi e calorifici, distruggono la germinazione, mentre che sotto l'influenza dei raggi violetto, indaco e bleu, vale a dire dei raggi chimici, i progressi della vegetazione sono accelerati nella maniera la più straordinaria.* Si può fare l'esperienza coprendo di un vetro colorato una cassetta o un gran vaso, ove siano state seminate alcune sementi. Egli è ugualmente facile di verificare che a qualunque periodo sia la vita di una pianta, la sua vegetazione si trova arrestata se si espone all'influenza de' raggi solari rossi o gialli. Ora conviene da ciò dedurre questo fatto straordinario che la porzione della luce solare che diffonde un calore vivificante nella creazione, è appunto quello che distrugge la prima azione vegetativa delle piante. È forza da questo conchiudere che istudiando con diligenza l'effetto di ciascuno dei raggi solari, sia che si prendano isolati o combinati, si può trovare il modo d'imitare l'atmosfera di tal clima, che più convenga ad una pianta (10).

Appresso ebbi a leggere che l'Associazione Britannica per l'avanzamento delle scienze incaricò il sig. R. Hunt a fare delle ricerche sopra questo interessantissimo argomento. Il sig. Hunt prese sei cassette costrutte in modo che la luce non potesse giungere all'interno senza attraversare un vetro colorato. La prima cassetta fu munita di un vetro rosso carico e la sesta di un vetro verde carico: gli altri vetri furono dei colori intermedii. In questi recipienti,

egli fece germogliare dei *ranuncoli*, dei *tulipani*, ed altre piante. I tulipani hanno da principio germogliato sotto i vetri aranciati, poi sotto i vetri bleu e verde. Sotto i vetri bleu, le piante, ancorchè più tarde a germogliare furono più vigorose, promettendo di venire a maturità e di avere dei bei fiori, mentrechè sotto i vetri aranciati furono più precoci, ma meschine assai. Il sig. Hunt accenna ad un risultamento meglio ottenuto sotto il raggio rosso. In tutti gli altri recipienti le piante si diressero verso la luce, ma sotto il vetro rosso esse presero una direzione opposta. In tutti i casi la germinazione fu eccitata dall'assorbimento dei raggi gialli: conchiudono i Redattori dell'*Écho du Monde Savant:* Egli è a desiderarsi che il sig. Hunt riprenda questi saggi e che gli estenda ed allarghi, perchè indipendentemente dalla questione scientifica possono riuscire soggetto di applicazioni orticole della maggiore importanza (11).

Io però fino dal 18 giugno 1842 aveva incominciato all'Imp. Reg. Orto botanico in S. Giobbe in Venezia i miei esperimenti, e nelle pubbliche adunanze del 27 giugno ed 8 agosto avea fatto due comunicazioni all'Imp. Reg. Istituto di alcuni principali risultamenti da me ottenuti, riserbandomi ad estenderne una Memoria, come ora fo, intorno al metodo di esperimentare ed ai particolari delle mie osservazioni.

VII. Io feci costruire una piccola serra di larice quale viene rappresentata dalla unita figura. Essa è della lunghezza totale di 2 metri e 4 centime-



tri. dell'altezza totale di 37 centimetri; della larghezza totale al basso di 28 centimetri; della larghezza totale all'alto di 20 centimetri. E' suddivisa in sette cancelli, ciascuno dei quali è largo 27 centimetri, alto 33 centimetri, profondo al basso 24 centimetri. profondo all'alto 27 centimetri; ed ogni luce

è larga 19 centimetri, alta 23 centimetri; sono esse luci munite di vetri colorati, che m'ebbi dalla cortesia dei signori Ercole Marocco e Pietro Bigaglia, che con sommo amore si prestano ai progressi di ogni utile applicazione, e sono: *aranciato, violetto, giallo, rosso, turchino, verde e nero*. La piccola serra era esposta tra levante e mezzodì, e perchè in tutti i cancelli avesse ad essere la stessa temperatura col rinnovamento dell'aria, e potessero dissiparsi gli effluvii emanati dalle piante e dal terreno dei vasi, furono praticati due pertugi per ogni cancello, l'uno nel piano orizzontale dove poggiano i vasi, e l'altro nell'alto della parete che guarda settentrione, senzachè però potesse entrarvi luce complessa diffusa. Ebbi tutta la diligenza che per ogni serie di esperienze vi fosse uguaglianza di tutte le circostanze che potessero influire nei risultamenti: vasi sempre nuovi, della medesima fabbrica, e riempiuti della medesima terra, inaffiati tutti alla medesima ora, dove ne mostravano bisogno. In ogni cancello furono collocati sensibilissimi termometri gemelli, da' quali emerge che nell'ora di osservazione la temperatura dei cancelli fu ritrovata sempre la stessa. Eccone i risultamenti avuti.

		Ora antim.	Gradi	Ora merid.	Gradi	Ora pomerid.	Gradi
Giugno	18	5 1/2	14°	12	28°	7	20°
	19	5	15°	»	28°	»	21°
	20	»	14°	»	28°	6 1/2	19°
	21	5 1/2	14°	»	27°	6 1/4	20°
	22	5	15°	»	27°	7 1/4	20°
	23	»	15°	»	29°	7 1/2	18°
	24	»	16°	»	27°	7	20°
	25	»	15°	»	28°	»	20°
	26	»	15°	»	27°	»	21°
	27	»	15°	»	28°	»	18°
	28	»	16°	»	27°	»	18°
	29	»	16°	»	27°	»	18°
	30	»	17°	»	28°	»	22
Luglio	1	5	18°	12	29°	7	23°
	2	»	18°	»	29°	»	23°
	3	»	19°	»	29°	»	23°
	4	»	19°	»	29°	»	23°
	5	»	20°	»	30°	»	23°
	6	»	21°	»	31°	»	23°
	7	»	20°	»	30°	»	20°
	8	6	16°	»	25°	»	19

		Ora antim.	Gradi	Ora merid.	Gradi	Ora pomerid	Gradi
Luglio	9	5	17°	12	26°	8	18°
	10	"	18°	"	27°	"	19°
	11	"	19°	"	28°	"	20°
	12	"	19°	"	27°	"	21°
	13	"	17°	"	28°	7 1/2	20°
	14	"	16°	"	27°	7	19°
	15	"	17°	"	28°	7 1/2	22°
	16	"	18°	"	30°	7	23°
	17	"	20°	"	30°	7 1/2	18°
	18	"	15°	"	28°	7	18°
	19	"	15°	"	29°	7 1/2	20°
	20	5	18°	"	30°	"	22°
	21	"	19°	"	30°	8	21°
	22	"	17°	"	27°	"	20°
	23	"	19°	"	30°	"	21°
	24	6	20°	"	29°	7 1/2	20°
	25	5	17°	"	27°	"	20°
	26	"	16°	"	25°	7	17°
	27	"	16°	"	27°	7 1/2	20°
	28	"	15°	"	2 °	7	20°
	29	"	15°	"	28°	7 1/2	19°
	30	"	15°	"	27°	"	16°
	31	"	15°	"	27°	"	16°
Agosto	1	6	13°	12	17°	7 1/2	13°
	2	5	12°	"	22°	7	19°
	3	"	16°	"	27°	"	18°
	4	"	16°	"	28°	"	20°
	5	"	17°	"	29°	"	20°
	6	"	14°	"	28°	"	19°
	7	"	18°	"	29°	"	20°
	8	"	19°	"	29°	7 1/2	22°
	9	"	19°	"	30°	7	21°
	10	"	20°	"	30°	"	21°
	11	7	18°	"	28°	"	22°
	12	5	19°	"	29°	"	22°
	13	10	18°	"	30°	"	21°
	14	5	19°	"	27°	"	22°
	15	"	20°	"	30°	"	21°
	16	"	16°	"	29°	"	20°
	17	"	16°	"	28°	"	20°
	18	"	15°	"	28°	"	20°
	19	"	16°	"	30°	"	22°
	20	5	15°	"	32°	"	23°
	21	"	18°	"	32°	"	21°
	22	"	16°	"	33°	"	22°
	23	"	17°	"	33°	"	21°
	24	"	18°	"	33°	"	22°
	25	"	17°	"	30°	"	20°
	26	5 1/2	16°	"	25°	"	19°
	27	5	16°	"	26°	"	20°

		Ora antim.	Gradi	Ora merid.	Gradi	Ora pomerid.	Gradi
Agosto	28	5	17°	6	30°	7	21°
	29	"	16°	"	29°	6 1/2	20°
	30	"	15°	"	30°	6	21°
	31	"	16°	"	28°	"	21°
Settembre	1	5	16°	12	26°	6	20°
	2	6	15°	"	27°	6 1/2	19°
	3	6 1/2	15°	"	31°	6	20°
	4	6	16°	"	32°	"	19°
	5	"	15°	"	31°	"	20°
	6	"	16°	"	28°	"	20°
	7	"	15°	"	32°	"	20°
	8	"	15°	"	29°	"	20°
	9	"	16°	"	28°	"	20°
	10	"	14°	"	24°	"	16°
	11	"	14°	"	17°	"	14°
	12	"	12°	"	17°	"	12°
	13	"	12°	"	14°	"	12°
	14	"	12°	"	14°	"	12°
	15	"	12°	"	17°	"	13°
	16	"	13°	"	19°	"	15°
	17	"	15°	"	27°	"	17°
	18	"	14°	"	28°	"	19°
	19	"	15°	"	25°	"	18°
	20	"	15°	"	17°	"	16°
	21	"	15°	"	18°	"	16°
	22	"	13°	"	15°	"	12°
	23	"	10°	"	20°	"	16°
	24	"	11°	"	19°	"	13°
	25	"	12°	"	18°	"	12°
	26	"	13°	"	21°	"	14°
	27	"	12°	"	20°	"	13°
	28	"	11°	"	18°	"	13°
	29	"	12°	"	21°	"	14°
	30	"	12°	"	22°	"	14°
Ottobre	1	6	13°	12	19°	6	14°
	2	"	12°	"	20°	"	13°
	3	"	12°	"	19°	"	14°
	4	"	12°	"	19°	"	14°
	5	"	13°	"	20°	"	14°
	6	"	11°	"	23°	"	15°
	7	"	12°	"	19°	"	13°
	8	"	11°	"	21°	"	13°
	9	"	12°	"	20°	"	13°
	10	"	12°	"	19°	"	14°
	11	"	12°	"	19°	"	12°
	12	"	10°	"	17°	"	11°
	13	"	10°	"	18°	"	12°
	14	"	10°	"	18°	"	12°
	15	"	9°	"	19°	"	11°

	Ora antim.	Gradi	Ora merid.	Gradi	Ora pomerid.	Gradi
Ottobre 16	6	10°	12	20°	6	12°
17	»	10°	»	22°	»	12°
18	»	9°	»	23°	»	12°
19	»	10°	»	18°	5 1/2	12°
20	6 1/2	10°	»	20°	»	12°
21	»	10°	»	21°	»	11°
22	»	9°	»	21°	»	11°
23	»	9°	»	22°	»	12°
24	»	8° 1/2	»	23°	»	12°
25	»	8°	»	23°	»	11°
26	»	8°	»	22°	»	12°
27	»	9°	»	21°	»	11°
28	»	9°	»	20°	»	11°
29	»	9°	»	20°	»	9°
30	»	9°	»	19°	»	9°
31	»	9°	»	19°	»	9°

Le esperienze che io feci, incominciando dal giorno 18 Giugno a tutto Ottobre 1842, possono essere nelle seguenti quattro serie comprese.

SERIE PRIMA

Di esperienze istituite sugli individui dell' *Impatiens balsamina*, *Ocymum viride*, *Myrtus moscata* e *Cereus pentalophus*.

VIII. Sei individui dell' *Impatiens balsamina* furono trapiantati in vasi uguali e ripieni della medesima terra: dopo otto giorni, nei quali mi assicurai della prospera vegetazione di tutti, furono collocati ne' cancelli; uno dei quali era senza vetro, e gli altri chiusi con vetri colorati, *aranciato, giallo, verde, bleu e violetto;* in questa prima serie non potei avere peranco il vetro rosso, per quante ricerche io abbia fatte in Venezia. Simultaneamente furono in sei altri vasi ripieni della stessa terra seminati dei semi dell' *Impatiens balsamina*, che alcuni giorni prima erano stati raccolti: essi pure furono collocati nei cancelli a lato delle pianticine anzidette. Le osservazioni furono incominciate alle ore 5 antimeridiane del giorno 18 Giugno 1842, e continuate sino alle ore 8 p. m. del giorno 26 dello stesso mese, cioè all' incirca per l' intervallo di nove giorni. Eccone i risultamenti:

In ordine allo sviluppo delle piante ebbi a notare:

1. Che le piante, le quali a preferenza d'ogni altra allungarono il loro gambo, furono quelle ch'erano esposte al raggio bleu.

2. Che le piante, le quali sensibilmente non allungarono il loro gambo, furono quelle sottoposte al raggio verde.

3. Che le piante più snervate e floscie furono quelle esposte al raggio verde; quindi quelle del turchino, aranciato e giallo, e nell'ottavo giorno le pianticine esposte al raggio verde perirono. Prese in attenta disamina, rinvenni che la malattia era al colletto e nelle radici.

4. Che le piante, che si mantennero quasi in istato naturale, rispetto a vigore nel gambo e nelle foglie, furono le esposte al raggio violetto; ma in esse tuttavia è a notarsi, che i rudimenti de' fiori, che aveano messi, erano già periti.

5. Che le foglie delle piante nei raggi violetto e verde, aveano un colorito più cupo di quello che conservarono le piante all'aria libera, e che le foglie di tutte le altre piante divennero di una tinta più o meno verde giallognola.

6. Che le piante esposte al verde, bleu e violetto, e nel cancello senza vetro, si piegarono colle loro cime verso la luce; e che per converso quelle esposte all'aranciato ed al giallo si mantennero diritte.

La trista influenza, esercitata dal raggio verde sopra gli individui dell'*Impatiens balsamina*, ha richiamata a preferenza la mia attenzione, e perciò volli riconfermarla in altri individui della medesima e di altre specie. Le pianticine dell'*Impatiens balsamina*, che per nove giorni erano state sottoposte al raggio violetto e che si ritrovavano in buono stato di vegetazione, furono collocate nel cancello di vetro verde in cui rimasero per 5 giorni, cioè dal 26 Giugno al primo Luglio 1842. In questo intervallo di tempo non manifestarono sensibile incremento, e vennero pressochè a perire. Esaminate, si rinvenne che la malattia era nel cuoricino. Lo stesso risultamento io m'ebbi ancora da un individuo di *Ocymum viride*, che da prima era vegeto e rigoglioso e da due mesi trapiantato. L'esperienza incominciò il giorno 3 di Luglio e fu continuata sino al giorno 27 dello stesso mese. Non vidi alcun incremento nel gambo, le foglie ingiallirono e caddero. La malattia era nel

cuoricino, che in fine ebbe a marcire. Non contento di questi effetti, volli ripetere l'osservazione sopra tre individui del *Myrthus moscata*, che erano vegeti e vigorosi. Ebbe essa principio col primo d'Agosto, e finì col giorno 22 Settembre 1842. Le pianticelle al 10 Agosto aveano sviluppate due nuove foglie, e mostravano piegarsi verso la luce. Nel giorno 17 Agosto una di esse incominciava a patire; nel giorno 5 Settembre, tutte mostravano grave deperimento, e nel giorno 22 dello stesso mese erano tutte perite. Nel giorno 20 Luglio avea pure collocato nel cancello del vetro verde un individuo del *Cereus pentalophus*, che era d'un bel verde e pieno di vita. Io fui indotto a fare questo esperimento dal desiderio di conoscere, se gli effetti sopra descritti, si manifestino pure nei vegetali che per organizzazione differiscono dai precedenti. Fino al 17 Agosto questa pianta era in buona vegetazione, e non avea minimamente perduto della sua forma; al 2 di Settembre si era sensibilmente assottigliata alla cima, che era piegata verso la luce; al 3 Ottobre era tuttavia d'un colore naturale, ma *filata*. Era cresciuta di 6 1/2 centimetri colla sua cima vie maggiormente piegata verso la luce; al 25 Ottobre l'accrescimento era di centimetri 7. Questa pianta impertanto non si è risentita di quelle tristi conseguenze alle quali andarono soggette le precedenti. Dagli esposti fatti parrebbe, che l'influenza del raggio verde, si modifichi secondo la diversa natura dei vegetali; ma io non amo per ora dedurre conclusione alcuna; perchè è meglio aspettare, che vie maggiormente si manifesti la natura.

In ordine poi alla germinazione dei semi dell'*Impatiens balsamina*, ebbi ad osservare:

1. Che nel secondo giorno d'osservazione si svilupparono dei semi esposti al raggio *verde*.

2. Che nel terzo giorno si svilupparono dei semi esposti al raggio *violetto*.

3. Che nel quarto giorno si svilupparono nel *giallo* e nell'*aranciato*.

4. Che nel quinto ne germogliarono nel *turchino*.

5. Che nel sesto giorno perirono quelle pianticine, che nel quarto giorno si svilupparono nel raggio *giallo*.

6. Che nel settimo giorno si svilupparono nel *giallo* due nuovi semi.

7. Che nel nono giorno si svilupparono i semi ch' erano nel cancello senza vetro.

8. Che le foglioline seminali nel raggio verde e nel violetto dispiegarono un verde assai cupo, che non ebbero quelle all' aria libera; che le foglioline seminali delle altre pianticine furono di un colorito verde giallognolo, mentrechè i gambi in tutte furono bianchissimi e trasparenti, ad eccezione di alcuni nel cancello del vetro verde ch' erano rossicci.

SERIE SECONDA

Di osservazioni fatte su pianticine e semi dell' *Echinocactus Octonis*.

IX. Le pianticine dell'*Echinocactus Octonis* erano in perfettissimo stato di salute, della grossezza circa d' un pisello e da nove giorni trapiantate in vasi, ed i semi erano di quelli che furono raccolti nell' anno antecedente. In questa nuova serie d'osservazioni ebbi ancora il vetro rosso, e la grossezza delle pianticine era decrescente nell'ordine seguente: turchino, giallo, verde, rosso, senza vetro, violetto ed aranciato. L' osservazione incominciò il giorno 26 di Giugno, e per le pianticine fu continuata a tutto Ottobre, e pei semi sino al 27 di Luglio.

In ordine impertanto allo sviluppo delle pianticine, ebbi a notare: che per avere dei risultamenti, che non abbiano poi a patire dei cangiamenti, bisogna lasciar trascorrere un intervallo di tempo assai lungo, massime ove si tratti di piante di uno sviluppo assai lento. Infatti, dopo 24 giorni di esposizione, cioè dal 26 Giugno al 19 Luglio 1842, l' ordine decrescente delle pianticine fu come segue: *verde, giallo, turchino, rosso, aranciato, violetto, senza vetro:* e le due pianticine del giallo e dell' aranciato aveano perduto il loro verde primitivo, ed erano divenute di una tinta giallognola quasi esprimente uno stato di patimento. Esaminate queste pianticine di nuovo comparativamente il 6 Agosto, apparve lo sviluppo decrescente nell'ordine che segue: *giallo, verde, rosso, aranciato, turchino, violetto, cancello senza vetro.* La prima pianticella era della grossezza circa di tre piselli. Si ebbe adunque una prece-

denza del giallo sul verde, e del rosso ed aranciato sul turchino. Le pianticine esposte al giallo ed all'aranciato rinverdirono, ma più quelle del giallo che dell'aranciato; e finalmente quelle sottoposte al giallo, turchino, rosso, aranciato, e collocate nel cancello senza vetro, conservarono la loro forma naturale e si allungarono per converso quelle che erano nel verde e nel violetto. Trascorsi che furono quattro mesi d'esposizione, cioè al terminare di Ottobre, furono gli individui dell'*Echinocactus Octonis* sottoposti ad un nuovo esame comparativo, e presentarono i seguenti caratteri:

nel turchino, colorito e forma naturale, altezza di un centimetro.

nel giallo, colorito verde-giallognolo, forma naturale, altezza di 1 ½ centimetro.

nell'aranciato, colorito giallo, forma allungata, altezza di due centimetri.

nel verde, colorito giallo, forma allungata, altezza di 1 ½ centimetro.

nel rosso, colorito giallognolo, forma un po' allungata, altezza di un centimetro.

nel violetto, colorito verde-giallo, forma allungata, altezza di due centimetri.

L'ordine adunque dello sviluppo decrescente fu come segue:

violetto . . . . . } 2 centimetri
aranciato . . . . . }

verde . . . . . } 1 ½ »
giallo . . . . . }

rosso . . . . . } 1
turchino . . . . . }

Dove è bene notare che l'allungamento non si manifestò in relazione nè col naturale colorito della pianta, nè colla sua forma, per cui vuolsi conchiudere, che lo sviluppo delle piante è un fenomeno complesso, che dipende da numerose circostanze, il valor di ciascuna delle quali non è stato peranco determinato dai dotti, e pare che non si possa avere grande speranza di poterlo compiutamente analizzare.

In ordine alla germinazione dei semi dell'*Echinocactus Octonis* osservai:

1. Che nel *violetto* il giorno 19 Luglio apparvero sviluppati tre semi, e che le pianticine erano di un buon verde, e che altro seme si sviluppò il giorno 25 dello stesso mese.

2. Che *nel turchino* il giorno 19 Luglio si sviluppò un seme d'un buon verde, e la pianticina però il giorno 4 Agosto.

3. Che *nel cancello senza vetro*, il giorno 19 Luglio si sviluppò un seme e che la pianticina avea tuttavia una tinta biancastra.

4. Che *nel verde* il giorno 24 Luglio si sviluppò un seme e che la pianticina però nel giorno 30 di Luglio.

5. Che *nel rosso* si sviluppò un seme nel 25 di Luglio e che la pianticina era meschinissima e venne a perire il 26 di Luglio.

6. Che *nell'aranciato* non si sviluppò alcun seme e così pure nel *giallo*.

Impertanto si vede che in questa seconda serie lo sviluppo dei semi si fu:

dal *cancello senza vetro*
violetto . . . . . } giorni 24
turchino . . . . . }
al *verde* . . . . . giorni 29
e *rosso* . . . . . giorni 30.

Non debbo tacere che la massima influenza nello sviluppo dei semi dell'*Echinocactus Octonis* l'ebbi ad osservare in una serra coperta di carta oliata. Essi erano di quelli stessi impiegati precedentemente. Di quelli seminati il giorno 19 Luglio, tre si svilupparono il giorno 20 dello stesso mese, due altri il giorno 24, e due ancora il giorno 27. Il minimo adunque e massimo di questo tempo si fu di 11 e 18 giorni. Non vuolsi inoltre ommettere che furono impiegati vasi e terra come negli antecedenti esperimenti, e che solo, come suolsi praticare dai giardinieri, la terra era coperta di muschio.

SERIE TERZA

Di osservazioni fatte sopra semi dell' *Iberis amara*.

X. Nel giorno 4 di Agosto collocai in osservazione varj semi dell' *Iberis amara* ch' erano stati raccolti da 8 a 10 giorni prima, e ve li mantenni fino al giorno 17 dello stesso mese.

Ecco l' ordine, secondo il quale si svilupparono:

8 *Agosto*, sotto il *vetro verde* si svilupparono semi 7. Le foglie seminali erano d' un bel verde, e rivolte verso la luce.

— sotto la *carta oliata* si svilupparono semi 20. Le foglie seminali erano d'un bel verde.

10 *Agosto*, sotto il *vetro violetto* si svilupparono semi 4. Le foglie seminali erano d'un verde meno intenso delle precedenti.

11 *Agosto*, sotto il *vetro rosso* semi 3.

— nel *cancello senza vetro* » 2.

— nel *vasetto all' aria aperta* » 2.

— sotto il *vetro turchino* » 4.

14 *Agosto*, sotto il *vetro aranciato* » 2.

17 *Agosto*, sotto il *vetro giallo* nessun sviluppo.

Sopra le pianticine dell' *Iberis amara* non si poterono continuare le osservazioni, perchè in pochi giorni divennero di tanto cachetiche, ch' io disperai di poterne ritrarre risultamento alcuno, e perciò ordinai che fossero levati i vasi dai cancelli, per dar luogo alle osservazioni di altre piante.

SERIE QUARTA

Di osservazioni fatte sullo sviluppo delle cipolle dell' *Oxalis multiflora.*

XI. Nel giorno 18 agosto 1842 nei sette cancelli come pure nella serra della carta oliata, furono collocati sette vasetti, nei quali furono piantate delle cipolle dell' *Oxalis multiflora*, che non aveano peranco dato alcun segno di vegetazione. Le cipolle incominciarono a vegetare nell' ordine che segue

27 *di Agosto* nel cancello del *vetro verde.*
28 —— nel cancello della *carta oliata.*
29 —— nei cancelli dei vetri *turchino, giallo e rosso.*
30 —— nel cancello del *vetro aranciato.*
1.° *di Settembre* nel cancello del *vetro violetto.*

Nel giorno 1.° di settembre il cancello ch' era senza vetro fu guernito d' una lastra di colore nerissimo, e dentro vi fu collocato un vasetto con una cipolla di *Oxalis multiflora.* la quale appena dava sentore di vegetazione: furono queste cipolle esaminate comparativamente nei giorni 9 e 22 di settembre, 3 e 25 di ottobre e dimostrarono i seguenti caratteri.

9 *di Settembre*

Sotto il vetro *nero* — colorito giallo, gambo molto sottile, alto 16 centimetri, e diritto.
Sotto il vetro *verde* — colorito verde, gambo un poco sottile, alto 10 centimetri e diretto verso la luce.
Sotto il vetro *turchino* — gambo alto 6 centimetri e diretto verso la luce.
Sotto il vetro *rosso* — gambo alto 4 centimetri e diretto verso la luce.
Sotto il vetro *giallo* — gambo alto 5 centimetri e diritto verso la luce.
Sotto il vetro *aranciato* — gambo alto 3 centimetri e diritto verso la luce.
Sotto il vetro *violetto* — gambo alto 3 centimetri e rivolto alla luce.
Sotto la *carta oliata*, d' un verde più cupo nelle foglie e nel gambo che nei precedenti individui, gambo alto 6 centimetri e rivolto alla luce.

All *aria libera*, di un verde il più naturale, gambo molto ramificato, alto 3 centimetri e più vigoroso.

22 *Settembre*

Sotto il *vetro nero* di un colorito bianco, gambo trasparente, alto 26 centimetri e diritto.

Sotto il *vetro verde* di un colorito verde assai debole, gambo alto 20 centimetri colla cima diretta alla luce.

Sotto il *vetro turchino* di un colorito verde-giallognolo, gambo alto 17 centimetri colla cima diretta alla luce.

Sotto il *vetro rosso*, di un colorito verde, gambo alto 16 centimetri e diritto.

Sotto il *vetro giallo*, di un colorito verde-giallo, gambo alto 16 centimetri e diritto.

Sotto il *vetro aranciato*, di un colorito verde-giallo, gambo alto 15 centimetri e diritto.

Sotto il *vetro violetto*, di un colorito verde debole, gambo alto 13 centimetri e colla cima rivolta alla luce.

Nel cancello della *carta oliata*, di un colorito verde, gambo alto 12 centimetri e *filato*, e colla cima rivolta alla luce.

All'*aria libera*, di un colorito verde naturale, gambo alto 6 centimetri con cinque o sei rami e con bottoni da fiorire, che davano sembianza di essere tra cinque o sei giorni perfettamente sviluppati.

3 *Ottobre*

Sotto il *vetro nero*, di un colorito bianco, gambo alto 36 centimetri e diritto.

Sotto il *vetro verde* di un colorito verde-giallo, gambo alto 35 centimetri, colla cima rivolta alla luce.

Sotto il *vetro turchino*, di un colorito verde-giallognolo, gambo alto 26 centimetri e colla cima rivolta alla luce.

Sotto il *vetro rosso*, di un colorito verde-giallo, gambo alto 29 centimetri e diritto.

Sotto il *vetro giallo*, di un colorito verde-giallognolo, gambo alto 25 centimetri e colla cima un poco rivolta alla luce.

Sotto il *vetro arauciato*, di un colorito verde-giallo, gambo alto 26 centimetri e diritto.

Sotto il *vetro violetto*, di un colorito verde-giallo, gambo alto 24 centimetri e colla cima rivolta alla luce.

All'aria *libera*, di un colorito verde-oscuro, gambo alto 13 centimetri molto ramificato e con bella fioritura.

25 *Ottobre*

Sotto il *vetro nero*, di un colorito al tutto bianco, gambo alto 56 centimetri.

Sotto il *vetro verde*, di un colorito verde-giallognolo.gambo alto 54 centimetri assai sottile, senza indizio alcuno di fioritura.

Sotto il *vetro turchino*, di un colorito verde-giallognolo, gambo alto 42 centimetri il quale segna tre fiori che fra due o tre giorni avranno il loro sviluppo.

Sotto il *vetro rosso*, di un colorito verde-giallognolo, gambo alto 50 centimetri molto sottile, senza indizio alcuno di fioritura.

Sotto il *vetro giallo*, di un colorito verde-giallognolo, gambo alto 35 centimetri senza indizio alcuno di fiori.

Sotto il *vetro arauciato*, di un colorito verde-giallo, gambo alto 34 centimetri, con indizio di fioritura.

Sotto il *vettro violetto*, di un colorito giallo, gambo alto 40 centimetri, sottile, senza indizio di fioritura.

Sotto *la carta oliata*, di un colorito quasi naturale, gambo alto 25 centimetri e sviluppò perfettamente due fiori.

All'*aria libera*, di un colorito verde-oscuro, gambo alto 16 centimetri, fornito di cinque rami, con otto fiori perfettamente sviluppati.

I fiori della pianta sotto il vetro turchino si svilupparono ai primi di novembre; uno cioè ai due, e due ai quattro di detto mese: confron-

tati i petali con quelli che si apersero all'aria libera, non riscontrai differenza alcuna nel colorito.

XII. Da tutte queste osservazioni emerge:

1.° Che la vegetazione sotto la luce colorata, diviene stentata e tisica, come aveano raccolto Senebier e Carradori.

2.° Che l'ordine osservato da Senebier nella germinazione dei semi, non si è verificato nelle mie osservazioni. In quelle di Senebier fu dal giallo al violetto e rosso, e nelle mie la germinazione dei semi dell'*Echinocactus Octonis* e dell'*Iberis amara* fu dal violetto al rosso e giallo, e nella germogliazione delle cipolle dell'*Oxalis multiflora* dal rosso e giallo al violetto (§§. IX, X e XI); mentre secondo Hunt i tulipani germogliarono da principio sotto il vetro aranciato e poi sotto il vetro rosso (§. VI.); e secondo Morren quelli del *Lepidium sativum* e dell'*Alsine media* germogliarono prima sotto i colori violetto, e appresso sotto i colori giallo, e rosso.

3.° Che neppure fu pienamente confermato l'ordine stabilito da Senebier, riguardante l'allungamento delle piante. I risultamenti delle mie osservazioni convengono rispetto ai due termini estremi, cioè massimo all'oscurità, e minimo nell'aria libera; ma discordano nei termini intermedj. Secondo Senebier è decrescente dal giallo al violetto e rosso (§. I.); e secondo le mie osservazioni nell'*Oxalis multiflora* è decrescente dal rosso al violetto e giallo (§. XI.), e nell'*Echinocactus* dal violetto al giallo e rosso (§. IX). Inoltre secondo Senebier la trasparenza e debolezza dei gambi segue la ragione diretta del loro accrescimento; ma io per converso ebbi a vedere, che il gambo d'un individuo dell'*Oxalis multiflora* sotto il vetro turchino fu della lunghezza di 42 centimetri, e che altro sotto il giallo fu della lunghezza di 35 centimetri, e di 34 centimetri sotto il vetro aranciato: e tuttavia quello del giallo non fu valente a dare indizio di fioritura, e quello dell'aranciato, ancorchè ne abbia dato segno, non ebbe virtù di recarla a perfezione (§. XI.), mentre quello del verde turchino sviluppò compiutamente tre fiori.

4°. Che la speciale potenza del raggio violetto sopra il rosso ed il giallo di colorire, secondo Senebier, in verde le foglie dei vegetali, e di possedere

questa efficacia per lo meno al grado stesso della luce libera e indecomposta, viene confermata dalle osservazioni fatte sugli individui dell' *Impatiens balsamina*, ma non da quelle instituite sugl' individui dell' *Oxalis multiflora* (§. VIII e XI.); e questi stessi risultamenti discordano da quelli di Morren, secondo il quale la virtù di far inverdire le piante appartiene al raggio giallo ed all' arancio.

5.° Che la virtù roboratrice sia minore secondo Senebier nel raggio violetto che nel giallo e nel rosso, non viene confermato dagli esperimenti del Poggioli (§. III.), nè dai miei instituiti sugli individui dell' *Impatiens balsamina* (§. VIII.).

6.° Che la sentenza del Poggioli sul minore vantaggio alla vegetazione del raggio verde in confronto del rosso è sostenuta dai risultamenti, che mi ebbi dagli individui dell' *Impatiens balsamina*, e *Ocymum viride*, e *Myrtus moscata* (§. VIII.)

7.° Che la maggiore virtù roboratrice rinvenni nell' individuo dell' *Oxalis multiflora* sottoposto al vetro turchino (§. XI.)

8.° Che le cime delle piante nell' *Oxalis multiflora* esposte ai vetri rosso, aranciato e giallo si mantennero diritte, mentre le altre erano piegate verso la luce (§. VI e XI); e che altrettanto aveva osservato sotto i vetri aranciato e giallo negli individui dell' *Impatiens balsamina* (§. VIII.)

Dopo tutto questo io debbo ripetere ciò che dissi al §. IX. di questa Memoria, che gli effetti della fisiologia vegetale sono più complessi di quello che a prima vista non sembri; e qui parmi debbasi avere precipuamente riguardo alla azione elettiva della luce decomposta sulle varie condizioni organico-vitali dei tessuti, che sola può render ragione del perchè nei varii individui delle varie specie, si presentino quelle diversità di fenomeni che furono esposte.

(*Presentata il 26 Novembre 1842.*)

NOTE

(1) *Del trasporto della materia ponderabile nelle correnti elettriche e della legge dell' abitudine estesa alla Materia inorganica.* Memoria letta all' Ateneo Veneto nella tornata del giorno 11 Gennaio 1841.

Dell' Elettrotipia considerata nelle sue relazioni colla teoria elettro-chimica. Memoria letta all' I. R. Istituto Veneto nella pubblica adunanza del giorno 20 Aprile 1841.

Dell' Elettrotipismo applicato alle arti belle ed utili. Memoria letta all' Ateneo Bresciano nella tornata dell' 11 Luglio 1841.

(2) *Dei nodi elettro-termici dell' apparato voltiano.* Esperienze comunicate nella pubblica adunanza dell' I. R. Istituto Veneto del 12 Luglio 1841.

Sopra alcuni fenomeni, che presentano i poli di un elettromotore voltiano, e precipuamente sopra la facoltà calorifica e combustiva. Memoria letta alla sezione di fisica della terza riunione degli Scienziati tenuta nel Settembre 1841 in Firenze, colla addizione delle esperienze fatte dal sig. Dottor Hare e dal sig. Giorgio Mackrell, estratta dal Giornale per servire ai progressi della Patologia e della Terapeutica. Venezia 1842.

Osservazioni ed esperienze sulle condizioni e sulle leggi dei fenomeni elettro-termici dell' apparato voltiano, e sulle cause che sono loro assegnate dai fisici. Memoria letta all' I. R. Istituto Veneto nelle pubbliche adunanze dei giorni 20 e 21 Febbrajo 1842.

(3) *Mémoires physico-chimiques. Influence des différents rayons qui composent la lumiere solaire sur les plantes qu' on y fait végéter.* T. II, pag. 55-74. Genève 1782.

(4) *Physiologie végétale.* T. IV, pag. 273. Genève an. 8.

(5) *Della fertilità della terra.* Ediz. V, pag. 62. Firenze 1814. Osservazioni sull' azione della luce sopra le piante cachetiche. *Atti dell' I. R. Società dei Georgofili di Firenze.* T. IX. *Opuscoli scelti di Milano.* T. XXII, pag. 138, an. 1803. *Giornale Agrario di Napoli. Memoria sul verde delle piante* **Effemeridi Chimico-Mediche di Milano dell' anno** 1807, pag. 1-6.

(6) *Ricerche sulla cagione, per cui le piante private della luce diventano cloritiche o cachetiche. Annali dell' Agricoltura del Regno d' Italia compilati dal Cav. Filippo Re per l' anno* 1812, pag. 236.

(7) *Dell' influenza che ha il raggio magnetico sulla vegetazione delle piante.* Memoria del Dottore Sebastiano Poggioli Prof. di Botanica nell' Archiginnasio Romano recitata in Roma nell' Accademia dei Lincei. Opuscoli scientifici T. I, pag. 9. Bologna 1817.

(8) *Al chiarissimo Autore della precedente Memoria sull' argomento della medesima.* Lettera del Dottore Francesco Orioli professore di fisica nella Pontificia Università di Bologna. Opuscoli scientifici. T. I, pag. 24, Bologna 1817.

(9) *Echo du Monde Savant.* 5 Mai 1842 N. 726 pag. 280.

(10) *Echo du Monde Savant.* 26 Mai 1842 N. 732, pag. 322. Influence des différents rayons du spectre solaire sur les plantes. Par M Hunt, de l' institution royale polytechnique de Cornwall.

(11) *Echo du Monde Savant.* 17 Juillet N. 4. Influence de la lumière sur la germination des graines et accroissement des végétaux. *Philosophical Magazine.* Vol. XVI, pag. 331. Vol. XXI pag. 220. *Sir John F. W. Herschel on the action of the Rays of the Solar spectrum on vegetable colours ec. ec.* Bibl. Univ. T. 41 N. 82 octobre 1842 pag. 397. *Recherches rélatives à l' influence de la lumière sur la germination des graines et l' accroissement du végétable.*

INTORNO

ALLE

MOLECOLE DE' CORPI ED ALLE LORO AFFINITÀ DIPENDENTI

DALLA FORZA RIPULSIVA INSITA ALLE MEDESIME

RICERCHE

DEL DOTT. BARTOLOMMEO BIZIO

Je pose la difficulté et je la regarde, je ne la résous pas, laissant cette tâche à nos jeunes chimistes dont je désire vivement avoir excité l'attention par cette discussion, convaincu que je suis qu'il n'existe pas dans la science une question plus digne de leurs méditations.

Cassaigne, Philosophie chimique, D. Parisien, Tome

Più volte pensava meco medesimo, onde venisse che, dopo il decorso non breve d'oltre anni venti dappoichè il Fusinieri svelò alcuni fatti comprovanti nella materia una forza per innanzi sconosciuta, nessuno vi avesse posto mente, nè se ne giovasse in ciò che concerne all'applicazione che ne può esser fatta per ispiegare molti fenomeni, che non trovano ragione nelle dottrine generalmente adottate. Avendo io adunque veduto che, da' fatti più principali del Fusinieri, e di coloro che il precedettero, dirittamente se ne inferiva che, date alcune condizioni, si palesa nella materia una forza ripulsiva (1) intrinseca alla materia stessa, e perciò indipendente da qualunque principio straniero alla medesima, avvisava di valermi del lume porto da questi fatti nella spiegazione de' fenomeni, che concernono l'azione chimica. Venuto adunque in questo proposito faceva mestieri ch'io pigliassi in attenta disamina le primissime osservazioni e sperienze del Fusinieri, e che a passo a passo il seguissi per tutta la lunga serie de' fatti, che la nuova forza palesano.

Egli adunque pubblicava le sue prime osservazioni e sperienze nell'anno 1821 (2), colle quali continuandosi al Carradori e agli altri che il precedettero sopra i movimenti girevoli della canfora e di altre materie odorose, come altresì sopra gli spandimenti degli olii alla superficie dell'acqua, allargava grandemente le indagini con ogni maniera di liquidi combustibili ed acidi. Ed in ciò fare o ne osservava gli effetti alla superficie dell'acqua, o sopra al mercurio, o sopra al vetro polito, od a contatto dell'aria, o del gas idrogeno, o nel vuoto pneumatico, non senza pigliare altresì in considerazione le bolle dei liquidi prefati o riposanti sur il liquido stesso, o ridotti in pellicola colle due superficie libere, e ciò mediante telai acconciamente ordinati. Ognuno di questi modi diversi di operare costituiva una serie di sperimenti speciali, in ciascuna delle quali ei rifaceva ogni singola pruova con ognuno de' liquidi precedentemente adoprato, e notava ogni più minuto particolare che gli veniva veduto in ciascuna condizione diversa in cui i liquidi erano posti. È facile vedere come penosissime dovessero riuscire all'autore quelle minute osservazioni e sperienze, e quindi nojose a' lettori, che a tutta prima, ed anche forse dopo un attento studio, non ne scorgono la precisa importanza: io credo che da ciò venisse, comechè ingiustamente, la ragione precipua di quella noncuranza in cui furono avute.

Oltre le minute particolarità d'innumerevoli fatti, che distolsero l'attenzione dei fisici da quello studio, veniva, io credo, a dilungarneli maggiormente la cagione ch'egli assegnava allora al fenomeno. Essa doveva consistere, secondo lui, in una perturbazione nell'equilibrio del calorico latente, onde, per sola cagione della figura in cui veniva la goccia di un liquido alla superficie o dell'acqua, o del mercurio, o d'altro, esso calorico compartivasi differentemente nella goccia medesima, cioè, accumulavasi nel contorno, cagionando quivi rarefazione, mentre il sottraersi dalle parti centrali e più interne della goccia medesima produceva ivi un addensamento o costipazione. Questa sua maniera di vedere apparisce chiaramente dalle stesse sue parole, che io qui riferisco: *E giacchè*, egli dice, *lo sviluppo del calorico che rarefà le parti del liquido accade in quei medesimi luoghi ove le altre parti si addensano, ne segue che tale sviluppo accade con trasporto*

o passaggio del calorico latente dalle parti che si addensano a quelle che si rarefanno. In questo passaggio segue il calorico la regola di distribuirsi in giro dalle parti donde esce, perchè l'addensamento accade sempre intorno ad una parte che si rarefà, e la rarefazione intorno ad una parte che si addensa (3); e le cose medesime si ripetono in altri luoghi moltissimi di quell'esteso lavoro (4), che tiene una parte grandissima dell'intero volume annuale. Da ciò ne venne che avendo egli osservato in quei punti, dove il detto *calorico latente* produce rarefazioni, spiccarsi vigorose correnti liquide, chiamolle *esplosioni* (5) e quindi *forza esplosiva* la cagione inducente il soprammentovato accumulamento del *calorico latente*, che dà la tensione operatrice dell'effetto. Abbracciata l'idea degli accumulamenti prefati di calorico, indagava, mediante termometri sensibilissimi, se in que' siti, dove il calorico sembrava meglio adunarsi, avesse ivi luogo innalzamento di temperatura; ma dopo iterate sperienze era costretto conchiudere non seguirne giammai il menomo scaldamento (6): da ciò avviene che il leggitore si trova appresso gittato, senz'avvedersene, in un bujo perfetto, perchè non iscorge un motivo, non una ragione anche menoma, da cui nasca il dubbio, in cui entra l'autore, quando viene al termine del suo lavoro, che, cioè, quel calorico, onde gli effetti soprammentovati derivano, debba essere diverso dal *latente* (7), mentrechè gli sperimenti termometrici venutigli al tutto negativi, dovevano anzi vie meglio confermarlo nella posta sentenza che cioè, nelle stesse rarefazioni il predetto calorico non cangiasse mai di natura. Ma c'è ancora di più; c'è che quella perplessità che dapprima ha vista di un semplice dubbio, senza ch'entrino innanzi novelli argomenti i quali facciau ragione del ricredersi dalla prima opinione, si cangia finalmente in certezza e ci addita senza più quello stesso calorico, inetto a dare il più minuto segno di scaldamento, siccome quello cui si vogliono attribuire tutti gl'innalzamenti di temperie, che hanno luogo nelle chimiche azioni (8).

Queste deduzioni adunque, che si annettono male fra loro, anzi fanno dirittamente alle pugna, vogliono avere lasciati i fisici dubbiosi e perplessi, e senza poter quindi essere meglio illuminati, allorchè l'autore entra a parlare della espansione de' vapori, dove si esprime così: *fu stabilito general-*

mente che le sostanze espandendosi (9) *si approssimano sempre più allo stato solido. Anzi i vapori perdono il loro stato e si addensano contro le superficie che percorrono, formandosi uno strato continuo* (10). Qui viene subito agli occhi, fermandoci ai fatti che il Fusinieri ci reca, e alle ragioni che adduce, non esser vero che *le sostanze espandendosi si approssimino sempre più allo stato solido;* dacchè la parte che realmente si espande è altresì quella che si rarefà, stante l'accumulato *calorico latente;* nè si consolida che la porzione attigua donde il calorico si parte. Tanto è ciò vero che dove seguono le rarefazioni ivi la materia si espande, che l'autore vide spiccarsi di là le sopramentovate *vigorose correnti liquide*, le quali dando vista di altrettante piccolissime esplosioni, il trassero ad intitolare *forza esplosiva* la cagione di quel fenomeno. Ora s'è vero, come non ha dubbio, che la materia espandentesi è altresì quella che si dirada, donde il Fusinieri dice *che i vapori i quali si espandono perdono il loro stato e si addensano contro le superficie?* In questo caso avverrebbe che nella porzione del vapore, che si espande anzichè accumularsi *il calorico latente*, si partirebbe e passerebbe adunandosi in quella porzione attigua del vapore che non si espande, cioè a dire, seguirebbe precisamente il contrario di ciò, che avviene nei liquidi e nei solidi. Io porto quindi opinione che in giunta alla minutezza e moltiplicità delle osservazioni comprese nel lavoro citato, venissero eziandio le contraddizioni mentovate a dilungare i fisici da quello studio, apertoci dal Fusinieri con buona mano di sperimenti e di osservazioni, le quali sono tutte pregevoli in quanto ai fatti che recano, ed altresì importanti in ciò che concerne alla *forza esplosiva* per lui veduta manifestarsi negli spigoli. Senza che merita lode l'avere egli innanzi ogni altro chiarito evidentemente che le superficie non adoperano punto di attrazione verso i liquidi e le altre materie che si espandono.

Indi nell'anno 1823 l'autore ripigliava l'argomento medesimo (11) e quivi richiamava l'attenzione sopra tutti i fatti più principali, compresi nella precedente *Memoria;* ma ivi non parla più di perturbazione di equilibrio nel *calorico latente*, non più dei suoi accumulamenti, nè la tensione che induce è detta più *forza esplosiva*, ned esplosioni gli effetti; ma la forza che muove e dirada la materia secondo la direzione degli spigoli, e là dove le

dimensioni della materia meglio decrescono, dicesi *ripulsione* o *forza ripulsiva* (12), la quale adoperando un' azione tutta conforme al calorico, e risultando non essere più nè il *latente*, nè lo *specifico*, perchè altra legge non segue che la diversa natura delle sostanze, senza punto farci comprendere i reali motivi del suo discredere la sentenza portata avanti, intitola la forza operante l'attennazione della materia *calorico nativo* (13).

Appresso ci viene assegnando gli attributi di quel suo nuovo calorico, e dice essere *non più un fluido elastico, ma una forza sconosciuta della materia* (14); e poscia *una forza propria della materia sensibile* (15); non senza aggiungere in fine: *essere il calorico nativo un principio generalmente diffuso in tutte le sostanze corporee ed essenziale alla loro esistenza* (16); donde s' inferisce ch' essendo *il calorico nativo una forza propria ed essenziale all' esistenza* della materia ch' è *la sostanza* di tutte cose *corporee*, la materia non può esistere disgiunta da quella *forza:* tantochè chi dicesse una sostanza avere perduto il suo *calorico nativo* sarebbe lo stesso che affermasse essersi annientata la sostanza medesima, ciocch'è impossibile. Tuttavia il Fusinieri dopo di averci contrassegnata quella sua forza quale un attributo *essenziale della materia* ne dice: *si rimarca che l' ossigeno combinandosi ai corpi combustibili forma dei composti nei quali è grandemente diminuita la forza di espandersi perchè appunto il loro calorico nativo, che costituiva quella forza, si è sciolto da essi nell' atto della ossidazione* (17). E più innanzi: *questo aumento di capacità* (l' autore parla dell'acqua) *ad onta della grande condensazione avvenuta si spiega, come nei casi degli ossidi metallici, dalla perdita che ha fatto l' idrogeno di quel calorico suo naturale che lo rendeva infiammabile* (18) *e quindi afferma esservi tutta l' apparenza che quando il calorico nativo è occupato a muovere la materia si mantenga ancora in quella come celato, e più facilmente se ne liberi quando il corrispondente moto è impedito* (19); non senza continuare appresso dicendo: *così in genere allorchè questo calorico si svolge nelle chimiche combinazioni può essere assorbito e non agire più come calorico libero per tutte quelle cause che fanno assorbire e scanire qualunque altro calorico* (20); e finalmente com' entra a parlare della singolare infiammazione istantanea dell' ossido di

cromo, della zirconia e di altre materie consimili, si esprime in questa maniera: *Quegli ossidi dopo l' infiammazione hanno perduto una parte del calorico loro nativo, hanno una forza espansiva più debole e sono quindi più difficili a combinarsi agli acidi* (21). Ora adunque: diremo noi se il calorico nativo è una qualità essenziale all' esistenza della materia, come il Fusinieri ce lo additava precedentemente, esso dev' essere tanto inerente alla materia stessa, quanto, esempigrazia, l' estensione, e la gravità, e siccome quest'ultima può bensì essere impedita nell' opera dei suoi effetti, ma non *perduta della materia*, così non può giammai avvenire che *nelle ossiduzioni si sciolga da' combustibili;* che *l' idrogeno il perda combinandosi all' ossigeno* per formare l' acqua; che *si liberi* dai corpi; che sia *assorbito;* che *svanisca*, e finalmente che la zirconia ed altre sostanze *ne perdano alcuna parte.*

Nè è questo solo il contrasto, che fan tra loro le opposte sentenze, essendo ancora da osservare che l' autore prima riconobbe in più luoghi del suo lavoro pubblicato nell' anno 1821, la forza di coesione, come opponentesi agli effetti che tende a produrre la *forza esplosiva* o *calorico nativo*, come ci viene veduto dalle seguenti parole: *dunque la coesione non cessa di agire e soltanto agisce perpendicolarmente a ciascuno strato; mentre la ripulsione agisce ad esso parallela* (22); e di nuovo rafferma più innanzi l' opera sua, aggiungendo: *la stessa forza* (calorico nativo). *quando trovando ostacoli al moto nelle direzioni divergenti ne acquista di contrarie e convergenti, allora diviene cospirante colla coesione in quanto alla riunione della massa alla prima forma* (23); talchè da queste parole chiaro ne viene ch' egli ammetteva nella materia l' esistenza di quella forza, che l' universale dei fisici chiama *coesione;* mentre più appresso cambia sentenza, e soggiugne: *Ma quando il fatto mostra la vera causa della coesione delle parti essere il convertimento della forza da prima espansiva in forza coercitiva e quando questa sola è bastante a produrre l' effetto a segno anche di comprimere le parti stesse con sorprendente violenza, è inutile la supposizione di un' altra forza fra le parti stesse, che con quella cospiri* (24); e più innanzi seguita dicendo: *Avere le osservazioni dimostrato che quando non può agire come forza espansiva diradando la materia e*

dividendola, converte l'azione propria in opposta direzione e diviene forza coercitiva riunendo le parti della materia già sparsa, riducendole alla prima aggregazione e premendole insieme. D'onde risulta che la stessa forza è anche la causa dell'effetto attrattivo scambievole, sia di molecole omogenee, sia di molecole eterogenee, nè v'ha più bisogno di supporre l'attrazione quale comunemente si considera, che consiste in reciproche influenze inconcepibili, quando l'effetto è prodotto visibilmente da quella che i fenomeni hanno palesata (25). E qui io non dubito che a' fisici parrà in contrario *inconcepibile* come seguir possa che facendo la materia priva di qualunque attrazione, la *forza coercitiva* basti non solo a porre in atto l'aggregazione delle parti, ma a conservare permanentemente la fisica costituzione delle mosse, anzi dirò più, la natura e la forma chimica de' composti; giacchè l'autore non teme di affermare *che la stessa forza è anche la causa dell'effetto attrattivo scambievole sia di molecole omogenee, sia di molecole eterogenee, onde non v'ha più bisogno di supporre l'attrazione quale comunemente si considera.* Per iscorgere l'insussistenza di questo singolare pensamento ci basti riflettere quale potenza *coercitiva* non sia per essere quella della pressione di molte atmosfere, valevole a ridurre in istato liquido parecchi gas non mai veduti per innanzi in quella forma. Ivi le parti sono indubitatamente *compresse con sorprendente violenza*, e tuttavia per non essere in quelle parti coesione sufficiente a conferire alla materia la condizione liquida assunta, come cessa l'enormità della compressione, incontanente quelle sostanze ripigliano lo stato aereo primitivo, ed appunto *con sorprendente violenza*, siccome il gas acido carbonico ne diede non guari di tempo un lacrimevole esempio. Questa semplice riflessione fa chiaramente comprendere l'erroneità, in cui è qui caduto l'autore.

Nè vogliono a ciò solo restringersi le considerazioni nostre sopra alcune discordanze, che dovettero torcere l'animo dei fisici da quella giusta estimazione in che, per molti rispetti, vorrebbono aversi le diligenti ed iterate sperienze del Fusinieri. Egli seguita appresso ragionando degli effetti del calorico nativo nella materia attenuata, e dice: *che quanto più una sostanza si espande sempre più perde della sua continuità nelle direzioni dell'espan-*

sione, diviene sempre più solida ed insieme più rarefatta, ossia specificamente più leggera (26), e qui l'autore parla dell'espansione dell'olio di lino, nè io mi so capacitare, nè altro credo poter essere che si capaciti, che l'olio di lino, o qualunque altra sostanza uno voglia, divenga *più rarefatta* e per conseguenza *specificamente più leggera, tornando insieme sempre più solida.* Può avvenire, anzi avviene non di rado, che una sostanza cangiandosi di liquida in solida divenga *più rarefatta* e quindi *specificamente più leggera*, come segue dell'acqua, di alcuni metalli ed altri corpi ancora, ma è falso decisamente che qualora una sostanza sia già fatta *solida, divenendo sempre più solida e insieme sempre più si rarefaccia e torni specificamente più leggera:* perchè una sostanza solida non può divenire vie più solida dove le parti sue maggiormente non si accostino; ma un maggiore accostamento delle parti induce, posto il medesimo volume del corpo, una maggior massa, e questa fece sempre e seguirà a fare il corpo più greve, anzichè *più rarefatto e insieme specificamente più leggero*, come vuole il Fusinieri. Questa asserzione fa dunque indubitatamente alle pugna con una legge più certa de' corpi; tuttavia il nostro autore diceva prima anche più, diceva: *che il vapore che si espande perde il suo stato e si riduce in lamina liquida o solida* (27), mentre in più luoghi del suo lavoro troviamo: *che in tutti i casi per virtù del calorico nativo è grandemente accelerato lo svolgimento del vapore, e nei corpicelli solidi è più celere alle loro estremità più acute* (28); che non solo *il fosforo sul mercurio entra in istato di fusione* (29), ma lo stesso ferro ed altri metalli (30), come ci viene veduto chiaramente dalle parole, che seguono: *i piccoli frammenti dei metalli che non si fondono alla massima temperatura, cui possa giungere il mercurio, come lo zinco, l'antimonio, il rame, l'argento, l'oro, il ferro si espandono pur essi in lamine continue sul mercurio caldo ed anche sul freddo, è certo che non possono prendere quella forma* senza fondersi e volatilizzarsi (31): onde appresso conclude: *Bisogna dunque rimontare ad una azione più generale del calorico nativo, che regola tutti questi fenomeni, ad una legge di suo sviluppo che fa entrare in fusione e volatilizzazione spontanea i corpi più fissi e più solidi nei quali risiede* (32). Noi qui ci permettiamo di osservare in qual maniera

si possano giammai conciliare queste due opposte sentenze in riguardo agli effetti, che il calorico nativo produce, cioè. *che quanto esso fa più espandere una sostanza, essa divenga sempre più solida. colla legge del suo sviluppo di far entrare in fusione e volatilizzazione spontanea i corpi più fissi e più solidi, come sarebbero lo zinco. l'antimonio. il ferro che nell espandersi si fondono sopra il mercurio anche freddo.*

Queste troppo evidenti contraddizioni, in cui l'autore è caduto, deggiono avere efficacemente contribuito a menomare la stima dei fisici verso le cose meglio importanti contenute ne' suoi lavori; senza che, venne in questo mezzo la scoperta del Pouillet a travolgere le più gravi deduzioni del Fusinieri circa gli attributi del suo *calorico nativo*. E valga il vero, precedentemente abbiamo veduto avere il Fusinieri procacciato, mediante termometri sensibilissimi, di sapere se nell'atto delle espansioni vi avesse il benchè menomo scaldamento, ed esser sempre giunto a risultamenti negativi, talchè fu costretto conchiudere che non vi avea il più piccolo indizio di calorico libero, nemmeno nel caso meglio propizio, in cui l'espansione era tanto vigorosa da recare la materia in uno stato di visibile ebullizione (33). In contrario il Pouillet, come tutti sanno, in questo mezzo tempo ci chiariva, mediante sperimenti meglio dimostrativi, che ove si bagnino le polveri secche, e fra queste il vetro medesimo, con acqua, ed altri liquidi eziandio combustibili, vi ha realmente uno sprigionamento di calorico, reso manifesto da evidenti indicazioni termometriche. Questo fatto del Pouillet entrava necessariamente nella categoria delle espansioni, siccome il Fusinieri fece incontanente di ridurlo. Se non che lo sprigionamento del calorico incontrovertibilmente dimostrato dagli sperimenti del fisico francese si opponeva dirittamente ai risultamenti negativi del fisico italiano; laonde correndogli obbligo di ricordare, com'ei si esprime, *le esperienze ultimamente fatte in Francia dal sig. Pouillet*, dice, *però ch'egli ignorava probabilmente, quello ch'era già fatto in Italia*, per la qual cosa *non era rimontato alla vera causa del calore manifestatosi nelle sue sperienze* (34); ed io convengo essere probabile che il Pouillet ignorasse quelle sperienze; ma siccome il Fusinieri non solo non si era accorto che nelle espansioni vi avesse innalzamento di temperatura, ma faceva anzi malleverìa

ai fisici coi suoi fatti sperimentali non darsi in quell'atto il menomo scaldamento, così quand'anche il fisico francese avesse certezza *di quello ch'era già fatto in Italia* avrebbe dovuto credere tutt'altro che le espansioni fossero cagione del calorico ch'ei scorgeva prodursi; dico anzi che sarebbe stato più facile che andasse col pensiero a cercare nelle *espansioni* la cagione del fenomeno, quando non calore, ma gli fosse veduto producimento di freddo; perchè in fatti il fisico nostro, come abbiam veduto dianzi, dichiarava di non avere giammai riconosciuto la menoma manifestazione di calorico nell'atto delle espansioni anche più vigorose.

Tuttavia ottimo vuolsi estimare l'accorgimento del Fusinieri nell'avere scorto nei fatti del fisico francese (non ostante i propri esperimenti che gli provavano il contrario), gli effetti delle espansioni, e nell'avere allora con piena sicurezza allargata la cerchia del nuovo campo di scienza sino ad abbracciare un numero grande di fatti, che si attengono alla fisica ed alla chimica. Fu adunque dall'epoca della scoperta del Pouillet che il *calorico nativo*, quantunque non si tenesse più un *fluido elastico*, ma *una forza propria ed essenziale all'esistenza della materia* si vide, trasmutarsi in *un altra sorgente di calorico libero, quello, cioè che si svolge da sè stesso per l'attenuamento delle dimensioni, il quale passa prima allo stato latente, indi allo stato libero* (35); *perchè nell'esercizio del suo modo di agire lo stesso calorico nativo cangia forma di esistere nella materia, almeno in parte, e prende gli altri due stati* (36); aggiungendo appresso *essere il calorico nativo atto nel suo svolgimento ad assumere anche le due forme di calorico latente e di calorico libero* (37). Laonde seguita più innanzi: *quello stesso agente* (il calorico nativo), *che divide reciprocamente le sostanze e le combina e forma un terzo corpo, è poi quello medesimo che sotto altre forme di esistenza da quelle contemporaneamente si scioglie ed altre nuove azioni produce conosciute sotto i nomi di calorico e di luce* (38); sicchè ne conseguita che *questo calorico allorchè si svolge nelle combinazioni può essere assorbito, e non agire più come calorico libero per tutte quelle cause che fanno assorbire e svanire qualunque altro calorico* (39). In questa maniera il nostro autore, dopo i fatti messi in luce dal Pouillet, si argomenta di dare

spiegazione, mediante gli effetti delle espansioni, di tutto il calorico e della luce, che si manifestano nelle chimiche combinazioni, e quindi nella medesima combustione, stimando così di sopperire al difetto delle teoriche, che vigono, le quali si trovano insufficienti a rendere ragione di quella notevole quantità di calorico che in più e più casi di chimiche azioni producesi. Tuttavia tali pensamenti del Fusinieri non furono accolti, perchè, noi crediamo, a' fisici non capì nell'animo come *una proprietà essenziale all'esistenza della materia* divenisse quindi *calorico libero*, si partisse dalle sostanze e fosse da altre *assorbita*; e tanto meno poterono loro entrare tai nuovi pensamenti, quanto che, come apparisce dai brani citati, le innovazioni introdotte dal Fusinieri si riducono a mere asserzioni di trasformazione di *una proprietà essenziale della materia in calorico libero*, senza che sia dimostrato come addivenga questa portentosa permutazione di una semplice qualità in un ente che fugge. La mente adunque non vede come possa avvenire che una *proprietà essenziale all'esistenza della materia* possa spiccarsi dal subbietto, cui essenzialmente appartiene e trasfondersi in altro, assumendo prima la forma di *calorico libero*, e in questa impossibilità dell'intelletto a comprendere si piegò volentieri a discredere, torcendo indebitamente l'attenzione da una serie di fatti importantissimi.

Io, a differenza degli altri, evitava questo inciampo, perchè avendo preso in esame i fatti principali, e ripetuti altresì gli sperimenti, ebbi campo d'indirizzare le mie idee circa la ragione de' fenomeni per una via più naturale e più semplice, che non andò il Fusinieri. Mi parve ognora di scorgere che tutti i fenomeni della materia attenuata provengano da ciò, che la materia recata ad un grado estremo di attenuazione, anzichè obbedire alla forza attrattiva molecolare, soggiaccia alla potenza ripulsiva ogni volta che la tenuità delle parti si agguagli alla grandezza delle molecole spettanti ad un dato corpo. Allora queste molecole, finchè durano in tale stato, si presentano costantemente negli aspetti di calorico, di luce ed anche di elettrico: anzi tenni sempre che il primo indizio di esservi in un corpo molecole che per lo stropicciamento od altro abbandonarono lo stato di aggregazione, sia quello dei segni elettrici, che il corpo medesimo manifesta; poscia di calorico, allorchè

le molecole libere sono meglio elastiche ed animate da maggior forza ripulsiva; e finalmente di luce, quando pervengono al più alto grado di ripulsione e la materia medesima, che le costituisce possa essere, dalla propria interiore forza ripulsiva risoluta in un ordine di molecole incomparabilmente più piccole di quelle, che spettano alla materia aggregata. Chiaro quindi apparisce che in tutto ciò che concerne alle cose del Fusinieri, io non sono giammai stato d'accordo con esso in riguardo alla interpretazione dei fenomeni, ma mi sono avviato per un sentiero totalmente diverso, come evidentemente risulta, allorchè sette anni fa dava opera in via compendiosa alla spiegazione del fenomeno del fuoco, dove mi sono al tutto dilungato dal Fusinieri, da che non avendomi giammai potuto persuadere con le ragioni sue, male mi sarei argomentato di persuadere gli altri, ed ecco perciò di qual maniera io spiegava quel fenomeno, ed altri ancora che dalla stessa cagione procedono: « Siccome la materia in istato ripulsivo, o di naturale attenuazione si palesa » cogli aspetti di calorico, di luce e di elettricità, ecco per qual cosa nelle » combustioni più ordinarie, che sono vere combinazioni chimiche, si mani- » festi il fuoco. Ecco perchè nei casi più comuni occorra un precedente » scaldamento, affinchè il corpo cominci ad ardere. Lo scaldamento iniziale, » che si fa provare ad una materia porta l'effetto di porre in atto la forza » repulsiva delle molecole, la quale, tostochè comincia, progredisce e si » accelera di per sè stessa, essendo il primo assottigliamento avvenuto, causa » di attenuazione successiva. Ecco donde avviene che, dov'è più energica » l'affinità dell'ossigeno verso il combustibile, sia più grande il calore che si » appalesa nelle combustioni, perchè a proporzione dell'affinità che accozza » la materia attenuata, la forza ripulsiva si adopera per apprestarne in » modo, che per tal conto l'affinità diviene cagione indiretta, onde accre- » scere la forza ripulsiva della materia (40).» Laonde apparisce qui un gran divario tra quello ch'io tenni e i pensamenti del Fusinieri, che fa consistere *il calorico nativo in un attributo essenziale all'esistenza della materia, che diventa poi calorico libero e svanisce*, dove io metto che la materia stessa per una estrema attenuazione delle sue parti si rechi allo stato ripulsivo, e sinchè dura in quella condizione seguiti a mostrarsi ognora negli aspetti di

elettricità, di calorico e di luce. Questa maniera di vedere la ragione de' fenomeni, che la materia attenuata produce, è ripetuta in più luoghi dell'opera anzidetta (41), e meglio verrà veduto in questo lavoro e ne' successivi che vi terranno dietro, abbraccianti, oltrechè le affinità, i fenomeni tutti delle chimiche combinazioni, delle decomposizioni, delle soluzioni e cristallizzazioni de' corpi, fondando sempre la dimostrazione dei fatti nello stato repulsivo e per conseguenza nella condizione elastica assunta dalle molecole, stante il solo fatto dell'estrema attenuazione, cui si riduca la materia, qualunque sia per essere il modo impiegato per condurla a tal estremo di assottigliazione.

In questa maniera dispajono tutte le contraddizioni, in cui cadde il Fusinieri stante gli attributi, che gli piacque conferire al suo *calorico nativo*, e mediante il quale ci si adopera di spiegare i fatti numerosi e veduti nelle sue sperienze, e incontrati nelle opere di coloro che contribuirono agli avanzamenti delle scienza. Per altro, non ostante i molti sconci, che ci vennero veduti in questo e nell'altro lavoro del Fusinieri, in grazia di che tutti i fenomeni attenenti principalmente alla chimica, ch'egli si argomentava con sue ragioni dilucidare, venivano all'opposto intenebrati, importante risulta il fatto, ch'ei manifestò innanzi ogni altro, cioè dovere l'attenuazione della materia precorrere necessariamente l'azione chimica, come accenna in più luoghi de' lavori antidetti, e chiaramente rafferma con le parole che seguono: *mostrano questi fatti.... che la combinazione è anzi posteriore e che l'espansione ponendo le parti a contatto in ampia superficie è la causa per cui possono in quella forma combinarsi. In somma l'espansione è la causa del contatto e questo della combinazione* (42). Che è a parer nostro conseguenza importante pel lume, che sparge sopra la parte grandissima, che tengono le espansioni nella chimica azione; tantochè ce ne duole averne l'autore dilungata l'attenzione de' chimici, escludendo per intero, come abbiamo precedentemente veduto, ogni influenza attrattiva sì nella coesione che nelle chimiche combinazioni, che all'espansione de' corpi conseguitano.

L'anno appresso, cioè nel 1824, il Fusinieri entra a dar ragione, col mezzo del *calorico nativo*, *del fatto scoperto dal Davy* concernente *l'ignizione del platino in miscugli di vapori o di gas combustibili coll'ossigeno*, e sì ancora

di quelli ultimamente scoperti dal Doebereiner e da altri (43); e siccome in questi casi il calorico nativo adopera la sua azione ne' vapori e nei gas combustibili, così qui il Fusinieri seguita dicendo, come dianzi feci osservare, che questo calorico espande i vapori e i gas riducendoli *in lamine concrete:* anzi, acciocchè veruna dubitazione giammai possa nascere, se io abbia o no renduto esattamente il concetto dell' autore, recherò qui uno de' brani più principali, che le idee dell' autore stesso comprende. *La forza,* egli dice, *per cui non solo i liquidi, ma anche i vapori e i gas combustibili abbandonando lo stato elastico si riducono in lamine concrete alla superficie non è nè attrazione nè forza elettrica, nè alcun' altra in passato conosciuta. È una forza di ripulsione, ossia di espansione spontanea, dapprima non considerata, diffusa in tutti i corpi e principalmente nei combustibili, e negli acidi, o meglio in generale nelle sostanze, che sotto l' azione della pila spiegano energiche le due opposte elettricità. È una forma di calorico, ch'è principio comune delle due opposte elettricità .... Questa stessa forza è la causa di tutti i fenomeni conosciuti in passato sotto il nome di capillari, ed agisce essenzialmente nelle chimiche combinazioni .... Vale a dire il suo effetto primo, causa degli altri dee esser quello di concretare in lamine scorrenti alla superficie la sostanza dello stesso idrogeno, dotato già grandemente del suddetto principio d' azione, come fra i primi positivamente elettrici* (44). Qui è troppo chiaro ed evidente che l' attributo conferitosi al *calorico nativo,* ripugna e contraddice all' effetto, che dallo stesso calorico si vuol prodotto. *Una forza* infatti *di ripulsione che concreta la sostanza dell' idrogeno* è tale contraddizione nella significanza medesima delle parole impiegate ad esprimere il concetto fisico, che dalla ripugnanza de' segni significativi delle idee si può agevolmente arguire la discrepanza che corre tra la reale cagione del fatto e quella, che l' autore tortamente gli ascrive; sicchè non fa più meraviglia se i fisici ricusarono di prestar retta al *calorico nativo* quale dal Fusinieri fu disegnato, e per conseguenza non adottarono quelle spiegazioni de' fenomeni, che giovandosi della maniera di agire di un tal calorico egli si argomentava di dare.

Tali effetti contradditori alla virtù propria ed intrinseca di una forza

ripulsiva, annichilano la forza stessa per rispetto al modo con che il Fusinieri ce la vorrebbe far comprendere; nè qui è per anche finito, essendovi alle cose narrate altre ancora da aggiungere che non si accordano con ciò che l'autore diceva innanzi. Per modo di esempio, nel primo lavoro ch'ei diede in luce sovra tale argomento diceva, che allo espandersi delle diverse sostanze *non influisce finalmente la temperatura: imperocchè niuna differenza si osserva negli effetti dall'estate all'inverno .... nell'acqua riscaldata per esempio sino a* 60.° *si espandono gli olii come sull'acqua fredda* (45); e due anni appresso seguitava ancora così: *varie sostanze alla stessa temperatura hanno quella forza in gradi differentissimi, nè si accresce o diminuisce sensibilmente colla temperatura nelle medesime sostanze. L'acqua ha debolissima quella forza per quanto si riscaldi: e si è detto che una lamina sottile di soluzione di sapone conserva a — 6° gli ordinari movimenti di espansione* (46); mentre poco appresso, anzi precisamente nel lavoro medesimo, vediamo l'autore intento a scaldare il mercurio sino presso al punto della sua ebullizione, che non è piccola cosa, e ciò per avere alla superficie di quel metallo sì riscaldato l'espansione di più altri metalli solidi, come del ferro, dell'antimonio e di altri sì fatti (47); ed ivi mentre parla dell'azione, che il platino riscaldato adopera nel vapore dell'etere e di altri gas combustibili, obbliando tutto quello, che egli aveva prima insegnato, ci entra innanzi così: *Analogamente mostrano già le mie Memorie che più vigorosa si esercita la forza di espansione spontanea sul mercurio caldo di quello che sul freddo* (48). Dunque, io dico, che cosa è qui che ci conviene credere? Esercita o no la temperatura un'azione in aumentare la forza ripulsiva delle sostanze? Qui l'autore anzichè ajutarci ad uscirne, ci avviluppa e confonde: ed è fuor di ogni dubbio che furono queste incertezze e perplessità, in cui il lettore si trova ad ogni passo sospinto, le quali gl'impedirono di aver fiducia e il trassero ad obbliare quello studio, che per altri rispetti richiedeva la maggior attenzione.

A questi difetti non lievi, che s'incontrano ne' lavori del nostro fisico, vuolsi ascrivere il danno, che sinora venne alla scienza, che niuno siasi trovato di così fermo proposito in quello studio da non por giù la pazienza prima

di avere bene accertata, in que' travagliosi esperimenti l' importanza dei fatti che il dovevano condurre alla verità Niuno adunque bastò a tanto sino a quest' ora, e i fatti predetti rimasero perciò sì fattamente sconosciuti, in ispecialità appo gli stranieri, che oggigiorno udiamo il Dutrochet darsi a credere che da' tempi del Prevost sino a noi verun fisico siasi occupato in quello studio; sicchè egli ci entra innanzi con una serie raggnardevole di svariate sperienze; ne specifica ogni particolare meglio distinto in facili tavole; e la cagione, da cui i fenomeni procedono, chiama *forza epipolica* (49), che torna la stessa di quella che il Fusinieri appellò *forza espansiva, o calorico nativo*. Dico che il Dutrochet ignorava totalmente gli sperimenti del Fusinieri, prima perchè ce ne pon fede la specchiata lealtà di quel fisico; secondariamente perchè vedemmo lui non avere posta attenzione alla forza degli spigoli, cui il Fusinieri fece conoscere, e ciò non ostante che più e più volte gli cadesser sott' occhio fenomeni tali da toccare con mano la virtù degli spigoli, siccome ci viene veduto nell'esperimento, che mi piace qui riferire: *Se facciamo di stendere*, dice il Dutrochet, *uno strato sottile di alcoole sopra una lastra di vetro, o sopra un piano metallico ben levigato, e che vi si ponga in mezzo una goccia di acqua, vedesi la goccia aumentare di volume e serbare per un certo tempo la sua concessità. Questa goccia allora diviene il centro verso cui concorrono e si dirigono le correnti centripete, mediante le quali l' alcoole circostante preme la goccia per ogn' interno e finalmente ne penetra la massa. Ora si fa qui manifesto che nel momento in cui l' acqua è messa a contatto dell' alcoole si produce una corrente epipolica, che sospigne l' alcoole verso l' acqua: sicchè questa corrente è centrifuga allorchè si pone l' alcoole nel centro di una superficie bagnata di acqua, tornando la stessa centripeta ogni volta che l' acqua si colloca nel centro di una superficie bagnata di alcoole* (50). Non ci fermiamo ora alle correnti centrifughe, le quali, quantunque prodotte anch'esse dalla forza degli spigoli, erano dal Dutrochet guardate senza più, siccome spettanti a' liquidi idrogenati, ma poniamo attenzione all' inversione della corrente onde di centrifuga venne centripeta pel solo fatto, che una goccia di acqua fu posta in mezzo di una superficie piana, bagnata di alcoole, perchè qui io

dico manifestarsi evidentemente l'azione, ch' esercitano gli spigoli. In fatti che cosa avviene, allorchè una goccia di acqua si pone in mezzo di un sottil velo alcoolico, disteso sovra un piano liscio? L'acqua taglia, per così dire, circolarmente l'alcoole, originando in cerchio uno spigolo, che sta perfettamente di rincontro a quello, che la gravità produce nella goccia di acqua riposante sul piano bagnato. In quegli spigoli, stante l'attenuazione della materia che necessariamente ivi accade, si palesa la forza ripulsiva; ma da che questa è incomparabilmente più grande nell'alcoole che nell'acqua, così il primo vigorosamente si espande di rincontro all'acqua, strigne la goccia, la preme, la fa tondeggiante, sino a tanto che da ultimo la fende, vi s'interna e produce la combinazione. Ecco qui la *corrente centripeta* del fisico francese, ch'è un fatto comprovante nel modo il più chiaro e decisivo l'azione degli spigoli stata scoperta dal fisico italiano.

Io non dimorerò più oltre nella considerazione di questo importante lavoro del Dutrochet, che troppo si lega ed immedesima colle molteplici sperienze del Fusinieri; nè seguiterò più innanzi nell'esame de' lavori di quest'ultimo; conciossiachè tutto quello, ch'ei ne scrisse appresso, riducesi tutto o ad una ripetizione di quello che abbiamo sin qui veduto, od a certe ragioni del suo *calorico nativo* colle quali egli si argomenta di mostrare il perchè di molti fenomeni, che altri osservarono: sicchè io faccio fine, bastandomi che da' lavori di questo fisico e del Dutrochet torni evidentemente comprovato darsi nella materia una forza, cui finora l'universale de' fisici non pose attenzione, e la cui virtù debitamente studiata dee apportare estesi lumi alla scienza chimica ed alla fisica, ed è con questa ferma credenza ch'io entro ora a favellarne.

§ 1.°

Della forza delle molecole.

Dopo i numerosi lavori del Fusinieri e del Dutrochet parrebbe a prima vista una superfluità recare qui alcune nuove sperienze tendenti a dimostrare la forza ripulsiva della materia; ma siccome non tutti egualmente possono avere contezza de' fatti, che ne' lavori antidetti si contengono, così, per non lasciarne il lettore intieramente digiuno, avvisai darne almeno uno sbozzo, sufficiente a porgerne una primordiale notizia. Senza che gli sperimenti che ne' lavori prefati si contengono, sono troppo minuti e delicati perchè ognuno a sua posta possa vederne chiaramente gli effetti; laonde non credo disutile di premettere alcune sperienze, quasi dissi, grossolane e manuali, che rendano gli effetti evidenti altresì a' meno esperti.

Abbiasi, per modo di esempio, un piatto bagnato leggermente di acqua, e vi si collochi in mezzo una cosa imbevuta di alcoole colorito, acciocchè gli effetti tornino meglio visibili, brevemente la cosa imbevuta sia una pallottola in bambagia, quantunque possa acconciamente servire altra materia qualunque, atta ad imbeversi di alcoole. Subitochè si pone la pallottola nel mezzo del piatto sopra il velo di acqua, si vede l'acqua fare largo per ogn' intorno, respinta dall' alcoole che già si espande; e poscia si vedono uscire dalla bambagia correnti alcooliche, che si gittano con veemenza nell' acqua, di cui rompono gli orli che, alla lontana sì, ma accerchiano la pallottola, cagionando strie e solchi chiaramente visibili per entro la massa stessa dell'acqua, divisa e sollevata in rialti dalle correnti, che la respingono e rompono. Le quali correnti negli estremi si assottigliano e famnosi a punta ed a taglio; sicchè l'acqua ivi assottigliata anch'essa, dovendosi necessariamente adattare allo spigolo che la investe, fa sì che comincino quivi gli effetti della sua combinazione coll' alcoole, ed allora si vede l'altalena di quest' ultimo che, respinto, si espande di nuovo, producendo ivi un' agitazione che non si acqueta e finisce se non quando la combinazione dell' acqua coll' alcoole è pressochè intieramente compiuta.

Un esperimento non ha guari da me instituito mi riuscì molto acconcio ad aggiungere altra prova, quanto dimostrativa altrettanto appariscente della predetta forza di ripulsione, e delle correnti, che dalla medesima si originano. Il cloruro calcico impiegato nella preparazione dell'alcoole anidro, cristallizza ogni volta nella porzione acquosa dell'alcoole, che rimane entro il lambicco, e qualora si faccia di reiterare l'operazione sino a che il cloruro si trovi sciolto nell'alcoole pressochè assoluto, riconcentrato così nella parte rimasta, come si raffredda, altresì si consolida e quasi petrifica, sostituendosi in questo caso speciale della sua cristallizzazione l'acqua all'alcoole. Ora in questo cloruro di tal maniera apparecchiato, abbiamo non solo un sale solubilissimo, ma tale che messo a contatto dell'acqua, essa decsi sostituire all'alcoole, ed insieme l'alcoole congiugnersi all'acqua; perciò io vedeva in esso un mezzo assai acconcio a doverci palesare la forza ripulsiva inerente alla materia.

Laonde nella fiducia che il risultamento tornasse secondochè io opinava, diedi opera all'esperienza, ed acciocchè le ripulsioni e le correnti riuscissero chiaramente visibili, feci di colorire l'acqua con un poco di cocciniglia, proporzionata così che la soluzione venisse diafana perfettamente, e traesse ad un vivace color di rubino. Versai un poco di quest'acqua sur un piatto, tanta, cioè che non potendosi appianare egualmente sopra tutta la superficie, dove riusciva più alta, non avanzasse in profondità due o tre millimetri. Vi collocai poscia nel mezzo un pezzetto del mentovato cloruro, e le ripulsioni furono tantosto palesi, principalmente per la reazione alcalina del sale nella materia colorante, da che tornava subito paonazza, e poscia veniva separata dall'acqua in minute falde concrete, non più di colore paonazzo, ma vermiglio. Quivi è bello a vedere la materia colorante sospinta dalle correnti e adunata in zone lontane, lasciare l'acqua per lungo intervallo affatto limpida e scolorita. Senza che in alcune parti dell'acqua stessa erano attratte e respinte incessantemente alcune particelle minute della materia colorante precipitata, le quali per alcun tempo andavano e venivano celeremente, facendo così più cospicuo e dimostrativo il fenomeno.

Qui fa anche mestieri ricordare, ch'essendo in questo sperimento la

materia colorante, ch'è sciolta nell'acqua, affatto passiva in ciò che concerne le ripulsioni, anzi non potendo essa servire che di ostacolo ai movimenti che le ripulsioni medesime producono, principalmente allorchè si parte dal liquido in condizione concreta, ne segue che il precipitato che ne torna sotto l'influenza delle correnti ripulsive, trae seco gli indizii della pressione incontrata dalla ripulsione medesima, riuscendo in particelle molto più grosse e coerenti a confronto di quello avuto dalla stessa soluzione di cocciniglia, in cui io mesceva il medesimo cloruro sciolto, come si suole adoperare comunemente in consimili sperimenti.

Ora tutti gli effetti, che dianzi si registrarono, come di movimenti che si producono; di ripulsioni di un liquido che un altro rimuove e discaccia; d'irruzioni che recano il primo per entro la massa del secondo; di agitazioni e rimescolamenti che allora succedono per solo impulso che naturalmente insorge nella materia sottile, sono tutti fenomeni che si possono chiaramente osservare. E quanto in isbozzo feci testè vedere nei due sperimenti recati, si riproduce e rinnovella, poste alcune modificazioni indispensabili all'atto dell'esperienza, coll'etere, cogli olii grassi e volatili, colla canfora, cogli acidi e con altre materie anche solide, messe alla superficie dell'acqua o del mercurio, principalmente se riscaldato; in somma con tutte quelle sostanze, le cui azioni ripulsive ed i fenomeni che ne conseguitano, sono specificatamente rapportati nei lavori del Fusinieri, già discussi nella *Introduzione*.

Nel recare alcuno di siffatti esperimenti, trascelsi i più facili, acciocchè ognuno a sua posta gli possa ripetere e vederne gli effetti, non senza avere d'occhio, che tornassero insieme bene dimostrativi. In fatti, se prendiamo a considerare gli effetti osservati nel primo dei soprammentovati esperimenti, vediamo subito esistere nell'alcoole, o nelle sue più minute parti, una forza per innanzi sfuggita all'attenzione de' fisici; giacchè gli effetti medesimi non hanno spiegazione in nessuna delle ragioni, che si possano ricavare dalla natura dell'alcoole. E valgami il vero, l'alcoole si è un liquido specificamente più lieve dell'acqua: di qual maniera avviene adunque ch'esso vi s'interna, l'accumula e discaccia per ogni intorno, producendosi la corrente centrifuga del Dutrochet, e non piuttosto si espande ed allarga correndone la superficie,

dove parrebbe tirarnelo la sua medesima gravità specifica? Per qual motivo rompe nel caso predetto la massa dell'acqua, e s'insinua per entro la stessa, e i movimenti e le frequenti agitazioni si manifestano unicamente negli spigoli e nelle parti più attenuate, dove altresì la combinazione si effettua? Perchè la proprietà ripulsiva, io dico, è indipendente, come ha osservato il Fusinieri, dalle reciproche attrazioni, sicchè un corpo anche lieve ne scaccia uno di più pesante, qualora la sua forza ripulsiva sia maggiore. Perchè, posto eziandio che corra una affinità tra il corpo repellente e quello ch'è discacciato, com'è dell'alcoole verso l'acqua, nondimeno a tutta prima non segue combinazione, da che non sono le masse che si combinino, ma bensì le ultime e più esigue lor parti, ed è appunto la forza ripulsiva, che ne le apparecchia, mediante la indefinita progressiva divisione della materia, ch'essa effettua, e ciò sino a ridurre le masse nelle ultime loro molecole, in cui appunto la forza risiede. Egli è in grazia di ciò che i movimenti e le spesse agitazioni conseguitano alla ripulsione e si manifestano unicamente negli spigoli e nelle altre parti più attenuate, perchè ivi solo la materia raggiunse quell'estremo assottigliamento molecolare, ch'è voluto per la effettuazione delle chimiche combinazioni.

Questa forza delle molecole, e materia estremamente attenuata, produce certamente effetti più cospicui e notevoli che non sieno quelli della poca elettricità adunata e fatta palese, mediante il *condensatore:* laonde se prestiamo giustamente tanta attenzione e facciamo caso grandissimo del portentoso magistero di quell'istromento, parrà certo atto poco ragionevole il negare di rivolgere lo sguardo sopra fenomeni tali, che la materia inorganica, mi si conceda di grazia questa maniera di esprimermi, fanno parer viva e in agitazione come gli esseri semoventi.

Questi movimenti, che s'ingenerano nella materia posta in alcune condizioni, e che noi vediamo procedere dalla forza ripulsiva insita alle molecole, si manifestarono sovente agli occhi dei chimici, talchè nei Trattati gli troviamo specificatamente descritti, se non che lontani eglino dall'ascriverli ad una speciale forza delle molecole, non gli studiarono, nè procacciarono di ricercarne la cagione, sicchè nulla servirono a farci conoscere nella materia una

forza, che ha parte grandissima ne' precipui fenomeni della natura e nelle azioni chimiche principalmente. Per tacere di tanti che si potrebbero togliere dalle opere de' fisici e dei chimici, io recherò quest'unico esempio di ciò che vide l'illustre Berzelius. « Il potassio, egli dice, messo a contatto del- » l'acqua piglia fuoco ed abbrucia con fiamma rossa. Gittandone poi un » pezzettino sopra l'acqua, vi scorre alla superficie in forma di un globetto » rosso ed acceso, ed allorchè si spegne la fiamma, resta una pallottolina tra- » sparente, che si dilegua scoppiettando. Quella pallottolina è potassa fusa, » che produce quello scoppiettio a cagione del calore, che si origina, allorchè » si combina coll'acqua. Quando si gitta il potassio sopra il ghiaccio s'infiam- » ma come dianzi, e si muove irregolarmente. Lo stesso addiviene qualora si » collochi sopra una carta bagnata, tinta col rabarbaro o colla curcuma, se » non che quivi è disegnato il cammino percorso dal globetto stante la trac- » cia bruna, che producesi per la reazione dell'alcali. »

« Se poi il globetto si pone sur il mercurio, la cui superficie sia umet- » tata, facendovi passar sopra l'alito, si vede l'umidità ritraersi alla larga e » il mercurio farsi splendente d'attorno al potassio, il quale è agitato conti- » nuamente da un moto girevole, mentre si converte ivi in idrato potassico » senza manifestazione di luce. A misura per altro che il globetto va meno- » mando e più gli si avvicina l'umidità, in guisa che il globicino termina » con non muoversi che entro i limiti di un cerchio molto ristretto; senza » che nel momento in cui scompajono le ultime porzioni del potassio, si rin- » viene la superficie del mercurio coperta da uno strato esile d'idrato potas- » sico, sciolto nell'acqua, che attrasse dall'aria ambiente (51). » Anche il Fusinieri collocò il potassico sopra il mercurio per osservarne gli effetti di ripulsione, ma il modo ch'egli seguì nell'istituire la sua sperienza, il condusse a tale sterilità di risultamento, che non fa luogo a nessuna di quelle ferme illazioni, che necessariamente derivano dai fatti avvertiti dallo svedese (52).

Anzi il mentovato Berzelius, in altro luogo dell'opera citata, racconta che: *quando si mette una goccia di clorido silicico a contatto di una goccia di acqua, quella del clorido gira attorno a quella dell'acqua, e producesi acido cloridico ed acido silicico, che si combinano coll'acqua, la quale a*

ragione dell'acido silicico piglia aspetto di gelatina. Ora questi singolari movimenti osservati dallo svedese concordano perfettamente co' risultamenti delle due sperienze, che recai a principio. In fatti il potassio collocato sopra il mercurio scaccia l'acqua per ogn'intorno, come adopera l'alcoole e il cloruro cristallizzato, posti in condizione precisamente analoga: e questo fatto è totalmente opposto a quello che dovrebbe essere, attenendoci alle adottate ragioni di affinità e di chimica combinazione, da che l'acqua dovrebbe anzi accostarsi subito al potassio, attiratavi dall'affinità di questo metallo verso l'ossigeno; e in contrario il Berzelius ci assicura, che l'acqua fugge e si ritrae alla larga; fenomeno così opposto a ciò che la dottrina ci condurrebbe a presupporre, da riuscire incomprensibile, dove non si sapesse che nel potassio, posto sopra la superficie liscia del mercurio, per la forma in che viene un piccolo frammento, si sveglia la forza ripulsiva, onde si espande rapidamente in lamina sottilissima; il che seguendo istantaneamente e senza bisogno d'impulso esterno, e perciò senzachè avvenga il menomo cangiamento chimico nel potassio, ne viene che a motivo della grande analogia di questo metallo col mercurio, in ciò che concerne la metallica sembianza, lo spandimento avvenuto torna invisibile e l'acqua sembra fuggire e ritraersi senza una cagione che la sospinga. Ora essendo questa attenuazione del potassio, derivante dalla sua naturale forza ripulsiva, quella che apparecchia le ultime molecole volute dalla chimica combinazione, ne segue che l'attenuamento dee precorrere l'azione chimica, come accade effettivamente, perchè essa comincia precisamente al perimetro dell'espansione, cioè allo spigolo accerchiante l'espansione medesima, il quale internandosi nell'acqua respinta, fa che l'acqua stessa si attenui, e perciò che quivi solo la combinazione chimica si effettui. I movimenti poi girevoli del potassio continuano fino a che dura l'azione chimica, con questo per altro di osservabile, che ci nota il Berzelius, cioè che l'umidità, di mano in mano che l'azione procede, si accosta al globetto; sicchè il cerchio dell'espansione minora continuamente come dee realmente succedere, da che formandosi l'idrato potassico tangenzialmente al perimetro, esso oppone una resistenza invincibile ad ogni ulteriore espansione, anzi colla prefata resistenza favorisce la chimica combinazione, che

necessariamente si avanza alla volta del globetto sino all'intero suo compimento, come il predetto chiarissimo autore ce lo attesta.

Questo fatto, che ci registra il Berzelius, viene spesso veduto, allorchè lo sperimentatore pone mente al fenomeno delle espansioni. In fatti nel primo sperimento, ch'io recai, feci osservare come le correnti alcooliche s'internino nell'acqua e la solchino, assottigliandosi nell'apice, dove appajono le agitazioni, indicando appunto che ivi la combinazione chimica si effettua; ma il punto in cui le dette agitazioni si manifestano a principio, retrocede continuamente, incamminandosi verso l'origine donde si partono le correnti, appunto come avviene dell'umidità, che di mano in mano si accosta al globetto del potassio, il quale dileguatosi al tutto, lascia il campo dell'espansione tutto coperto, come ci assicura il Berzelius, d'idrato potassico sciolto nell'acqua; come nel caso dell'esperimento instituito coll'alcoole, resta una combinazione dell'alcoole con l'acqua, effettuata mediante una maniera di movimenti perfettamente analoga.

Diceva innanzi che i predetti movimenti visibilissimi, che precedono e che accompagnano le chimiche combinazioni, derivano dalla forza ripulsiva insita alle molecole, e che perciò sono veramente molecolari, il che si comprova e rafferma col vedere che quegli effetti si manifestano precisamente dove decrescono le masse più minute della materia, e in queste medesime parti minutissime, dal vedersi insorgere l'azione unicamente nelle estremità evanescenti degli spigoli, cioè in que' punti dove l'occhio non discerne più particelle materiali, e dove le particelle agenti invisibili si confondono colle masse materiali più minute, che l'occhio eziandio ajutato da lenti pervenga a distinguere: dunque le particelle agenti all'estremità degli spigoli sono le più minute parti, che costituiscono le masse materiali de' corpi, cioè sono le vere *molecole* dei corpi stessi. E qui è ch'errò il Fusinieri, attribuendo sempre il vigore dell'azione agli spigoli senza badare nè avvedersi giammai, che gli spigoli sono ancora masse di materia, le quali non possono aver parte nelle chimiche azioni, le quali producono esclusivamente gli effetti loro fra le molecole elastiche, che dagli spigoli scaturiscono; donde ne conseguita che i movimenti di uno spigolo qualunque, o della minutissima massa, cui lo spigolo appartiene,

corrispondono ognora a quelli del globetto del potassio, il quale tanto si muove quanto da esso si spiccano continuamente molecole elastiche, che corrono a pigliar parte nella chimica azione. Il Fusinieri all'opposto è tanto lontano dal credere e dall'essersi mai avveduto, che l'azione degli spigoli venga da quella disposizione che pigliano le molecole verso lo stato elastico, per sola cagione della esiguità della massa, onde questa dapprima si espande e si rarefà, che diedesi erroneamente a credere più vigorosi gli spigoli meno acuti, come si comprende dalle parole che seguono, ripetute moltissime volte e in vari modi, ne' lavori diversi che successivamente ci pubblicava: *Questa forza espansiva, posta la medesima sostanza, è sempre minore secondochè il cuneo è più acuto, ed è maggiore nei cunei meno acuti fino ad un certo limite non ancora determinato* (53). E più innanzi egli continua dicendo: *posta la medesima sostanza quanto è più piccola la massa più vigorosa è la forza di spontanea espansione, onde il suo sviluppo è progressivo colla suddivisione delle parti, e l'effetto diviene causa di effetto ulteriore, finchè ostacoli esterni arrestano la progressione* (54). Qui la contraddizione viene agli occhi altresì a' meno veggenti, da che non può essere *che la forza espansiva sia sempre maggiore nei cunei meno acuti,* e tornì insieme *più vigorosa quanto è più piccola la massa;* imperocchè se vogliamo ridurre quel *cuneo meno acuto* a cuneo più acuto, farà mestiere levargli alquanto della sua massa: ond'è che se ci attenghiamo alla prima delle due proposizioni, *la massa più piccola* (che sarà il cuneo scarnito), *è men vigorosa*, e se guardiamo alla seconda *è più vigorosa quanto è più piccola*, ciocchè è direttamente l'opposto. Ma ciò ancora non basta. Egli ne dice inoltre *che lo sviluppo della forza di spontanea espansione è progressivo colla suddivisione delle parti e l'effetto diviene causa di effetto ulteriore*, il che è verissimo perchè i fatti medesimi del Dutrochet ne fanno prnova convincentissima. Se i fatti dunque comprovano questa successiva divisione della materia, avverrà che quel *cuneo meno acuto* e per ciò solo *più vigoroso*, dopo *un primo effetto causa di effetto ulteriore*, tornerà, esempigrazia, risolto in cento od in mille altri *cunei* figliati da esso, ne' quali, qualunque sia l'accidente cui piaccia ammettere, attenendoci al semplice fatto della *suddivisione* del primo *cuneo*,

vi sarà men di materia. perchè tutti gli altri *cunei* prodotti colla materia stessa del primo, dovranno contenerne una quantità assai minore; brevemente: i *cunei* figliati devono di assoluta necessità riuscire più acuti, e per conseguenza *meu vigorosi;* talchè colla successiva figliazione di sempre nuovi *cunei*, noi arriveremo a tale che, *pel progresso della successiva divisiou delle parti*, essendo la materia ridotta minutissima e, quasi dissi, evanescente, sarà spoglia di ogni forza ripulsiva, e cesserà da' suoi movimenti, senza avere d'uopo *di esterni ostacoli che ne arrestino la progressione*. Dunque l'errore del Fusinieri torna qui evidentemente palese, e gli spigoli più vigorosi sono (a rovescio di quello ch'egli afferma e sostiene) i più acuti. Se non che questo errore non tanto ebbe origine da uno sbaglio di osservazione, quanto e vie più da una sua fallace maniera di vedere teoretica, come ne fanno pruova le parole che seguono: *Supponendo*, egli dice, *diviso lo spigolo in istrati estremamente sottili e paralleli, la parte accelerata che agisce per ripulsione al suo confine sopra lo strato seguente, che la eccede, aumenterà il moto di quella parte eccedente, e così di seguito. Quanto più sono prossimi i confini in più ristretto spazio viene ad essere accumulata la somma delle forze, e quindi gli spigoli meno acuti sono i più vigorosi* (55); perchè egli sempre giacque nell'errore di rivolgere la sua attenzione alle piccole masse, e non alle molecole, che dalle predette piccole masse scaturiscono in condizione ripulsiva. Laonde essendosi veduto che il soprammentovato principio degli *spigoli meno acuti* riposa in un errore di osservazione e di raziocinio, noi seguiteremo a mantenere la semplice verità e chiaramente visibile, che cioè *quanto è più piccola la massa più vigorosa è altresì la forza di spontaneu espansione, onde il suo sviluppo è progressivo colla suddivisione delle parti, e l'effetto diviene causa di effetto ulteriore*, che viene a dire lo stesso che gli spigoli più acuti sono i più vigorosi. Io ho dimorato un po' lungamente nell'esame di questo fatto, perchè assai importa di sapere, come vedremo più innanzi, che gli spigoli più acuti sono altresì i più vigorosi; e siccome a ricevere questa fondamentale verità poteva essere d'inciampo l'errore del Fusinieri, così per isvellerlo dalla radice, stimai bene di far palese la contraddizione che in ammetterlo ne seguiva con altro principio certo e

ineluttabile, che gli sperimenti meglio verificati del medesimo autore ci recano ad adottare.

§ 2.°

Dello stato e forma delle molecole, e delle cagioni che ne determinano l' oggregazione.

Niuno vi ha il quale dubiti, che le particelle, le quali costituiscono le grandi e le piccole masse, non sieno tenute insieme da una forza, che l' universale de' fisici appella di *aggregazione* o di *coesione;* e per le cose dette adesso sappiamo altresì che, qualora le piccole masse de' corpi si riducono a masse minutissime, le predette particelle, anzichè a congiungersi od a rimanere congiunte, tendono a disgregarsi, signoreggiate da una forza, che le reca a partirsi le une dalle altre, e ad assumere uno stato diverso da quello, che sogliono avere nella materia aggregata; sicchè veggiamo perciò la coesione appartenere alle grandi masse, ed a tutte quelle, che riescono un po' notabili, ma non già alle minime e minutissime nelle quali anzi piglia predominio la forza anzidetta. E siccome, mentre la coesione si adopera a congiungere ed a serbare congiunte le particelle de' corpi, questa nuova forza all' opposto tende a disgregarle e le disgrega; da che la prima spetta alle forze attrattive, ne conseguita che la seconda, agendo precisamente in contrario, vuol' essere indubitatamente una forza ripulsiva, come dianzi fu chiaramente comprovato. Ora, nel momento in cui nella materia, stante la tenuità della massa, a cui in qualunque maniera si riduca, cominciano a manifestarsi gli effetti di ripulsione, insorgono alcuni speciali movimenti minutamente descrittici dal Fusinieri e dal Dutrochet, ed è allora ch' essa visibilmente si attenua e dirada. E siccome la parte più esigua, in ciascuna minuta massa visibile, sarà ognora lo spigolo, a cui una cagione o forza qualunque riduca la predetta minuta massa, come sarebbe la gravità per una minutissima goccia, riposante sur un piano levigato, così avviene che la forza ripulsiva manifesta principalmente i suoi effetti al perimetro della base della goccia, gia-

cente, per modo di esempio, sur il piano. E' di qua che allora si spiccano disgregate le vere molecole spettanti a quel dato corpo, partendosi dalla massa in condizione veramente elastica.

Ora da che ogni nostra più attenta considerazione deve presentemente dirigersi sopra le molecole, fa mestieri anche sapere con precisione che cosa intendasi per *molecola*, o per le *molecole* di un corpo. Dirò io adunque le *molecole* de' corpi essere quelle parti minime nelle quali, risoluta che sia la materia aggregata in virtù di una cagione qualunque, esse non possono più esistere in condizione solida, ma sì pigliano incontanente la forma elastica. Ora essendo questa l'idea che aver dobbiamo delle molecole di un corpo, chiaramente si vede come non solo da' corpi liquidi, ma da' solidi stessi si debbano spiccare molecole elastiche, o, come dicesi più generalmente vapori, per sola cagione dell' attenuazione delle masse, e della forma che per la detta attenuazione le minute parti ricevono, senzachè il corpo anche solido passi prima allo stato liquido. Basta in fatti unicamente che il corpo solido, od alcuna delle sue parti, sia ridotto a tale estremo di sottigliezza, che le dimensioni delle parti minime equivalgano alle dimensioni stesse delle molecole del corpo (il che avviene nella evanescenza degli spigoli), perchè le particelle prima solide piglino incontanente lo stato elastico. Or bene, una parte minima, che si spicca da un corpo solido, o liquido in virtù di una interiore forza ripulsiva, la cui opera di azione abbia luogo nel centro della predetta parte minima, dovendo essa adoperare i suoi effetti equabilmente sopra ogni singola particella materiale, ch' entra a comporre l' anzidetta parte minima, dee seguirne che le direzioni, secondo cui l' azione produrrà i suoi effetti ripulsivi, saranno divergenti, e perciò la forma della molecola dovrà essere sferica, o sferoidale. Sferica se la molecola spetterà ad un corpo semplice, perchè in tal caso il centro di azione, comechè fisico, si accosterà grandemente al punto matematico; sferoidale, allorchè il corpo sia composto; giacchè la molecola risultando allora dal maggiore avvicinamento possibile de' centri di più molecole eterogenee, ne dee avvenire che il centro di azione della molecola composta dee essere molto più esteso, o materiale che non sia il centro della molecola semplice, e quindi differenti deggiono riuscire, secondo alcune dire-

zioni, gli effetti ripulsivi della forza. Ora le molecole serbano questa forma sinchè durano in condizione ripulsiva, e non soggiacciano ad una pressione, o ad altro, che ne cangi, o tenda a cangiarne lo stato.

Se adunque le parti minime della materia sono quali i fatti ci condussero a risguardarle, e quali ci verranno meglio vedute da' fatti ulteriori, che verremo sponendo successivamente, cioè a dire se sono realmente dotate di una forza interiore lor propria in grazia della quale, poste alcune condizioni, si risolvano in materia elastica, non si dee più risguardare i corpi, come formati di particelle assolutamente dure, resistenti, indivisibili, quali i fisici ed i chimici intendono significare sotto il nome di *atomi*: ma parrebbe doversi abbandonare questa voce, da che porgendo l'idea di un corpuscolo per sè inerte e indivisibile, non serve più acconciamente a significarci le predette particelle costituenti i corpi. Io crederei adunque che fosse da surrogare la parola *molecola*, già ricevuta dalla scienza, quantunque in una significanza che non corrisponde all'idea, che adesso ne dobbiamo avere.

L'idea, che adesso si ha di una molecola, quella si è di una minutissima parte materiale, costituita da particelle vie più minute, in cui non l'attrazione, ma sì predomina una interiore forza ripulsiva. E qui è che mi piace ricordare, come il celebre Thenard venisse per altra via alla medesima conclusione, ch'io venni, di risguardare, cioè, le molecole de' corpi, formate di un numero indefinito di altre parti minutissime, e per conseguenza non doversi più considerare quai corpuscoli indivisibili, come dal Dalton ci erano dati: sicchè a vedere la perfetta conformità che passa tra quello, ch'io ho precedentemente sposto circa la costituzione delle molecole, ed i pensamenti del chimico francese, recherò qui le sue parole stesse: *Siam costretti a confessare*, egli dice, *mancarci ogni argomento per credere che i fenomeni chimici avvengano fra masse materiali, omogenee, indivisibili. Acciocchè si dieno le condizioni richieste alla produzione di questi fenomeni, basta supporre che succedano fra masse di una grandezza insensibile. Ora questa condizione può esservi, ancorchè queste masse di dimensioni insensibili consistano in un numero immenso di molecole* . . . . . E più appresso aggiunge: *Vi è tutta la probabilità che gli atomi elementari de' chimici contengano* miriadi *di*

particelle dell ordine di quelle, delle quali fu ammessa l esistenza, dietro la considerazione de' fenomeni molecolari (56). Sicchè lo stesso Thenard vede *gli atomi elementari de' chimici formati da miriadi* di altre minute particole, ch'è la precisa idea, che ci siam formata delle molecole, attenendoci a' fenomeni della forza ripulsiva, di cui vediamo dotate necessariamente le molecole. Laonde tra l' opinione del celebre francese e quella che noi portiamo, non corre altro divario che in riguardo alle forze ripulsive, le quali dov' egli, e l' universale de' fisici, vuole straniere ed estrinseche alle molecole, noi troviamo inerenti ed intrinseche alle medesime; anzi cagione della primordiale loro grandezza e di tutti que' fenomeni, che nelle azioni loro palesano. Diceva, cagione della primordiale loro grandezza; perchè è assai probabile, che quella medesima forza ripulsiva, la quale, per sola cagione dell' attenuazione della materia aggregata, basta a risolverla in materia elastica, o molecolare, ove seguiti ad agire nella molecola resa elastica, senzachè nulla osti, riesca altresì a dividere e suddividere la molecola stessa; ch'è quello precisamente che i fatti mostrano nelle minute masse materiali visibili.

In fatti una molecola venuta in condizione ripulsiva, quando si desse per possibile che si slanciasse in uno spazio assolutamente vuoto, cioè privo di qualunque resistenza, ovvero fosse fattibile che tutte le resistenze riuscisser vinte dalla sua forza ripulsiva (come avvenir potrebbe gittandosi nell' aria ambiente), allora la molecola si espanderebbe indefinitamente, cioè sino al punto di dividersi eziandio in parti vie più minute, e probabilmente sino al termine estremo di assumere le prerogative di sostanza decisamente ripulsiva, quale si è l' elettrico, il calorico e la luce.

Questo fatto per altro non è per anche positivamente dimostrato; tuttavia è dimostrato e posto fuor di ogni dubbio che la materia in condizione ripulsiva si manifesta negli aspetti di elettricità, di calorico e di luce. Il Pouillet fu il primo a comprovarci ineluttabilmente che ne' medesimi liquidi, qualora sieno in condizione ripulsiva, come avviene in quelle espansioni, che furono diligentemente osservate dal Fusinieri e dal Dutrochet, vi ha realmente innalzamento di temperatura. In oltre manifestazione di elettrico, sprigionamento grande di calorico e sovente eziandio di luce avviene costante-

mente nelle chimiche combinazioni, ed altresì in alcuni casi di chimica scomposizione, ma in tutte queste circostanze sonovi molecole in istato ripulsivo: dunque abbiamo tutto il fondamento di credere, che le molecole in quello stato speciale assumano le sembianze del calorico e degli altri fluidi imponderabili, secondo il grado di forza da cui vengono animate; e ciò sembra doversi credere tanto più fermamente, quanto che le teoriche generalmente adottate non servono più a renderci ragione di tutta quella enorme quantità di calorico, che si produce nelle combinazioni più energiche, e in verun modo poi di quello che pur talvolta avviene di osservare nelle chimiche decomposizioni, mentrechè sì in un caso come nell'altro sonovi realmente molecole, che si muovono in condizione ripulsiva, cioè a dire, in istato elastico; talchè dove in esse risiedessero effettivamente gli attributi del calorico, come degli altri imponderabili, avremmo facile ragione di tutti quei fenomeni calorifici e luminosi, che allora ci accade di osservare.

Adesso ci resta a vedere che cosa sia per accadere delle sopramentovate molecole, che si spiccano dalle minime masse materiali in condizione elastica, quando si riconducano da cagioni sufficientemente efficaci allo stato primitivo. A questo proposito il Fusinieri dice: *che quando la forza espansiva trova ostacoli nella direzione dello spigolo si converte, come forza elastica, in altre direzioni anche opposte e perpendicolari alle prime: giacchè l'impedimento non estingue la forza, ma la dirige in contrario, come nella ripercussione de' corpi elastici, ed allora questa forza cospira colla coesione a riunire la massa nella forma primitiva* (53). Se non che il Fusinieri volle ognora attribuire *l'elasticità, gli urti e le ripercussioni* alle piccole masse, lasciandosi fuggire d'occhio le molecole, dalle quali i movimenti delle piccole masse provengono. Sono adunque le molecole quelle, che realmente si muovono in condizione ripulsiva: e per vedere che cosa avvenga di queste molecole recate allo stato elastico, fermiamo l'attenzione nostra sopra di una sola molecola. Se questa molecola adunque, nell'atto in che si muove, darà in un *impedimento* verrà *ripercossa*, cioè si rifletterà a guisa di una pallottolina elastica, ma non perciò potrà giammai *cospirare colla coesione* e ricondursi allo stato solido. Perchè ciò avvenga fa mestieri

che nell'atto in che si riflette colla velocità primitiva, dia in altra che si muova in contrario e con eguale velocità; allora le due molecole urtando si schiacceranno, i centri attrattivi di ciascuna di esse si accosteranno ed, estinguendosi il moto, la coesione ripiglierà il suo esercizio, perchè allora la forza attrattiva vantaggia la ripulsiva, e si produce una minutissima massa solida, che avendo la dimensione doppia di quella di una unica molecola, manca della condizione necessaria per ricondursi allo stato elastico, e conseguentemente deve rimanersi in condizione solida. Dove poi in questa prima minutissima massa solida vengano ad urtare altre molecole omogenee in condizione elastica, essendo la predetta minutissima massa, non solo un ostacolo invincibile, ma attrattivo, siccome le molecole urtando si schiacciano, così nell'atto dello schiacciamento tutte si riconducono allo stato solido, pigliando allora quelle disposizioni, che sono determinate dallo speciale modo di agire della forza attrattiva in ogni singola sostanza.

Questo modo di conflitto molecolare, onde si originano le masse solide, porge altresì ragione evidente della condensazione de' vapori, e dei gas medesimi alla superficie del platino e di altri metalli, non che per entro ai corpi porosi; effetti che il Fusinieri attribuisce erroneamente alla *forza ripulsiva*, come abbiamo chiaramente mostrato nella *Introduzione*. In fatti tutti i gas ed i vapori sono in istato ripulsivo, perchè elastici. Ora se una molecola elastica, non solo di un vapore, ma di un gas coercibile ed anche permanente, urterà contro un ostacolo invincibile ed attraente; siccome in tal caso non si tratta più di una sola molecola, che speditamente possa riflettersi (come abbiamo supposto precedentemente per chiarire meglio il concetto), ma di una, ch'è seguita da altre innumerevoli, che le tengon dietro e la premono per ogni intorno, togliendole modo di potersi mai riflettere, essa dovrà nell'urto necessariamente schiacciarsi, e schiacciandosi, da che le molecole circostanti fanno impedimento alla forza di restituzione di entrare in atto, e si trova anche l'antidetta molecola grandemente accostata col suo centro attrattivo alla superficie attraente, verrà essa attratta, passando incontanente in istato liquido o solido alla superficie anzidetta: e quello che si è detto di un'unica molecola, volendosi dire di tutte le altre che l'accompagnano, vedesi chiaramente.

onde nascano le prefate condensazioni alle superficie metalliche e per entro i corpi porosi. Alcuno potrebbe muover dubbio se il platino, od altro metallo consimile, valesse ad adoprare un'azione attrattiva sur il vapore dell'etere e della canfora, sopra il gas idrogeno e così di altri; a questi crediamo potersi rispondere, che non facendo noi eziandio alcun caso dell'ossigeno atmosferico che interviene sovente in consimili effetti, intendiamo parlare dell'azione attrattiva in genere, cioè indipendente da qualsisia rispetto chimico, sicchè in tal caso gli effetti vediamo avvenire così, che una molecola elastica, la quale urtando una superficie od altro, si schiaccia, e schiacciandosi accosta il suo centro attrattivo alla superficie, questa superficie come massa enorme rispetto a quella di una molecola, attira sì efficacemente la molecola stessa da poter ridurre eziandio un fluido aereo permanente allo stato liquido ed anche solido.

Nei tempi addietro i fisici distinguevano un'attrazione di superficie, ed altra eziandio di adesione; ma dappoichè le attrazioni fra sostanze eterogenee si videro governate dalla legge costante delle proporzioni definite, si postergarono le attrazioni superficiali e le adesioni, siccome al tutto lontane e incompatibili col fermo principio delle soprammentovate proporzioni: tuttavia se badiamo ora attentamente alla costituzione delle molecole, ed al procedimento degli urti loro, vediamo chiaramente che l'attrazione è unica nella materia, come unica, non ostante le distinzioni che furono adottate, fu sempre reputata da'fisici; talchè i diversi effetti che ne conseguitano, mentrechè le attrazioni si effettuano, procedono unicamente dalle circostanze diverse, in cui gli urti molecolari hanno luogo. In fatti, o sono molecole elastiche, che danno contro una superficie resistente, ed esse molecole si schiacciano, i centri loro attrattivi si accostano alle superficie attraenti, le molecole perdono allora il loro stato primitivo, generando una pellicola, o lamina solida, o liquida, aderente alla superficie contro cui urtarono; di qua hanno origine le pellicole aeree, che vestono tutti i liquidi, e il mercurio medesimo (come il Bellani ebbe a dimostrare), il quale poi se ne dispoglia, mediante lo scaldamento, che ritorna l'aria allo stato elastico primitivo. O sono molecole elastiche, omogenee, che urtano fra loro, o contro le primordiali minutissime masse omogenee, che si originano; e in tal caso effettuasi quella maniera di attra-

zione, che diciamo coesione, od affinità di aggregazione, producente le masse omogenee liquide o solide. O da ultimo, sono molecole elastiche eterogenee che a guisa delle precedenti, urtano insieme e producono le molecole composte e quindi i corpi composti. Ora siccome le molecole di ogni singolo corpo, per le ragioni precedentemente addotte, devono consistere in una quantità determinata ed invariabile di materia, cioè tanta sempre, che in quella esigua massa, secondo la speciale forza ripulsiva di quel dato corpo, la materia medesima non valga più a tenersi in condizione solida, ma debba anzi assumere incontanente la forma elastica, veggiamo subito in questa particolarità la ragione fondamentale delle proporzioni chimiche definite; e ciò senza avere d'uopo di ammettere ne' corpi quelle particelle assolutamente dure e indivisibili, che *atomi* da' fisici si appellarono.

Ecco di qual maniera le conseguenze legittime, che necessariamente derivano dallo stato ripulsivo, ed elastico delle molecole, ci conducono facilmente alla spiegazione di molti effetti, le cui ragioni a prima vista pajono arcane, come sono arcane quelle combinazioni chimiche, che il Mitscherlich osservò prodursi al semplice contatto di corpi indifferenti (58); come anche quelle lamine concrete, che, nell'atto delle espansioni entro spazi limitati, si producono alla superficie dell'acqua e del mercurio, le quali il Fusinieri attribuì invece alla forza ripulsiva, come attribuì alla stessa forza la conversione de' vapori e dell'idrogeno medesimo in lamine concrete alla superficie di alcuni corpi, ciocchè io feci vedere chiaramente nella *Introduzione*.

È facile comprendere, che nel momento in cui al perimetro evanescente della base di una goccia d'olio posta sopra l'acqua, si fanno elastiche le molecole dell'olio, esse nella istantanea loro rarefazione, devono, espandendosi a tondo, premere in tutte le direzioni e perciò sopra l'acqua, in cui le goccia posa, e dove le molecole elastiche pigliano origine. Questa pressione delle molecole contro la superficie dell'acqua, porterà l'effetto di uno schiacciamento nelle molecole stesse, e ciò contro la medesima superficie acquea attraente. Verranno dunque attratte e ridurranno di elastiche concrete nell'istante medesimo, in cui si originano. Lo stesso avverrà delle altre, che alle prime subentrano e che seguitano a scaturire dallo spigolo, le quali,

come cagione determinante la loro consolidazione, avranno per giunta la resistenza che, nello scaturire, incontrano nelle prime che si consolidarono alla superficie, da che nel prendere lo stato elastico devono altresì rimuovere tutte quelle ch' entrarono loro innanzi, e si condensarono in pellicola concreta; donde avverrà che l'espansione si arresti, allorchè la pellicola prodottasi non consenta più la formazione di nuove molecole ripulsive. Laonde la forza ripulsiva delle molecole è realmente cagione delle espansioni, ma le pellicole concrete, che si producono alle superficie sopra cui le espansioni si effettuano, sono veramente effetto dell'attrazione.

§ 3.°

Relazione della forza ripulsiva alla grandezza delle molecole.

Adesso è da riflettere che la forza ripulsiva de' corpi è differente, secondo la diversa natura de' corpi stessi; sicchè ve ne sono di quelli dotati di grande forza ripulsiva, come i metalloidi, i corpi combustibili generalmente, gli acidi più potenti, brevemente tutti quelli, come osserva il Fusinieri, che si manifestano meglio dotati delle due opposte elettricità. Ora i primi effetti, che la forza ripulsiva adopera nelle minute masse, quelli sono della rarefazione ed attenuazione della materia; talchè, come sia più grande la forza ripulsiva, la materia dee altresì tornare più efficacemente divisa e in particelle più minute risoluta, cioè lo spigolo dee venire tanto più acuto, quanto è più grande la forza ripulsiva in un dato corpo. Ma quanto lo spigolo è più acuto, tanto anche dovendo essere minore la quantità di materia, che ne costituisce l'estrema attenuazione, avviene che l'acutezza degli spigoli dee riuscire tanto più grande, quanto è più grande la forza ripulsiva, e per con-

seguenza la quantità di materia, onde gli spigoli sono costituiti, decrescerà a proporzione che ne' corpi aumenterà la forza ripulsiva, e per converso. Ma la materia che scaturisce dagli spigoli in condizione precisamente ripulsiva e quindi elastica, e che, urtando negli ostacoli, si converte in forza *coercitiva* determinante la costituzione delle molecole concrete, quella si è formante l'estrema parte più attenuata dello spigolo, perchè ivi solo le dimensioni della materia pervengono ad uguagliare le dimensioni delle sue molecole; dee quindi avvenire che la massa delle molecole sia tanto più piccola, quanto è più grande la forza ripulsiva del corpo, che tornerebbe lo stesso come a dire (allorchè alla dimostrazione di queste verità potesse venire in soccorso la precisione matematica, che al presente non può), essere le dette masse molecolari inversamente proporzionali alla forza ripulsiva.

Se ora vogliam ricercare la densità, che dovrà avere una molecola solida, farà d' uopo ricordare che la densità sua deriva non solo dalla quantità dell' urto di due molecole omogenee muoventesi in direzione contraria, ma altresì dal grado rispettivo della loro attrazione, la quale produce il suo effetto al momento dell' urto e del conseguente schiacciamento delle due molecole; sicchè le particelle materiali costituenti la molecola riusciranno più o meno strettamente congiunte, non solo secondo la quantità dell' urto, ma altresì secondo il grado maggiore o minore della forza attrattiva, cospirante all' effetto medesimo, che l' urto tende a produrre.

Di qua si vede che le molecole de' vari corpi non solo saranno più o men grandi, secondo il differente grado della loro forza ripulsiva determinante la quantità della massa onde si formano, ma altresì secondo la differente densità che andranno ad avere, dipendente dalla maggiore o minore forza attrattiva insita alle particelle materiali, onde le molecole si compongono. Talchè nei corpi stessi dotati di molta forza ripulsiva, come sono, in via di esempio, il potassio, il sodio, il calcio, il borio e più altri ancora, le cui molecole devono consistere in una massa piccolissima, possono tuttavia venire di un volume molto grande, solo chè sia piccolissima l' attrazione delle particelle componenti le molecole predette, come sembrano essere effettivamente ne' soprammentovati metalloidi, stante la leggerezza loro specifica, che trascende veramente.

qualora si paragonino a' metalli propriamente detti, alla categoria de' quali strettamente appartengono.

Abbiamo adunque veduto che le molecole di un dato corpo, quantunque consistano in una massa piccolissima, possono nulladimeno avere un volume maggiore di quelle di un altro corpo, le cui molecole contengano una massa molto più grande, solo chè nelle particole componenti le molecole del primo l'attrazione sia minore. Ora la forza ripulsiva, nel momento in cui produce i suoi effetti, dee vincere la forza attrattiva delle particole costituenti le molecole: ma la forza attrattiva è direttamente opposta e contraria alla ripulsiva: sicchè dee venirne che la prima distrugga sempre una porzione di quell'effetto, che la seconda fa di produrre. Quindi dove l'attrazione è minore più grande avremo l'effetto della forza ripulsiva, sicchè ivi le molecole piglieranno più prontamente lo stato elastico. Ma si è ancora veduto che, dove è minore l'attrazione delle particole molecolari, ivi le molecole riescono di un volume più grande: dunque ne segue eziandio che la forza ripulsiva tornerà ora maggiormente vigorosa nel producimento de' suoi effetti, quato sia più grande il volume delle molecole, perchè, posta la stessa massa, è costantemente minore la forza attrattiva quanto è maggiore il volume delle dette molecole. E valga il vero, il Fusinieri ha trovato che i corpi combustibili in generale, e per conseguenza quelli ancora in tal genere che appartengono a' corpi organici, come gli oli grassi e i volatili, le resine, i balsami liquidi, i petroli, l'alcoole, l'etere ed altri ancora, sono incomparabilmente più ripulsivi di quegli altri, che non godono somiglievole proprietà: ma noi vediamo altresì tutti i corpi anzidetti essere dotati di molta leggerezza specifica, prerogativa che ci addita il volume grande delle loro molecole: dunque i fatti ci confermano che la forza ripulsiva è tanto più energica, quanto è più grande il volume delle molecole.

Dunque l'attenta considerazione degli attributi, che spettano alla forza ripulsiva delle molecole, ci trae a conchiudere, che i corpi dotati di maggiore forza ripulsiva devono avere masse molecolari più piccole a confronto di quelli, la cui forza ripulsiva sia minore; e che, dati esempigrazia due corpi le cui masse molecolari fossero eguali, ma in uno il volume delle molecole

fosse più grande che nell'altro, nel primo la forza ripulsiva sarà sempre maggiore che nel secondo: talchè, astrazione facendo da quella rigorosa esattezza che importerebbe il valore de' termini, si può dire, che la forza ripulsiva sia inversamente proporzionale alla densità delle molecole, cioè, essere tanto più grande questa forza, quanto la densità delle molecole è più piccola.

Ora, de' corpi inorganici, quelli che sono dotati di maggiore forza ripulsiva sono: l'idrogeno, l'ossigeno, l'azoto, il potassio, il sodio, il calcio, il fosforo, il solfo, brevemente tutti i metalloidi; a' quali vengono appresso i metalli, e primi fra essi tornano i più combustibili, restando ultimi tutti quelli, che sono più difficili ad abbruciare, cioè a dire, che stentano a entrare in combinazione coll'ossigeno. Anzi questi sono vantaggiati degli acidi più potenti, come il nitrico e il solforico, che stanno a petto di alcuni metalloidi.

Resterebbe ora a vedere se ne' corpi soprammentovati, ne' quali la forza ripulsiva palesa molta energia, vi avessero realmente molecole piccole, ovvero di minor massa, a confronto di quelli ne' quali la forza ripulsiva è debolissima. Questo lume, che qui verrebbe opportunissimo, ci sarà fornito di leggeri, pigliando in considerazione i pesi relativi degli *atomi*, che adesso, stante le ragioni addotte, chiameremo più volentieri *molecole*. In fatti le cifre, che ci esprimono gli anzidetti pesi relativi sono tali (e al tutto precisamente se si tratta degli equivalenti), che se vi ci attenghiamo scrupolosamente, facendo di pesare sulle usuali nostre bilance quantità, a piacimento grandi, di due corpi atti ad entrare in iscambievole combinazione, essa viene perfetta, senza che nulla avanzi dell'uno nè dell'altro; semprechè, com'io diceva, le quantità che si son prese, sieno in esatta relazione coi predetti pesi degli *atomi*. Dunque chiaramente si vede, che le cifre, esprimenti que' pesi, dinotano esattamente la quantità di materia, per quanto piccolissima la mente si sforzi di percepirla, di cui una molecola si compone, cioè la quantità della sua massa. Ma noi abbiamo precedentemente veduto che la forza ripulsiva de' corpi torna tanto più grande, quanto è minore la densità delle molecole, quindi ne dovrebbe seguire che il peso delle molecole de' corpi dotati di maggiore forza ripulsiva, venisse costantemente minore del peso della molecola

di quelli che scadono nella forza predetta: e ciò per l'appunto ci viene esattamente comprovato da' fatti. Qui ne citerò pochissimi, cioè quel tanto solo che basti a dilucidare il subbietto; giacchè basta portare l'occhio sopra le tavole, che ne' Trattati di chimica si contengono, per sincerarsi di qual maniera la forza ripulsiva de' corpi si faccia più energica e vigorosa a misura che le cifre, dinotanti il peso delle molecole, impiccoliscono.

In fatti, conformemente a ciò ch'è detto prima e che i fatti comprovano, la forza ripulsiva si manifesta grandemente vigorosa ne' corpi più combustibili, tra' quali niuno dubita doversi noverare l'idrogeno, il potassio, il sodio, il fosforo ed altri non pochi: nè v'ha chi non sappia questi essere incomparabilmente più combustibili dell'argento, dell'oro, del platino, dell'iridio e di altri parecchi. Or bene, se adesso noi guardiamo a' pesi relativi della molecola di questi corpi, vediamo quella dell'idrogeno pesare 6.2398: quella del potassio 489.916; quella del sodio 290.897: e da ultimo quella del fosforo 196.143: mentrechè quella dell'argento ci viene trovata del peso di 1351.607: l'altra dell'oro di 1243.013: la terza del platino di 1233.499: non che finalmente la quarta, tolta in esempio, dell'iridio equipondera come quella del platino testè mentovata. Dunque i metalli dotati di minor forza ripulsiva consistono realmente in molecole molto più pesanti di quelli, la cui forza ripulsiva è sommamente vigorosa.

Qui il troppo peso veduto nella molecola del potassio richiede che ci soffermiamo un breve istante, recandovi quello schiarimento, che dee valere in ogni caso consimile. Questo metalloide in fatti è dotato di forza ripulsiva sommamente vigorosa, e tuttavia il peso della sua molecola ascende a 489.916, cioè a dire, entra innanzi a quella del ferro, che non pesa più che 339.205; e scade a mala pena tre tanti dal peso di quella del platino, la cui fievole forza ripulsiva sembra nulla in comparazione di quella del potassio. Or dunque per chiarire questa illusoria eccezione, anzi per giustamente comprendere che il fatto non si dilunga punto nè poco dalle leggi, che abbiam vedute osservarsi dalla forza ripulsiva, occorre richiamarci ch'essa torna più grande e vigorosa come decresce la densità delle molecole; sicchè non fa maraglia che il potassio, accostantesi al ferro ed allo zinco col peso della sua mole

cola, nondimeno li vantaggi di lunga mano in forza ripulsiva, quando si consideri che di sua natura entra co' metalli, e che tuttavia è sì privo della naturale gravezza, che loro generalmente compete, da galleggiare sull'acqua: onde la densità sua si pareggia a quella del sevo e degli oli grassi; il che dinota le molecole del potassio dover consistere in un volume assai grande.

Un esempio consimile ce ne dà l'urano, il cui peso relativo molecolare è 2711.358, cioè più che doppio di quello del platino, e tuttavia a confronto di questo esso manifesta una forza ripulsiva notabilmente maggiore (59). solo perchè è assai meno denso, arrivando la densità sua a poco più di un terzo di quella del platino. Laonde chiaramente si vede che, prendendo in considerazione le speciali prerogative de' singoli corpi, dietro la scorta dataci della forza lor ripulsiva, là dove a prima vista ci sembra incontrar l'eccezione, troveremo in cambio prove novelle, che ne confermano la specialità de' suoi attributi.

§ 4.°

L'azione chimica de' corpi è tanto più energica quanto è più grande la loro forza ripulsiva

Il Liebig dice « che tutti i corpi di semplice composizione, senza eccet-» tuarne un solo, possedono una tendenza continua e più o meno palese ad » entrare in combinazione con altri corpi. Se facciamo, die' egli, in via di » esempio, di paragonare l'acido ossalico, che è il più semplice di tutti » gli acidi organici, all'acido stenico ch'è uno de' più composti, si vede il » primo possedere, a confronto del secondo, una tendenza incomparabilmente » più energica a combinarsi con altri corpi ».

» Devesi a questa tendenza l'attitudine, che hanno i corpi di semplice

» composizione d'indurre trasformazione in altri corpi, qualora non incontrino bastevole resistenza (60). » Qui per la semplicità di composizione vuolsi intendere, come i chimici sogliono esprimere oggigiorno, la *complessità* della molecola, che nell'acido ossalico è la più esigua, che sia in ogni altro acido organico, perchè consiste in soli due atomi di carbonio e tre di ossigeno, che fanno in tutti soli cinque atomi; laddove se ne noverano tredici in quella dell'acido acetico, altrettanti in quella dell'acido tartrico, senza parlare di quella dell'acido stearico, al quale l'acido ossalico si è comparato, nella cui molecola se ne contano 210. Questa esignità della molecola dell'acido ossalico ci dà per risultamento una quantità di materia molto minore di quella, che si contiene nella molecola degli altri acidi soprammentovati, e in quella principalmente dell'acido stearico. In fatti se guardiamo a' pesi relativi di queste molecole, troviamo quella dell'acido ossalico pesare 452.875; mentre quella dell'acido acetico pesa 643.189; e 830.709 l'altra dell'acido tartrico, e per ultimo quella dell'acido stearico ascendere niente meno che a 6699.000. Dunque lo stesso Liebig, fermando unicamente l'attenzione a' corpi organici, vede quelli che hanno *una composizione più semplice*, cioè a dire quelli le cui molecole, in comparazione ad altri corpi, contengono minore quantità di materia, riuscire altresì dotati di azione chimica molto più energica.

Ma questa relazione delle piccolezze delle masse molecolari coll'energia dell'azione chimica, non si limita unicamente a' corpi organici, essa si estende ed abbraccia tutti i corpi inorganici, ne' quali anzi più manifestamente si dà a conoscere. E valga il vero, quale de' corpi più dell'ossigeno e dell'idrogeno tendono incessantemente e con poderosa energia ad entrare in combinazione con altri corpi? Nessuno meglio di essi, ed è in questi precisamente che, sovra tutti gli altri, troviamo le molecole consistere in masse estremamente piccole; perocchè se a conoscere il peso relativo delle molecole di questi corpi, anzichè porre ad unità di paragone l'ossigeno, facendone la sua molecola uguale a 100, assumiamo l'atomo, o la molecola doppia dell'idrogeno, e questa facciamo uguale all'unità, ci viene subito trovata la molecola dell'ossigeno, che pesa 8.013, e quella dell'idrogeno della gravezza estrema-

mente piccola di 0,500; brevemente ci viene ognora di scorgere un riscontro mirabile tra la piccolezza delle masse molecolari e la poderosa tendenza de' corpi verso le combinazioni, anche quando si faccia di prenderli partitamente in esame: tantochè dove le masse molecolari cominciano un po' a ingrandire, vediamo subito l'azione chimica proporzionatamente decrescere. Ma noi abbiamo altresì precedentemente veduto, che quei corpi, i quali sono dotati di più grande forza ripulsiva, consistono eziandio in molecole aventi una massa piccolissima, anzi la forza ripulsiva venire tanto più vigorosa, quanto la massa molecolare riesce minima, e abbiamo addotto l'esempio del potassio, del sodio, del fosforo e di altri corpi, ne' quali altresì la tendenza ad entrare in combinazione è per modo efficace, che occorre più presto frenarla di quello che sia aiutarne ad arte gli effetti. Dunque l'energia dell'azione chimica, o la vigorosa tendenza alle combinazioni è realmente tanto più poderosa quanto è più grande la forza ripulsiva de' corpi, e ciò non per altro se non perchè questa forza si aumenta a misura che decresce, o si menoma la massa delle molecole; nel che ha sua ragione ciò, che il Liebig osserva rispetto alla chimica azione de' corpi, che *quelli*, cioè, *di semplice composizione possedono una tendenza continua ad entrare in combinazione con altri corpi*. È vero ch'egli considera la semplicità di composizione sotto questo rispetto unicamente ne' corpi organici, le cui molecole sono sempre formate di due, o più elementi, e perciò devono assai diversificare da' corpi semplici; tuttavia è facile vedere che in questa osservazione del Liebig relativa ai corpi organici, si contengono altresì gl'inorganici; perocchè se la tendenza alla combinazione posseduta da' corpi va di pari colle semplicità di composizione, niente di più semplice dell'elemento, ch'esclude l'idea di qualunque nota composizione: dunque l'osservazione del Liebig appartiene altresì ed estendesi a tutti i corpi inorganici, sì perchè chiaramente si scorge doverneli abbracciare, e sì perchè abbiamo l'evidente riscontro de' fatti che ce ne dimostra l'intera conformità.

Ho recato pochissimi esempi di corpi, in cui l'energia dell'azione chimica segue costantemente il grado della forza ripulsiva, ma aggiunsi che, dove facessimo di prenderli in esame partitamente, vedremmo sempre che dove è

relativamente più piccola la massa molecolare, in quelli è altresì costantemente più grande la forza ripulsiva e del pari la tendenza alle chimiche combinazioni; sicchè se facessimo di portare le nostre considerazioni sopra i metalli degli alcali e quindi sopra gli altri più facilmente ossidabili, arriveremo al mercurio, all'argento, all'oro, al platino e consimili, ne' quali la massa molecolare venendo notabile, cioè tornando prossimamente tripla, benchè in sostanze semplici, di quella dell'acido ossalico sopraimmentovato, la forza ripulsiva riesce debolissima, ed insieme debole oltre modo la tendenza alle chimiche combinazioni. In fatti nessuno degli antidetti metalli attrae naturalmente l'ossigeno dell'aria, e non gl'intaccano ed ossidano che gli acidi potenti, o l'acqua regia; e nulladimeno si manifesta in essi sì fievole la tendenza a serbare le combinazioni incontrate, che gli ossidi loro, se non si guardano attentamente dalla luce, o da altre consimili influenze, lasciano di leggieri l'ossigeno, tornando il metallo alla condizione primitiva. Dunque chiaramente si vede che l'energia dell'azione chimica, ovvero la tendenza alle combinazioni, è tanto più poderosa quanto è più grande la forza ripulsiva de' corpi.

§ 5.°

La forza ripulsiva precorre l'azione chimica.

Il Fusinieri trattando della forza ripulsiva, o *calorico nativo*, com'ei la chiama, si sofferma alcun poco pigliando in considerazione quella parte, ch'essa ha nelle chimiche azioni, e in questa maniera conclude: « Mentre » adunque è dimostrata l'insufficienza di qualunque supposta attrazione molecolare a produrre le combinazioni chimiche, ed è dimostrata la necessità » di un'altra azione, che ponga a mutuo contatto o quasi contatto, le parti » da combinarsi, i fenomeni poi dichiarano in che consista l'azione preliminare, cioè, nell'espansione con suddivisione progressiva, che porta a con-

» tatto, o quasi contatto le parti da combinarsi (61). » Anche qui ci viene incontrata una prova convincentissima non avere giammai il Fusinieri, negli esperimenti suoi numerosi, veduto il netto delle cagioni, nè degli effetti, che dalle cagioni conseguitano; sicchè nulla ci lascia chiaramente rilevare di quella parte grandissima, che ha la forza ripulsiva nelle chimiche azioni, non ostante le dichiarazioni, ch' egli intende darne. Perchè in fatti egli dice: *che l' azione preliminare consiste nella espansione d' una sostanza nell' altra... che porta a contatto, o quasi contatto, le parti da combinarsi.* Innanzi tratto osserveremo che se la forza ripulsiva non avesse altro ministero che *la suddivisione progressiva delle parti da combinarsi*, e quindi altro non facesse che recare queste *parti a quasi contatto*, la forza ripulsiva farebbe niente nelle chimiche combinazioni, perchè la *suddivisione delle parti* si opera altresì co' mezzi artificiali, e il *quasi contatto* possiamo averlo ognora a nostro beneplacito. Non si saprebbe poi (attenendoci al Fusinieri) come porre in accordo *l' espansione* di *una sostanza nell' altra* col *quasi contatto*: e sì quell' espansione di una sostanza nell' altra, è la vera ed espressiva imagine del fatto, come ne fa fede la goccia d'acqua del Dutrochet posta in mezzo ad un sottile spandimento di alcoole sur un piano, che vedesi a prima giunta premuta, e finalmente penetrata e divisa; o il potassio del Berzelius collocato sur il mercurio, che scaccia l' acqua d' attorno. Chi vorrà darsi a credere che il *quasi contatto* prema la goccia fino a renderla tondeggiante e quindi giunga a dividerla; e dia al potassio virtù di cacciarne via l' acqua dal mercurio? In questi casi, e in tutti gli altri sì fatti, non solo si scorge un preciso e reale contatto, ma una pressione, uno sforzo, che il contatto medesimo avvalora; eppure il *quasi contatto* è ripetuto soventemente negli scritti del Fusinieri.

Da questa breve, ma troppo indispensabile discussione, si scorge la necessità, in cui siamo di formarci altra idea circa il modo di azione, che tiene la forza ripulsiva operante la *suddivisione progressiva* della materia, principalmente qualora vogliasi intendere di qual maniera essa adoperi nelle chimiche azioni. Noi in fatti vediamo, anche arrestandoci unicamente ai due soli fatti, che ho addotti poc' anzi, che la forza ripulsiva non solo mette le parti a contatto, ma le trae a dar di cozzo e le sospinge fino ad urtarsi più o

meno vigorosamente fra loro. A questa proprietà della materia attenuata non fu posto attenzione ne' tempi addietro: tuttavia i chimici, ammaestrati dall'esperienza, se non ne conobbero i movimenti e gli urti, videro nondimeno darsi la necessità che i corpi fosser divisi, acciocchè entrassero in combinazione fra loro: anzi conobbero le combinazioni avvenire tanto più facilmente, quanto meglio la materia era suddivisa; e da che un mezzo efficacissimo di attenuazione, e suddivisione riesce ognora il magistero de' solventi e del calorico, con iscogliere e liquefare anche le sostanze più sode, così posero l'assioma: *corpora non agunt nisi soluta*. Tutti poi si accordarono a credere e credono sempre che l'azione chimica non possa giammai aver luogo, che fra le ultime particelle de' corpi, le quali particelle ultime siamo indubitatamente lontani dal poterle fornire all'azione chimica co' mezzi meccanici, anche senza darsi il pensiero di discutere se quelle particelle, che entrano nelle chimiche azioni, sieno quelle ultime, che dicono, o non piuttosto quelle molecole, che noi abbiamo indicato, le quali si tengono ancora lontane da quella finale estremità di parti, che generalmente i chimici ammettono. Certa cosa che nè le particelle ultime, nè le molecole ci vengono avute dai mannali mezzi, che sono in poter nostro, nè possiamo ragionevolmente attenderne l'apparecchiamento dalle forze attrattive, che vogliono anzi essere vinte ne' corpi, allorchè stanno per combinarsi; tuttavia era creduto appartenersi all'affinità, propriamente detta, il ministero di disgregare le molecole, stante una forza attrattiva prevalente sovra la coesione delle masse: sicchè ad essa suoleasi ascrivere la libertà acquistata alle molecole, ch'entrano in combinazione. Al quale proposito osserva sensatamente il Fusinieri « che alle » forze attrattive di combinazione perchè agiscano sono necessarie queste due condizioni; l'una che ciascuna sostanza sia estremamente divisa, l'altra che le parti minime, o gli atomi dell'una sieno collocati a distanze insensibili da quelli dell'altra. Se queste sono le condizioni necessarie da premettersi perchè le attrazioni reciproche agiscano, non è dunque possibile che le stesse attrazioni dieno esistenza a quelle condizioni, cioè, non è possibile che le stesse attrazioni dividano reciprocamente le parti, e insieme le pongano, da distanti che sono, in contatto, o quasi contatto (62). » Però

se alla *impossibilità che le attrazioni dividano reciprocamente le parti*, si sostituisca l'*impossibilità che le attrazioni* cavino dalla materia aggregata le vere molecole in condizione elastica; ma se in luogo *di porle da distanti a quasi contatto*, facciamo che corrano vigorosamente ad urtarsi, il discorso ch'ei tiene ferisce direttamente nel vero; perchè ognun vede presentemente occorrere un che di distinto da tutto quello ch'è stato ammesso precedentemente, per dar ragione delle affinità. Questa cosa, cui adesso vuolsi porre attenzione, sta in ciò, che quando noi facciamo di dividere i vari corpi, nelle maniere diverse cui usiamo ricorrere, riduciamo le grandi masse a masse minutissime, nelle quali poscia, stante le condizioni in cui sono poste, insorge la forza ripulsiva, la quale per intrinseca virtù divide naturalmente la materia, ed a cagione di quel movimento che essa materia acquista nell'atto della naturale sua attenuazione, le sostanze, che fanno di combinarsi, non solamente si recano le une a contatto delle altre, ma si urtano e cozzano fra loro, venute a quella precisa attenuazione molecolare, ch'è indispensabile al conseguimento della chimica combinazione; la quale poi è sempre operata dall'attrazione, od affinità insita alla natura de' corpi: donde chiaramente apparisce che l'azione chimica è costantemente precorsa dalla forza ripulsiva.

La necessità della naturale attenuazione della materia, acciocchè l'azione chimica abbia luogo, è comprovata visibilmente da' fatti, come ne fa prova chiarissima l'esperimento reratoci dal Berzelius, nel quale si scorge che il potassio collocato sur il mercurio lievemente umettato, prima di combinarsi all'ossigeno, si attenua per forma che le particelle sue in condizione ripulsiva non sono a prima giunta visibili, da che l'acqua, che n'è rispinta, sembra piuttosto che da sè stessa ritraggasi, come ci è dato di comprendere dalle parole stesse del celebre svedese; venendo appresso l'ossidazione del potassio, che piglia origine al perimetro dell'espansione, e seguita procedendo alla volta del globetto, il quale continua a diradarsi sino a scomparire totalmente, cioè sino a che tutto quanto si riduca a potassa. Chè ci fossero realmente particelle di potassio in istato ripulsivo anche là dove gli occhi non bastavano a scorgerne, e solo additavale il cerchio dell'umidore ritratto alla larga, si ricava dalla dichiarazione stessa del Berzelius, che trovò (compiuta l'azione)

tutto lo spazio circolare, donde l'acqua si era ritratta, ricoperto d'idrato potassico; sicchè se ivi era l'ossido, doveva anche prima esservi il radicale, da cui l'ossido venne. Si vede perciò chiaramente che la naturale attenuazione della materia, operata dalla forza ripulsiva, precede l'azione chimica.

§ 6.°

Da ogni corpo, in date condizioni, si spiccano molecole in istato ripulsivo.

Dalle cose dette innanzi apparisce, che le minutissime masse materiali, principalmente in que' punti ne' quali le dimensioni loro grandemente decrescono, anzichè essere governate dalla forza attrattiva, sono signoreggiate da una forza opposta, detta di ripulsione. Nelle materie eminentemente dotate di questa facoltà ripulsiva, e in quelle altre tutte, nelle quali l'attrazione molecolare è debolissima, gli effetti suoi riescono chiaramente visibili eziandio alla temperatura ordinaria dell'ambiente, come ci viene mostrato dagli sperimenti del Fusinieri e del Dutrochet, e sì ancora da' fatti, ch'io addussi poc'anzi. Non così avviene in tutti quegli altri corpi, ne' quali è debolissima la forza di ripulsione, o è energica l'attrattiva, o tutte e due le condizioni s'incontrano in un medesimo corpo, perchè allora gli effetti ne vengono sì esigui e impercettibili alle ordinarie temperature, che fuggono il più sovente alle nostre indagini. Tuttavia è a credere che molecole in condizione ripulsiva si levino a qualsisia temperatura eziandio da' corpi i più solidi. Molti metalli, come il rame ed il ferro, riescono odorosi solochè si stropiccino: gli alcali caustici, principalmente se bollenti, rendono odor di lisciva, e i nuovi muri, o i novelli intonachi sanno lungamente di calce, come le terre di argilla; brevemente ogni materia anche fissa mostra fuggirsene in condizione

vaporosa od elastica eziandio alla temperatura dell'aria ambiente. Anzi lo stesso mercurio, comechè dotato (a cagione della grandezza della sua molecola) di fievolissima virtù ripulsiva, nulladimeno levasi in istato elastico, cioè esala efficacemente, come ha osservato Faraday (63), quando faccia un caldo di venti a venticinque gradi sopra lo zero, e più sommessamente, ma tuttavia in modo ancora sensibile al grado stesso della congelazione dell'acqua; se non che le molecole sue a questo termine di freddo, quantunque passino in condizione elastica, non hanno tanto di forza ripulsiva da slanciarsi in distanza, e perciò non si veggono che a canto e in prossimità della goccia metallica evaporante.

Dunque c'è grande ragione di credere, che da tutti i corpi ridotti a piccole masse si levino sempre molecole allo stato elastico, tantochè la fissezza assoluta sia idea intieramente da rigettarsi. Tuttavia il calorico, come forza decisamente ripulsiva, fa ognora di partecipare il proprio moto, e conseguentemente il proprio stato alla materia aggregata, accrescendo per modo così efficace la naturale forza ripulsiva de' corpi, che, alcuni creduti fissi, si risolvono, a date temperature, in vapore elastico, atto ad entrare in combinazione con altri corpi ancorchè lontani. Tra' corpi avuti da' fisici, siccome fissi eziandio alla più possente forza del fuoco, noverasi il carbone. Sicchè i signori Leplay e Laurent, avendo non ha guari preso a trattare della *cementazione* e della *carburazione* (64), e fatta avendo questa sperienza, di porre cioè un cristallo di ossido ferrico in un recipiente di platino e d'introdurlo in un tubo di porcellana, con mettervi poi a canto, e senzachè l'una cosa toccasse l'altra, altro eguale recipiente con dentrovi un pezzo di carbone, addivenne che fattovi un fuoco ben forte l'ossido tornò ridotto a metallo. Rifecero questa sperienza col solo divario di porre in luogo dell'ossido ferrico il ferro dolce, e n'ebbero il metallo tramutato in acciajo (65). La cagione di questi effetti prodotti dal carbone nell'ossido ferrico e nel ferro, fuori di qualsisia possibilità di contatto, riuscì misteriosa, o parve almeno dilungarsi moltissimo dalle norme usate dell'affinità: tuttavia i prefati due autori, con bello accorgimento teoretico, spiegarono il primo fatto mediante l'ossido di carbonio (66); e diedero ragion del secondo ricorrendo all'idrogeno carbo-

nato (67), da che erano al tutto lontani dal credere, che due corpi solidi, messi in distanza uno dall'altro, potessero giammai agire uno sull'altro chimicamente.

Da ciò avvenne ch'eglino ricorsero al necessario ripiego di porre in mezzo un corpo fluido, anzi elastico, il quale colla facile sua mobilità soccorresse al difetto dell'avvicinamento, e ponesse i due corpi nel limite di azione. Se non che ad onta del magistero plausibile, onde eglino mostravano di qual maniera anche un atomo solo di ossido di carbonio, contenuto nel carbone, valesse a produrne tanto, quanto occorreva a ridurre a ferro tutto l'ossido ferrico, nulladimeno il celebre Thenard parve non rendersene intieramente capace, od almeno trovò tanto dell'importante e del nuovo in que' fatti, da doverne confortare gli autori a rifar l'esperienze ed a proseguire più innanzi colle indagini, e ciò principalmente con sottoporre alla pruova il carbone fortemente calcinato (68). Il Laurent ne seguì il consiglio, e diede opera a rifar le sperienze, i cui risultamenti, venutigli chiari e precisi il cavarono della primitiva credenza (che fa grande pruova di sincero convincimento), e messo quindi in non cale l'ossido di carbonio e l'idrogeno carbonato, dichiarò *di non vedere altro mezzo per ispiegare gli effetti della cementazione e della carburazione che il solo ed unico di supporre il carbone volatile: sicchè a guisa dell'arsenico, dell'acido arsenioso, della canfora e di altri corpi solidi parecchi, si levi in vapore senza entrare prima in fusione* (69).

Pel subbietto, che siamo a trattare, diviene della maggiore importanza il sapere che da ogni corpo (principalmente qualora si riduca in particelle minute) si levano molecole elastiche a date temperature; e da che il carbone volevasi eccettuare, come uno di quelli, che nessuna forza di fuoco valesse a smuovere dalla fissezza, così esso verrà a provarci il medesimo fatto anche degli altri non troppi, che non per anche si provarono decisamente volatili, avendosi ora ragione di credere che per solo difetto di esperienze non sia ancora palese questa loro attitudine. Laonde tutti i corpi voglionsi considerare volatili, se non alle ordinarie temperature, ad un determinato sufficiente grado di fuoco. E questo bisogno del fuoco, che, come nel carbone, troviamo in altri corpi, viene o dalla poderosa forza attrativa delle particole,

in che consistono le molecole, o dalla grandezza delle loro masse. Da ciò appunto deriva essere gli ossidi dotati di minor forza ripulsiva de' radicali, da cui procedono, perchè alla massa molecolare del radicale quella si aggiunse dell'ossigeno: sicchè la molecola dell'ossido tornando più grande, dee di necessità scadere in forza ripulsiva, se verun'altra circostanza non venga a ristorarne il difetto, che immancabilmente deriva dalla predetta aumentata massa della molecola. Qui dunque veggiamo chiaramente per qual motivo gli ossidi a confronto de' radicali ci vengano quasi sempre trovati inferiori nella forza ripulsiva: e veggiamo in oltre non avere il Fusinieri conosciuto la vera cagione di quegli effetti, che le esperienze gli mettevano innanzi; da che lo scemamento di forza ripulsiva negli ossidi, ch'egli ascrive al dissiparsi del *calorico nativo* (70), viene anzi dall'evidente ingrandimento delle loro molecole in comparazione a quelle del radicale; sicchè nel caso nostro la dottrina dà ragione altresì delle proprietà de' corpi che si originano, e, come in questo, così vedremo in altri luoghi moltissimi del presente lavoro.

Del resto, come il carbone, volatili si conobbero alcuni metalli per innanzi creduti fissi e così anche gli ossidi loro, sì veramente che ad accoucia forza di fuoco si sottopongano. Così, per modo di esempio, fu trovato del rame, da che se facciamo di porne un pezzettino, od una lega, od un minerale che il contenga, in una coppella, e capovoltane sopra un'altra, l'esponiamo ad un competente grado di fuoco, cavate appresso di là le coppelle, troviamo in fondo alla concavità di quella capovolta una macchia rubiconda di ossido ramoso (71).

Il Fournet racconta, che avendo esposto al fuoco, in un crogiuolo formato di una terra alquanto ferruginosa, il carbonato magnesico, trovò sconciato il naturale candore della magnesia sino nella parte più interna del crogiuolo, e ciò a cagione dell'ossido ferrico, che vi si era trasfuso (72). Questo fatto adunque dimostra la volatilità insita all'ossido ferrico, da che spiccatosi del crogiuolo si partecipò alla magnesia, penetrandone intimamente la massa; ma fatti vie più curiosi ci forniscono ancora gli esperimenti del Laurent. Egli prese tre piastre di porcellana, e sopra una di esse fecevi un velamento coll'ossido cobaltico, nell'altra coll'ossido nichelico, e la terza coprì leggermente

coll'ossido ferrico. Ciò fatto assoggettolle al fuoco possente di una fornace: sicchè quegli ossidi si fondessero, e tornassero in ismalto, o vetriature delle piastre medesime. Ridotti così gli ossidi, ognuna delle piastre appajò ad altra di netta, nella quale cioè non s'era fatto apparecchiamento di sorta, e in guisa che la piastra vetriata stesse di rincontro alla netta, serbandovisi distante per lo spazio di due o tre linee. Allestite così, rimisele in forno, e fecevi un fuoco sommamente gagliardo. Ritratte poscia, trovò la piastra bianca, ch'era stata a rincontro di quella apparecchiata coll'ossido cobaltico, colorita in azzurro intenso; quella, che ei tenne accanto all'altra dell'ossido nichelico, vennegli di una tinta assai bruna, tornando finalmente rossiccia quella che fu dirimpetto all'ossido ferrico (73). Dunque tutti quegli ossidi, esposti al calore intenso di una fornace, comechè prima fusi, e quindi posti nella condizione più sfavorevole per isfumare, pure furono e si mostrarono volatili, stantechè le lor molecole spiccaronsi dalla superficie in cui erano, e urtando contro la piastra affacciata, vi si applicarono.

Nessuno, ch'io sappia, prese a considerare quale fosse per essere la velocità di una molecola, che spiccasi da una massa liquida o solida, passando in istato elastico, la quale dee essere indubitatamente più o meno grande, secondo la speciale forza ripulsiva del corpo, e secondo il grado di calore in cui la molecola piglia quello stato. A questo difetto di ogni lume a tale proposito sopperisce il Laurent con un suo sperimento fatto a tutt'altro fine, ma tale pur tuttavia da farci arguire, che in qualche caso la velocità delle molecole, che si levano in condizione ripulsiva, riesce veramente notabile. Siccome a render chiaro che il carbone è per sè realmente volatile, faceagli d'uopo dilungare ogni dubbio che al producimento degli effetti giammai intervenisse l'ossido di carbonico, o l'idrogeno carbonato, così per chiarire eziandio questo capo della quistione propostasi, prese un pezzettino di piombaggine, e chiusolo ermeticamente in un tubo di porcellana, serrava il tubo in una cassa adattata e ripiena di carbone, esponendola quindi ad un fuoco il più intenso; dopo di che cavato il tubo dal fuoco e spezzatolo, trovava non solo averne la piombaggine annerita la superficie d'attorno molto al di là del contatto, ma questo di più, ch'io credo di non poter meglio esprimere, che valendomi

delle sue stesse parole: *che*, cioè, *il tubo di porcellana nel quale la piombaggine era calcinata, non solo annerita per ogn' intorno nella superficie interiore vetriata, ma l' annerimento ne penetrava altresì la grossezza sino ad una certa profondità; trovandosi la spezzatura bianca perfettamente nel mezzo; di dove seguiva facendosi di nericcia più nera sino alla superficie vetriata, che mostrava quasi una compiuta nerezza.*

La vetriatura e la pasta, egli segue dicendo, *fu dunque trapassata dal carbone; e da che tra la silice, l' allumina e il carbone non corre affinità veruna, non si può ammettere che il carbone si trasfondesse in profondità, trapassando di molecola in molecola, stante una combinazione e scomposizione successiva, come avrebbesi potuto credere nel ferro* (74). Qui adunque, in questa bella ed importante sperienza del Laurent, veggiamo non solo il carbone avere trapassata, senza ragione di affinità, la vetriatura del tubo, ma essere penetrato nella grossezza medesima; il che non potendo arrivare senzachè le molecole elastiche, spiccantisi dal carbone si sospignessero velocemente, abbiamo nel fatto antidetto una pruova di quella notevole gagliardia, onde in alcuni casi muovonsi le molecole in condizione ripulsiva.

Ora da' fatti, ch' io ho addotti sin qui, chiaramente veggiamo che da ogni maniera di corpi, a date temperature, si levano molecole elastiche, ed eziandio che queste molecole si muovono velocemente: il che importava molto di conoscere per ben comprendere in qual maniera si compiano le chimiche combinazione, che abbiam veduto precorse necessariamente dalla forza ripulsiva. Perchè se facessimo di attenerci al modo di vedere del Fusinieri, che vuole elastiche unicamente le minute masse visibili, e nega che da esse si partano molecole in tale stato, noi in que' fatti non avremmo ragione alcuna delle chimiche combinazioni, che non tra le masse eterogenee, ma sì fra le eterogenee molecole si effettuano. Senza che se sono elastiche le minute masse visibili, come vuole e mantiene il Fusinieri, devono essere anche elastiche le molecole, che pure ancora accompagnano, o come che sia fanno parte di quelle minute masse, i cui movimenti egli osserva; ed elastiche poi a perfezione vogliono essere quelle, che formano l'estrema attenuazione degli spigoli, e che di là scaturiscono.

§ 7.°

Di qual maniera la forza ripulsiva insita alle molecole elastiche agisca nelle chimiche combinazioni.

Il Fusinieri discorrendo della forza ripulsiva, o calorico nativo, dice che le predette piccole masse *se duranno in un impedimento, o quando troveranno ostacoli nella direzione dello spigolo, si dirigeranno in contrario, come nella ripercussione de' corpi elastici, ed allora riuniranno la massa nella forma primitiva.* Ciò adunque avviene, giusta le osservazioni del Fusinieri nelle piccole masse, allorchè la materia in condizione ripulsiva dà negli ostacoli, che ne arrestano le espansioni. Ma il caso delle chimiche combinazioni è ben diverso da quello che il Fusinieri adduce, da che allora le minutissime mosse de' corpi eterogenei, che stanno per combinarsi, sono tutte in condizione ripulsiva; e le molecole elastiche che escono dalle estremità evanescenti degli spigoli, anzichè dare negli ostacoli, urtano fra loro; ond'è che per comprendere di qual maniera la combinazione avvenga, basta fermare l'attenzione a quegli urti, che seguir devono fra le molecole antidette; perchè dove non si perda d'occhio l'attrazione od affinità, che tuttavia sussiste, il conflitto di esse si regge e governa colle norme stesse dell'urto de' corpi elastici in genere.

Posto ciò, diasi la molecola A uscente dallo spigolo *a* di un corpo semplice, la quale s'incontri ed urti nella molecola B, ch'esce dallo spigolo *b* di un corpo eterogeneo egualmente semplice, e poniamo quello che dee essere e dee indispensabilmente avvenire nelle chimiche combinazioni, cioè che si corrano incontro. Stante ciò, che segue costantemente nell'urto de' corpi elastici, nell'atto in che le due molecole cozzano insieme, eziandio si comprimono, e dove seguir potesse la restituzione, dopo l'urto si muoverebbono entrambe in direzioni contrarie colla stessa velocità con che prima si urtarono.

Ma nell'avvallamento reciproco che accade all'istante dell'urto, i centri attrattivi delle due molecole grandemente si accostano, e quindi la combinazione si effettua, onde le due molecole, anzichè partirsi in direzioni contrarie colle velocità primitive, distrutto ogni moto dalla forza attrattiva, si rimangono unite ed originano la molecola composta, e pel congiungimento di molte il corpo composto. Nulladimeno sebbene seguito l'urto, ogni moto riesca distrutto dalla forza attrattiva, uno sforzo di restituzione può tuttavia aver luogo, e perciò i centri delle due molecole e le altre parti, che le molecole compongono, ponno riuscire più o meno strettamente congiunte, secondo la quantità della reazione, che al momento dell'urto varrà a produrre un effetto nell'atto medesimo che la combinazione si compie.

Questo nuovo, e dirò anche certo principio (perchè da numerosissimi fatti comprovato), onde le combinazioni si effettuano, porta il grande vantaggio che per esso si comprendono le ragioni di quelle speciali prerogative, che incontriamo ne' corpi, che si producono; sia che guardiamo agli accidenti che si palesano ne' corpi stessi prodotti, od a' fenomeni ch'essi manifestano, qualora si espongono all'azione del calore, o degli altri agenti, che recano in atto la forza ripulsiva de' componenti, vinta e rattenuta dalla prevalente attrazione. Tutti sanno, per modo di esempio, che in quella maniera di combinazioni, che arrivano fra' corpi aeriformi a dati volumi, come ha scoperto il celebre Gay-Lussac, ora seguono condensazioni più o meno grandi; ed ora le combinazioni si effettuano senza che avvenga condensazione alcuna. Di questo accidente del volume in che ne torna il composto a confronto de' componenti, la dottrina dinamica ne porge la più chiara ragione, avvenendo le condensazioni ogni volta che la reazione consecutiva all'urto o non produce il menomo effetto, o ne produce uno di piccolissimo, stante la vigorosa forza attrattiva, che serba strettamente congiunti i centri delle molecole. Od essa reazione in contrario, lasciata libera al producimento de' suoi effetti, riesce sì efficace ed energica da concorrere colla naturale forza ripulsiva delle molecole a indurre consecutivamente all'urto una tale rarefazione nella molecola composta, che, non ostante il congiungimento de' centri attrattivi già avvenuto, venga di tal volume da equivalere alla somma de' volumi delle molecole elementari.

Veduto adunque in iscorzo, e solo a modo di esempio, il lume che ci porge il principio dinamico in ogni particolare delle chimiche combinazioni, facciamo adesso che in luogo di due corpi semplici, che agiscono chimicamente fra loro, uno sia semplice e l'altro composto: sicchè un elemento di quest'ultimo torni scacciato dalla preesistente combinazione. In questo caso la molecola elastica A uscente dallo spigolo *a* urterà nella molecola composta BC, che scaturisce dallo spigolo *bc*, e nell'urto reciproco, comprimendosi a vicenda le due molecole, s'è vero, come diedesi per supposto, che si formi il composto AB, il centro di attrazione della molecola A si deve accostare di più, o porsi più appresso al centro di attrazione della molecola B, che non a quello della molecola C, e perciò le due prime molecole si rimarranno congiunte, formando il composto AB; mentre la terza C, da che il suo centro attrattivo venne a scostarsi da B (ch'entrò a formare il nuovo composto AB), uscendo dall'impero dell'attrazione, anche a prescindere da qualsivoglia impulso di moto comunicato, dee necessariamente riprendere la sua condizione ripulsiva e quindi elastica, partendosi in tale stato e mantenendovisi fino a che una forza idonea la costringa a pigliare quella forma, che sarà per essere accomodata alla sua natura, ed alle circostanze sotto l'influenza delle quali o la coesione, od altra chimica combinazione possa aver luogo. Ora è facile a vedere come, attenendoci a queste leggi degli urti molecolari, riesca svelata ogni maniera di azione ne' corpi, che agiscono chimicamente fra loro, anche fuori degli esempi recati, cioè, qualunque sia per essere la composizione dei corpi agenti, non che i prodotti ch'essi originano.

Adesso rifletteremo come prima d'ora fosse arcana la cagione determinante la speciale maniera di essere de' corpi *isomerici*. In fatti di qual maniera può avvenire che due sostanze, le quali realmente consistono negli stessi elementi, congiunti nella identica proporzione, palesino quindi proprietà fra loro differenti? Ora veggiamo che le combinazioni, dovendosi ognora effettuare sotto l'influenza di alcune particolari circostanze, come di temperatura, di solventi od altro, queste mutate che sieno, od anche semplicemente variate, ponno sì fattamente modificare i movimenti e gli urti delle molecole agenti, che la combinazione prodotta risenta gli effetti di una

forza attrattiva o alquanto impedita, o maggiormente ajutata nel momento in cui piglia origine. Prendasi, verbigrazia, ad esempio quale un corpo *isomerico* l'ossido stagnico preparato coll'acido nitrico, e si metta in comparazione dello stesso ossido, ma avuto dal cloruro stagnico, scomposto mediante un alcali. Quest'ossido apparecchiato nelle due maniere diverse, come ci fa accuratamente osservare il Berzelius (75), si manifesta dotato di proprietà differenti. Ma ove si presti attenzione ai due modi diversi, onde fu apparecchiato, noi troveremo, in riguardo al movimento ripulsivo delle molecole che dee precorrere la chimica unione dell'ossigeno col metallo, ch'è ben diverso il caso in cui l'acido nitrico agisce direttamente sullo stagno, da quello in cui l'ossido torna precipitato dal cloruro stagnico mediante un alcali. Perchè in fatti nel primo caso il movimento ripulsivo delle molecole dee venire più vigoroso e spedito, trattandosi dell'azione diretta dell'acido nel metallo, e dee seguirne quindi una combinazione più intima e serrata, stante la vigoria de' movimenti e delle pressioni consecutive, onde la coesione stessa molecolare dee averne un vantaggio non lieve: laddove nel caso secondo, devono riuscire notevolmente impediti i movimenti molecolari, che intervengono a produrre il precipitato, sì a cagione del sale alcalino, che ad un tempo s'ingenera e rimane sciolto, e sì a motivo del precipitato che torna in una massa gelatinosa, la quale congiuntamente alla densità del liquido, che di mano in mano va aumentando, dee grandemente difficultare gli effetti, che la forza ripulsiva delle molecole vien producendo. E in fatti le proprietà differenti, che i due ossidi manifestano, corrispondono esattamente al grado differente di energia, che la forza ripulsiva delle molecole adoperò ne' due casi diversi.

Veduti adunque i fenomeni delle combinazioni chimiche, mediante il lume che ci porge il fatto inconcusso dello stato ripulsivo delle molecole, che dee precedere la chimica azione, ci vengono spiegati, e meglio ancora si spiegheranno in appresso, tutti gli accidenti che intervengono nell'atto in cui si compiono le chimiche affinità. Anzi a questo proposito mi piace di mostrare in qual maniera esattissima convenga l'opinione del celebre fondatore della teorica elettrochimica, l'illustre Berzelius, con ciò che ci è porto dal principio

dinamico in riguardo al modo di effettuarsi della chimica azione. Egli dice che nel momento in cui i corpi eterogenei si uniscono, segue *la neutralizzazione delle due opposte elettricità;* e il principio dinamico ci reca a concludere che nell'atto medesimo del predetto congiungimento si spegnono i movimenti molecolari, tornando estinta, o *neutralizzata*, la forza ripulsiva dal subentrante predominio dell'attrazione; sicchè dove l'elettricità consistesse nel medesimo stato ripulsivo delle molecole, le due forme di vedere il compimento delle chimiche affinità, tornerebbono in uno stesso ed identico principio. Il Fusinieri, sebbene si occupasse lungamente della forza ripulsiva, o calorico nativo, nulladimeno essendogli sfuggita la vera maniera di essere di questa forza ne' corpi, e quindi il modo con cui agisce nelle chimiche azioni, anzichè riconoscerne la prefata esattissima corrispondenza, si fece a combattere l'idea dell'illustre Svedese, e nondimeno egli in più luoghi de' suoi scritti, si adopera a mostrare, come le due elettricità vogliano avere origine da un principio comune, ch'egli trova dover consistere nella forza ripulsiva; sicchè reputa poter concludere: *esservi una stretta analogia, una specie di connessione fra gli effetti della forza di espansione spontanea e gli effetti delle correnti elettriche. E postochè le due elettricità, per quanto si è detto, devono avere un principio comune, non si vede quale altro possa essere, se non questo presentato dai fenomeni, consistente in una forza unica, e comune alla materia attenuata, e inegualmente distribuita nelle sostanze in ragione delle elettricità, che sono atte a sviluppare* (76). È vero che qui non si scorge troppo chiaramente che tra la forza ripulsiva e le due opposte elettricità corra punto di analogia, nulladimeno se nella forza ripulsiva, com'io in altro luogo ho accennato, dovessero consistere le due opposte elettricità, avverrebbe che nelle due molecole eterogenee le quali nell'entrare in combinazione fra loro si muovono prima in condizione ripulsiva, potremo scorgere altresì i due stati elettrici opposti, e ciò tanto più probabilmente, quanto che ad ogni azione chimica, per poco che riesca energica, veggiamo accompagnarsi segni di elettricità; sicchè nelle due molecole elastiche, che cozzano insieme, il cui moto si estingue nel cozzo effettuandosi la combinazione, possiamo eziandio ravvisare lo spegnimento, o *neutralizzazione delle*

due opposte elettricità, da che si tratta unicamente di avere in quel momento la soppressione degli effetti di una forza stante il predominio, che un'altra ne va avere di opposta, ch' è l'attrattiva, o di affinità.

Il mirabile riscontro, che troviamo fra la *neutralizzazione delle due opposte elettricità*, e lo spegnimento del moto molecolare nell'atto delle chimiche combinazioni, suggerisce anche l'idea di quello che dee avvenire, allorchè si effettui la scomposizione de' corpi, ricorrendo alla possanza o della elettricità, o del calorico, o della luce. Questi fluidi, che si dicono *imponderabili*, sono indubitatamente una materia in condizione ripulsiva, anche secondo il generale consentimento de' fisici. Ora se l'elettrico, od un altro qualunque di questi fluidi, si conduca ad esercitare la propria forza verso una molecola composta (siccome addiviene di que' corpi che si espongono alla corrente voltiana), stante la somma tendenza, che ha la materia attenuata, di venire in condizione ripulsiva, ne seguirà che l'elettrico (od altro che uno voglia dei detti fluidi), cozzando contro la detta molecola, le verrà partecipando tanto di moto che i centri attrattivi, prima congiunti, si muoveranno allontanandosi, sinchè usciti dal confine attrattivo, le due molecole componenti ripiglieranno lo stato elastico, e la molecola sarà scomposta; il perchè essendo fatta abilità alla forza di restituzione di produrre il suo effetto, muoverannosi entrambe le due molecole in direzioni contrarie con una velocità uguale a quella con cui prima urtando si unirono. E vaglia il vero, o che guardiamo alla combinazione, o alla scomposizione de' corpi, le molecole elastiche che intervengono nell'azione, debbono venire succedendosi le une alle altre così da formare una corrente continua e non mai interrotta, da che interrompendosi il trascorrimento delle molecole, avremmo la sospensione dell'atto chimico; sicchè dobbiamo avere per indubitato che, al momento delle chimiche combinazioni, sonovi costantemente due correnti di molecole elastiche che più o meno energicamente si corrono incontro, ovvero che si attraggono, essendo l'attrazione quella che ne conseguita nell'incontro; laddove nelle scomposizioni vi hanno sempre due correnti che muovono in direzioni opposte, ovvero che si respingono. Se dunque tra la forza ripulsiva e le due opposte elettricità dovesse correre analogia, noi certo vorremmo più volentieri

attenerci alla schietta e semplice, che ne porge il fatto delle combinazioni e scomposizioni chimiche: ma di ciò tratteremo più diffusamente, allorchè avremo a parlare de' fenomeni accompagnanti le chimiche combinazioni e scomposizioni.

Queste conclusioni, alle quali ci condusse il nuovo modo di vedere l'effettuazione delle chimiche combinazioni, pajono venire convalidate dalla specialità dell'azione, che veggiamo esser propria delle correnti voltiane, le quali, mentre sono ognora efficaci e meglio e più prontamente agiscono nelle scomposizioni de' corpi, o non vogliono essere adoperate, o non si prestano che indirettamente, e in qualche raro caso nelle combinazioni ed allorchè eziandio le antidette correnti sieno esigue e lentissime.

§ 8.°

Le combinazioni chimiche tornano tanto più stabili, quanto è più grande la forza ripulsiva de' corpi, che si combinano.

Noi abbiamo precedentemente veduto che la forza ripulsiva è tanto più grande, quanto è più piccola la massa delle molecole; ed abbiamo appresso trovato che l'energia dell'azione chimica cammina di pari passo colla forza ripulsiva: ma è altresì un fatto certissimo, abbracciante ogni maniera di chimiche combinazioni, che là dove l'energia dell'azione è più grande, ivi altresì gli elementi che si congiungono, incontrano una stabilità di unione incomparabilmente maggiore di tutti quelli, che nell'unirsi procedono lentamente, e senza vigore di azione, e coi quali si prova sovente grandi difficoltà ad ottenere quell'ordine stesso di composti, che parecchi altri ci forniscono con agevolezza e senza sforzo veruno. Un esempio volgarissimo della facilità ed energia di azione con che il carbonio si combina all'ossigeno, lo abbiamo nella legna e nel carbone, che si adopera giornalmente negli usi domestici e delle arti. Basta un pocolino di calore iniziale perchè l'azione chimica cominci e quindi seguiti di per sè medesima, producendo copia sì grande di calorico, che non solo torna bastevole a serbare l'azione cominciata, non

solo efficacemente ad accrescerla, ma anche ad estendere lo scaldamento ai corpi circostanti, sicchè divenga il mezzo attivo delle fornaci più poderose e delle fucine; nè v'ha chimico, il quale ignori la ferma stabilità incontrata dal carbonio coll'ossigeno nell'acido carbonico.

Che non diremo poi del potassio, del sodio, del calcio, del magnesio, del bario, del fluoro, del solfo, del fosforo e di altri parecchi, che sarebbe lungo ed inutile il noverare, le cui azioni chimiche sono sommamente energiche, e di salda e ferma stabilità le combinazioni formate? All'opposto vediamo comportarsi (attenendoci unicamente alle materie elementari) il mercurio, l'argento, l'oro il platino, l'iridio ed altri metalli consimili, i quali giammai si combinano coll'ossigeno al calore dell'aria ambiente, e taluni ancora come l'oro ed il platino, resistono all'azione del fuoco e degli acidi più potenti, perchè incapaci a spiccarvi porzione di quell'ossigeno, che si appartiene al radicale dell'acido agente; e se riesce anche all'oculata operosità del chimico di ridurli ad ossidi, essi ritengono debolmente l'ossigeno; e se sono gli ossidi dell'oro, non solo lasceranno l'ossigeno al calor mite dell'acqua bollente, non solo verso l'influenza de' raggi solari, ma torneranno in oro splendente eziandio serbati in luogo perfettamente oscuro, siccome fa l'ossido aurico. Poco differente ci viene trovata la stabilità delle combinazioni che coll'ossigeno incontrano il platino, l'osmio, l'iridio, e diremo ancora l'argento, il mercurio, il piombo ed altri sì fatti, i quali, sebbene mostrino maggiore affinità verso l'ossigeno, e ne involino porzione a' radicali degli acidi potenti, nulladimeno il perdono ad un grado di calore competentemente efficace, mentre non vi è forza nè gagliardìa di fuoco, che basti a spiccarnelo dal potassio, dal sodio, dal bario, dal calcio, dal fosforo, dal boro, dall'alluminio, dal silicio, brevemente da nessuno degli alcali, da nessuna delle terre alcaline, da nessuna di quelle, dette terre semplicemente, da nessuno de' metalli meglio ossidabili, principalmente se trattisi delle prime basi salificabili.

Ora se i fatti più certi ed inconcussi ci comprovano che, dove è grande la forza ripulsiva e quindi vigorosa ed efficace l'azione chimica, ivi le combinazioni che si formano riescono altresì maggiormente stabili, essendo la forza ripulsiva più grande quanto sono più piccole le masse molecolari, la

ragione della stabilità de' composti dee quindi necessariamente consistere nella piccolezza delle masse molecolari; sicchè dove le masse sono più piccole ivi altresì la stabilità torni più grande. Questa ragione ci sembra venire chiarissima. In fatti dove le masse molecolari de' corpi che si combinano sono più piccole dee avvenire, che mentre le due molecole elastiche nell'atto di combinarsi urtano insieme e nell'urtare avvallano producendo la molecola composta, i due centri attrattivi delle molecole componenti si devono fra loro tanto più avvicinare, quanto le masse delle molecole sono più piccole. Ora, siccome la virtù attrattiva (anche guardando a' fenomeni della attrazione universale), si manifesta adunata ne' centri de' corpi che si attraggono, ne conseguita, che se attenendoci alla diritta analogia facciamo che la virtù attrattiva di una molecola sia principalmente raccolta nel centro della molecola stessa, dee venirne che quanto più i due centri si accostano, a cagione della piccolezza delle molecole, tanto più grande ne tornerà l'effetto attrattivo, cioè a dire, tanto più stabile dovrà riuscire l'unione degli elementi.

Questa maniera di considerare le chimiche combinazioni sempre conforme a' fatti e sempre consentanea allo stesso principio dinamico della forza ripulsiva, ci spiega altresì un fenomeno, che comprende in sè quasi tutta la generalità delle chimiche combinazioni. Il fenomeno è questo: che dove un corpo si combini ad un altro in più proporzioni definite, la prima di queste proporzioni, ch'entra a formare il composto, serba ognora il legame incontrato con una fermezza e stabilità superiore a quella degli altri composti che si originano dalla addizione successiva di nuove proporzioni dello stesso elemento. Limitiamo adesso le nostre considerazioni sugli ossidi, abbenchè lo stesso si trovi avverarsi di tutte le altre analoghe combinazioni. Ne' metalli pertanto, il primo grado di ossidazione è incomparabilmente più stabile del secondo, del terzo e di tutti quelli che seguitano. Fermiamo in fatti l'attenzione nostra alle differenti ossidazioni del manganese. Il primo de' suoi ossidi, cioè l'ossido manganoso, è la sola base che esso metallo ci dia veramente stabile; giacchè l'ossido manganico è ricondotto dagli acidi al primo grado di ossidazione, perchè essi ne cacciano porzion dell'ossigeno; lo stesso fa il fuoco in quello

che viene appresso, cioè nel perossido. L'acido poi manganico, quando avvenga che si tolga dalle sue combinazioni, torna subito ad ossido; e finalmente l'ultimo grado di ossidazione del prefato metallo, cioè l'acido ossimanganico, quando sia sciolto nell'acqua, basta la luce a scomporlo, e basta ancora il mite calore di soli gradi cinquanta centigradi. Questo decrescere della stabilità delle combinazioni a misura che cresce il numero delle proporzioni di uno de' componenti, io diceva essere fenomeno pressochè generale. Se dunque il fatto è generale e costante dee venire da una cagione, che alla costanza e generalità dell'effetto corrisponda. Noi abbiamo precedentemente veduto, che la maggiore stabilità de' composti deriva dal maggiore avvicinamento, a cui si sono potuti recare i due centri attrattivi delle molecole nell'atto della combinazione. È dunque evidente che qualunque sia per essere il modo di accostamento, che terrà la seconda molecola che va ad unirsi al precedente composto, non potendo essa giammai porsi col suo centro attrattivo nel punto medesimo di unione de' centri delle due prime molecole, il centro suo dovrà quindi tenersi più lontano, e così dicasi di quello di tutte le altre molecole che successivamente si aggiungono alle precedenti per quadruplicare e quintuplicare il primo composto; sicchè il centro attrattivo dell'ultima molecola, entrata in combinazione, deve essere necessariamente il più lontano di tutti, e per conseguenza il meno attirato degli altri, cioè il più agevole di tutti ad essere portato da una cagione qualunque idonea, fuori del confine attrattivo. Laonde si vede che l'ultima molecola, ch'entrò nel composto, è la più facile di tutte ad esserne scacciata; e così la penultima più di quella che l'ha preceduta, sino a tanto che si pervenga alla prima, la quale sovente sarà rattenuta con tale energia da farci incontrare grandissima difficoltà a poternela togliere di combinazione.

Questo fenomeno che i composti ci palesano, qualora sieno pervenuti alla massima composizione di cui sono capaci, ammette, come osserva il Berzelius, qualche eccezione, quale sarebbe l'ossido mercurioso a confronto dell'ossido mercurico. Perchè in fatti il primo lascia il suo ossigeno sì agevolmente, che non solo ne lo abbandona qualora si esponga a' raggi diretti del sole, ma basta eziandio la luce diffusa a fugarnelo; laddove il secondo

richiede un fuoco gagliardo, perchè la luce sola fa nulla. Per comprendere il motivo di questa apparente eccezione, occorre richiamarci la densità relativa di questi due ossidi la quale troviamo 10.69 nell'ossido mercurioso, ed 11,074 nell'ossido mercurico: il che ci fa ragionevolmente arguire che nella molecola dell'ossido mercurioso, resa elastica dalla forza ripulsiva, seguisse, all'atto dell'urto colla nuova molecola dell'ossigeno, tale avvallamento da accostare vie meglio i centri attrattivi delle due prime molecole, sicchè invigorita l'attrazione cagionasse un maggiore avvicinamento delle parti nella nuova molecola composta e tale da indurre una più efficace stabilità di composizione. Questa ragione, che ci vien data del fatto, senza dilungarci menomamente dal principio dinamico, anzi traendola da esso principio, ci è altresì confermata da altri fenomeni che al precedente si attengono. Il solfuro ferrico, per modo di esempio, mediante un fuoco gagliardo si decompone, tornando a solfuro ferroso, mentre assoggettando alla stessa sperienza il persolfuro di ferro, esso ne lascia tanto di solfo da venire a solfuro ferrico, ma quello che a un tal limite si preserva, ritiene sì tenacemente che non vi è forza di fuoco, che il costringa a lasciare, siccome fece il semplice solfuro ferrico che per forza di fuoco divenne ferroso; nè di ciò v'ha altra ragione nel primo che di essersi avanti trovato ad un grado superiore di solforazione. Questo fatto adunque ci conferma la cagione assegnata alla stabilità dell'ossido mercurico, che, cioè le nuove proporzioni de' componenti, le quali successivamente si aggiungono a' precedenti composti, ponno talvolta indurvi quella maggiore stabilità, che prima non avevano, stante la vigoria che andò acquistare la forza attrattiva, a cagione dell'urto e consecutivo avvicinamento delle due prime molecole, avvenuto nell'ultima combinazione.

L'addotta cagione spiega adunque ottimamente il fenomeno, che si osserva nell'ossido mercurico a confronto dell'ossido mercurioso; ed è pienamente consentaneo alla ragione che il fatto dell'urto debba indurre talvolta una sì fatta modificazione ne' composti successivi, che dallo stesso elemento si producono, come ce ne dà una pruova evidente il persolfuro di ferro, messo a comparazione del solfuro ferrico; ma la maggiore stabilità dell'ossido mercurico, potrebbe anche venire da altra cagione; anzi dovrebbe credersi precisamente

che venisse, se badiamo al magistero di azione intrinseco e connaturale al principio dinamico delle combinazioni. In fatti, siccome l'ossido mercurico si produce costantemente nelle circostanze più favorevoli all'esercizio della forza ripulsiva, così è anche a credere che questa combinazione torni la prima e la più semplice che faccia il mercurio coll'ossigeno; sicchè l'ossido mercurioso, il quale trae origine in circostanze ben diverse, venga anzi dall'unione di una molecola di ossido mercurico verso una di metallo; ond'è che allora dileguerebbesi eziandio quell'eccezione che a prima vista ci parrebbe d'incontrare negli ossidi predetti; trovando in oltre nel principio dinamico il sommo vantaggio di togliere di mezzo il modo arbitrario ed instabile di considerare la costituzione molecolare de' corpi, surrogandovi idee atte ad esprimere la precisa natura de' corpi stessi; da che ne' gradi superiori di ossidazione non sarà giammai l'ossigeno che si aggiunga al metallo, ma sì l'ossigeno all'ossido precedente e converso ne' gradi inferiori, principalmente qualora si duplichi l'equivalente del radicale.

Ora senza dilungarci dal predetto principio dinamico vedremo altresì la ragione di un fenomeno che si osserva costantemente ne' sottossidi, cioè che questi composti, sebbene derivino dalla prima proporzione di ossigeno che si congiunge ad un metallo, nulladimeno esso vi si attiene con quella medesima fievolezza con che sta unito agli ossidi più composti, cioè pervenuti a' gradi superiori di ossidazione. Il Berzelius dice: *che niuno finora studiò in modo speciale, onde nasca la differenza di affinità colla quale i metalli ritengono le differenti proporzioni di ossigeno che ne formano i differenti gradi di ossidazione, da che l'esperienza altro non insegna se non che l'affinità più energica fra gli elementi non s'incontra giammai nè al massimo, nè al minimo grado di ossidazione* (77). Io dico adunque che attenendoci al principio dinamico degli urti molecolari, determinanti le chimiche combinazioni, abbiamo altresì facile spiegazione della debole affinità che manifesta l'ossigeno nei due estremi opposti di ossidazione, anche quando dai gradi superiori scendiamo alla più esigua ossidazione. Osserveremo innanzi tratto che i sottossidi si originano o solochè i metalli si rimangano a contatto dell'aria ambiente, o che se ne agevoli anche l'effetto, ma sempre con mitissimo

calore, ovvero eziandio, come per ottenere quelli del potassio e del sodio, con adoperarci sì che l'azione si tenga placida e non invigorisca; donde ne seguita che nella produzione dei sottossidi hannosi ognora movimenti molecolari lievolissimi. Ora da che le masse molecolari rimangono le stesse e la velocità loro si tiene estremamente piccola, ne conseguita che gli urti delle molecole che si combinano, devono essere sommamente esigui, e perciò menomo l'avvallamento reciproco delle molecole; sicchè i centri attrattivi, a confronto di un'azione chimica molto energica, devono rimanersi molto lontani, e quindi la stabilità dei composti, che ne derivano, deve necessariamente venire debolissima. Da ciò vediamo che la debole affinità dei sottossidi verso l'ossigeno, anzichè contrastare ed opporsi a ciò, che ne dà di certo il principio dinamico circa la stabilità dei composti, torna in cambio a ripruova delle conseguenze precedentemente dedotte.

§ 9.°

Le combinazioni chimiche non possono aver luogo qualora tutti e due i corpi eterogenei non sieno in condizione ripulsiva.

Nel paragrafo quinto di questo lavoro io dimostrava essere condizione necessaria, acciocchè le chimiche combinazioni si effettuino, che la forza ripulsiva delle molecole precorra sempre l'azione chimica, da che fuori di questo caso non può seguire giammai effetto chimico di sorta alcuna. Adesso per le cose esposte precedentemente, sappiamo la forza ripulsiva delle molecole essere quello stato elastico, ch'esse assumono naturalmente, ogni volta che le dimensioni delle parti più attenuate delle minutissime masse dei corpi, pervengono ad uguagliare le dimensioni delle molecole dei corpi stessi. Adunque, acciocchè i corpi si combinino, è prima necessario che le parti loro attenuate si riducano allo stato elastico; al quale stato si dispongono e quindi giungono effettivamente, o mediante le attenuazioni che noi operiamo coi mezzi manuali, o mediante l'azione dei solventi, o del calorico, od altresì

della luce. Qualora adunque due corpi eterogenei verranno posti a contatto. o. a dir meglio, si tramischieranno in uno spazio limitato. o in condizione elastica precisamente, o nella condizione più propizia ad entrare in quello stato. le molecole eterogenee si urteranno fra loro, e stante gli schiacciamenti che necessariamente all' urto conseguitano, le combinazioni si effettueranno, sì veramente che le molecole elastiche. tratte dall' interiore forza ripulsiva. si possano muovere ed espandere liberamente. ed accadono gli urti e gli avvallamenti necessari a indurre il predominio della forza attrattiva. che compie l' effetto chimico. Ora qualunque circostanza capace di rallentare, o d' impedire assolutamente il movimento delle molecole elastiche, come sarebbe un liquido eccessivamente denso entro il quale si volesse effettuata la combinazione, od una pressione che costipasse fortemente le molecole agenti. allenterebbe od anche arresterebbe intieramente l' azione chimica. Donde ne segue, che se i corpi eterogenei non sono tutti e due in condizione elastica. o se essendo elastici tutti e due, nondimeno ne sieno impediti i movimenti molecolari. la combinazione chimica non avrà luogo.

La necessità che tutti e due i corpi agenti sieno in istato elastico diede occasione all' assioma degli antichi *corpora non agunt nisi soluta*, da che lo stato di soluzione sia per opera de' solventi, o del calorico, è la condizione migliore per avere le molecole nella prefata condizione. L' esperienza fornì ognora prnove chiarissime di corpi aventi fra loro poderosa tendenza alla combinazione, senza che ne sia seguito effetto chimico alcuno, qualora uno di essi era in istato concreto, o dotato di gagliarda coesione. E vaglia il vero, l' acido solforico scioglie ottimamente il zaffiro, qualora vi si mesca in polvere sottile, mentre non produce effetto veruno verso la gemma nella sua condizione di cristallo, ancorchè si faccia bollire alla lunga. Qui la comune dottrina ne dice, che la nullità dell' effetto deriva dalla somma coesione del zaffiro ch' è pietra durissima e stà presso il diamante, sicchè non può essere vinta dalla forza attrattiva dell' acido solforico; nè si può negare che la spiegazione, a prima giunta e senza troppa disamina, non quadri. Ma arrestiamoci a fare una breve considerazione. Si domandi innanzi tratto, onde nasca che il cristallo venuto in polvere fine è subito intaccato e sciolto dal-

l'acido? Diranno, perchè allora è vinta la massima parte della coesione; ma questa, a mio avviso, non è ragione che soddisfaccia. In fatti quella polvere, in che venne il zaffiro co' manuali mezzi da noi adoperati, consiste sì in parti minutissime, ma ancora a dismisura lontane da quella attenuazione che le possa eguagliare alla grandezza delle molecole, onde la pietra è composta: anzi ognuna di quelle minutissime parti è indubitatamente un aggregato di moltissime molecole, e per conseguenza ciascuna di esse è tanto dura, cioè ha tanto di coesione, quanta ne avea prima il zaffiro: eppure adesso è vinta dall'acido, perchè il zaffiro n'è sciolto. Per ispiegare acconciamente questo fatto, attenendoci alla dottrina comune, bisognerebbe ammettere che la forza di coesione di ciascuna molecola fosse nel cristallo grandemente avvalorata della somma delle attrazioni di tutte le molecole componenti la sua massa; talchè in un zaffiro di grandezza doppia, tripla eccettera di un altro, dovesse altresì la coesione essere doppia e tripla di quella spettante ad un piccolo zaffiro, che certamente non è, perchè il nega l'esperienza, e perchè sarebbe d'uopo supporre un'attrazione di coesione, ch' estendesse i suoi effetti molto al di là del contatto molecolare, la quale pure dall'esperienza è disdetta. La divisione materiale, stringendoci ai principi ricevuti, non può recarci altro effetto utile che quello unicamente di moltiplicare l'azione in un tempo dato; ma nel caso presente non si tratta di rapporti di azione, si tratta prima di assoluta nullità e quindi di azione e di effetto compinto. Laonde se nella coesione non troviamo l'origine del fatto, vi dee essere un'altra cagione da cui proceda.

Or bene, se noi adesso facciamo di osservare col microscopio le minutissime particelle della polvere in cui venne il zaffiro, noi le troviamo tutte scabre e fatte a punte ed a spigoli acuti e taglienti, brevemente consistere tutte in particelle minute, irregolari, attenuatissime: sicchè negli spigoli evanescenti di esse è facile comprendere un'attenuazione così protratta, che la grandezza dell'estremo termine di tenuità a cui la materia giunse, uguagli la grandezza delle molecole: e perciò in quelle parti in cui il zaffiro si ridusse mediante la polverizzazione, noi vedremo la condizione necessaria perchè entri in istato elastico, e riesca quindi idoneo a combinarsi coll'acido. Quello che si è mostrato della necessità che il zaffiro sia in polvere, perchè torni

acconcio alla combinazione, è a dirsi di qualunque altro corpo, il quale per combinarsi addomandi un consimile apparecchiamento.

Da quello ch'è detto innanzi, chiaramente apparisce essere condizione indispensabile perchè abbia effetto l'azione chimica, che tutti e due i corpi eterogenei sieno in condizione ripulsiva, o di naturale attenuazione. Questa necessità dà facile ragione degl'importanti fenomeni osservati dal sig. Pelouze, i primi dei quali consistono nell'avere veduto che l'acido racemico e l'acido tartrico, qualora si sciolgano nell'alcoole assoluto, non arrossano in quel caso menomamente la carta azzurra di tornasole; sicchè dopo di avere assai progredito nelle sue indagini molto curiose, viene a concludere: *che l'alcoole anidro, l'etere solforico e l'etere acetico*. occultano più o meno *compiutamente le proprietà degli acidi più potenti. da che le soluzioni loro non arrossano la carta azzurra di tornasole e non producono effetto alcuno in un gran numero di carbonati* (78). Ora è da riflettere che quell'arrossamento, che gli acidi producono nella carta azzurra di tornasole, è una vera azione chimica degli stessi sulla materia colorante, o sull'alcali in essa contenuto: laonde, acciocchè l'effetto si produca, rendesi necessario che in quella stessa condizione ripulsiva in cui sono gli acidi entro l'alcoole assoluto e gli eteri, venga o possa venire eziandio la materia colorante del tornasole. Ma questa materia non si può espandere e quindi non può assumere la forma elastica nell'alcoole anidro e negli eteri, perchè il Gèlis recentemente dimostrò essere insolubile ne' detti liquidi (79), e la insolubilità indica sempre l'inattitudine di una materia ad entrare in condizione elastica entro ad un dato liquido, perchè il liquido non è atto a penetrarne le parti e quindi a disporvela all'attenuazione richiesta; dunque per l'addotta ragione gli acidi posti in quella condizione non dovevano produrre effetto chimico di sorta alcuna nella predetta materia colorante, come effettivamente non ne produssero. E siccome il citato distinto chimico ci nota la medesima incapacità di arrossar la carta e nell'acido solforico anidro o solido che sia, o in istato di vapore, ed altresì nel bistearato di potassa sciolto nell'alcoole anidro, come al Chevreul avvenne di osservare, così la medesima ragione precedentemente recata, vale altresì per tutti i casi mentovati, i quali servono maggiormente a

comprovare che al conseguimento dell'azione chimica si rende necessario lo stato ripulsivo molecolare di ambidue i corpi agenti.

Nè i casi curiosissimi, che si contengono nel lodato lavoro del Pelouze, e che servono a far pruova della proposizione nostra, si restringono unicamente a quelli or ora ricordati, ma altri più ne sono che rinforzano la dimostrazione. Eccone uno di calzantissimo. Egli apparecchiò una soluzione di una parte di acido solforico concentrato in sei di alcoole anidro, e con essa non gli riuscì di decomporre i carbonati neutri, mentre gli venne scomposto incontanente l'acetato potassico, che diede anzi abbondevole vapore acetico, misto con etere. Anche a questo fatto bellissimo veggiamo aggiustarsi la medesima ragione, da che i carbonati neutri, come la materia azzurra del tornasole, sono insolubili nell'alcoole assoluto, e perciò ivi non entrano in condizione elastica e per conseguenza l'effetto dee mancare necessariamente. In contrario l'acetato potassico sciogliesi agevolmente nell'alcoole assoluto, e perciò viene in quella condizione medesima in che si trova l'acido, e produce, quindi nel diffondersi e nell'espandersi quegli urti molecolari, che ne determinano la scomposizione, come venne veduto al Pelouze.

Fece lo stesso illustre chimico anche quest'altro sperimento. Prese un tubo di vetro e lo empì con acido acetico della gravità specifica 1,063, cioè tale, che non contenesse di acqua se non quel tanto ch'esattamente compete alla sua natura. Capovolse questo tubo sì empito sur il mercurio, e v'introdusse una certa quantità di carbonato calcico, diseccato ad un calore di cento gradi centigradi. Egli osservò che nel decorso di un mese non ebbe a spiccarsi dal carbonato una sola gallozzola di gas acido carbonico; anzi adunando bene, lavando e diseccando quel carbonato, esso trovò che non avea iscemato un menomo che di peso. Dippiù fece bollire alla lunga quell'acido col carbonato, sì a contatto dell'aria che nel vuoto barometrico, e nulla ottenne; e nulla ottenne eziandio avvalorando il contatto dell'acido col sale mediante la pressione poderosa di dieci atmosfere. Questo fatto mirabile, anzi questi fatti, seguitano a provare che l'azione chimica è sempre nulla, qualora tutti e due i corpi eterogenei non sieno in condizione ripulsiva; da che senza il movimento e l'urto molecolare non avviene scomposizione, nè com-

binazione chimica. Ora la nullità di effetto, che l'acido manifestò a contatto del carbonato in tutte le circostanze soprammentovate, dimostra che il sale calcico, a contatto di quell'acido concentrato, non entra in condizione elastica qualunque sia la tenuità delle sue parti; giacchè se anche una sola molecola prendesse quello stato, siccome la coesione delle molecole attigne verrebbesi menomando, altre sarebbono, che le terrebbero dietro, le quali tutte entrarebbero in combinazione coll'acido, e la scomposizione procederebbe innanzi, almeno sino a tanto che la crescente densità dell'acido, prodotta dall'acetato, che passerebbe in soluzione, non opponesse un ostacolo invincibile all'ulteriore attenuazione del carbonato. Avverrebbe in questo caso ciò, che avvenne al Liebig (80) allorchè facendo di decomporre il carbonato potassico colla calce, sciolse il sale in sole quattro parti d'acqua. La densità della soluzione contrastò alla calce di entrare in condizione ripulsiva, e perciò non seguì effetto di sorta alcuna, come non segue giammai quando sia impedito il movimento molecolare; sicchè questo fatto della calce, messa a contatto del carbonato potassico in ristretta soluzione, viene a provare quel medesimo, che ci prova l'acido acetico concentrato a contatto del carbonato calcico, col solo ed unico divario, che la calce nell'acqua si espande e si scioglie, il che visibilmente non avviene del carbonato. Ma siccome il detto carbonato a contatto dell'acqua e dell'acido carbonico passa a bicarbonato, chè non potrebbe, se prima il carbonato neutro non si espandesse in condizione elastica, così è certo che il detto sale in istato di grande attenuazione, essendovi presente l'acqua, effettivamente si dirada e si espande; laonde se ciò non avviene coll'acido, non è perchè manchi dell'attitudine, ma perchè la maggior forza ripulsiva dell'acido ne impedisce l'effetto, esercitando una guisa di pressione, che toglie al sale di espandersi.

Diceva poco anzi, rammentando il fatto curioso del Liebig, che la incapacità, che manifesta la calce in quel caso, di decomporre il carbonato potassico, dipende dalla densità di quella soluzione sì ristretta, la quale impedisce alle molecole della calce di entrare in istato ripulsivo ed elastico, e quindi di produrre quell'urto, che è indispensabile alla scomposizione del sale. Scorto da questo lume, avvisai che, se in luogo di tenere il sale, come

fece il Liebig, in tanta ristrettezza di acqua, io ne allargassi abbondevolmente la misura, avverrebbe (da che tanto influisce la densità della soluzione) che quella scomposizione del sale la quale non si era mai avuta mediante l'azione del fuoco, succederebbe al calore medesimo dell'aria ambiente. Ne feci dunque sperienza. Sciolsi una parte di sale in cinquanta di acqua; vi mescolai, quanto era di sale, tanto d'idrato calcico; agitai la mescolanza a quando a quando per ore ventiquattro, e dopo questo decorso di tempo, mescendo un poco della soluzione feltrata in abbondevole quantità di acido cloridrico, non seguì la menoma effervescenza, anzi restò limpida al tutto anche rifacendo il saggio coll'acqua di calce: sicchè non ha dubbio che a menomare nel liquido la densità non torni alla calce sommamente invigorita l'azione della sua forza ripulsiva. A comprovare che la nullità dell'effetto nell'esperimento del Liebig venisse dalla grande densità della soluzione, che toglieva alla calce di recarsi in condizione ripulsiva, basterà la pruova dataci dall'esperienza predetta: nondimeno valeva anche il sapere sino a qual limite si potesse restringere la misura dell'acqua senza che la densità della soluzione nuocesse alla naturale diradazione della calce. Venni quindi con successive sperienze menomando sempre la misura dell'acqua, sino ad impiegarne parti quindici per una di sale. L'effetto sino a questo limite tornò sempre a dovere; anzi nella state ben calda venne compiuto altresì con una di sale in dodici di acqua: ma non così nell'inverno, facendo un freddo di circa sei gradi sopra il zero: perchè nemmeno in due giorni seguì la piena causticità, che nondimeno ebbe a compiersi, allorchè io faceva di mescervi altre parti tre di acqua (81). Questo solo fatto, se niente altro ci fosse, varrebbe a provare la parte grandissima che tiene la densità de' liquidi nell'effettuare le combinazioni e scomposizioni chimiche, rallentando o impedendo i movimenti molecolari, da che la semplice differenza di densità, indotta dal grado differente di calore che fa dalla state al verno, tornò bastevole a recare un divario notevole ne' risultamenti. A questa influenza che adopera la densità nelle azioni chimiche, vuolsi ascrivere la cagione di quella apparente minorazione di affinità, che si osserva nelle neutralizzazioni de' corpi, allorchè la dette neutralizzazioni si accostano all'intero lor compimento.

Questo fenomeno suol essere spiegato da' chimici, ricorrendo alla cagione della massa, come intese il Berthollet di spiegare; eppure non da altro deriva, come vedremo più innanzi, che dalla crescente densità de' liquidi, la quale appunto si rende massima presso il termine della neutralizzazione, ed oppone allora molta resistenza al movimento delle molecole, e quindi menoma ed affievolisce la quantità dell' urto, che occorre a produrre la combinazione che in quel punto o si fa debolissima, od anche si arresta.

Ora, posciachè per le addotte ragioni, convalidate da fatti numerosissimi, non può aver luogo azione chimica di sorta, cioè combinazione in proporzioni definite, se non quando i due corpi eterogenei sieno in condizione elastica, e sieno liberi i movimenti delle molecole, acciocchè seguano gli urti determinanti le combinazioni, era facile prevedere, nell' addotto sperimento del Pelouze, che se, in quanto a scomposizione e combinazione consecutiva, faceva nulla il porre il carbonato calcico a contatto lungo e protratto dell' acido acetico concentrato, molto meno doveva valere la pressione gagliarda di dieci atmosfere, da che essa non poteva far altro che maggiormente impedire i predetti movimenti delle molecole, che sono indispensabili, anzi assolutamente necessari al compimento della chimica azione. Tutti, per modo di esempio, sanno, che se facciamo di scomporre il carbonato calcico, mediante un acido forte in un recipiente ermeticamente chiuso, non va gran tempo che l' azione totalmente si arresta; perocchè la copia del gas acido carbonico che si aduna entro lo spazio rinchiuso, esercita tale pressione sopra i corpi, che agiscono, che essendo loro impedito di potersi recare in condizione ripulsiva, n'è altresì arrestata l'azione chimica, la quale non può riaversi nè torna in atto se prima non si dia esito al gas, togliendone o tutta, o in parte la pressione. Succede in questo caso lo stesso di quello, che avviene allorchè si copre il recipiente in cui si effettuano i movimenti girevoli della canfora, o di altra analoga sostanza, alla superficie dell' acqua. Quando si copre il recipiente, in cui que' bricioli si muovono, ogni lor movimento si arresta, e rinasce incontanente quando si scopre (82). Checchè di questo fatto ne pensi il Fusinieri, certa cosa è che sì il grande come il minimo fenomeno traggono entrambi origine della stessa cagione, e sì in un caso che nell' altro è il gas o il vapore

imprigionato, il quale, premendo la superficie acquea, preme altresì i pezzettini di canfora, ed osta che da' loro spigoli escano le molecole elastiche dalle quali unicamente dipendono i movimenti girevoli, come dipende dalle stesse molecole e dagli urti che producono, la scomposizione del carbonato mediante un acido forte. E se questi effetti della pressione ci manifestano la necessità de' movimenti molecolari nell'effettuare le combinazioni, la bella sperienza dell'Hall, che a forza di fuoco fuse il marmo senza scomporlo, ci comprova che la libertà de' movimenti molecolari serba un eguale importanza eziandio nelle scomposizioni; sicchè ogni azione chimica riducesi a dinamica molecolare.

Tra i vari effetti, che il Pelouze andò osservando nelle sue belle sperienze, ne incontrò uno, che sovra gli altri gli parve strano e mirabile. Quelle pruove ripetute, ch'egli infruttuosamente fece per iscomporre il carbonato calcico mediante l'acido acetico concentrato, le iterò colla pura calce, e ne ottenne incontanente l'effetto. Si formò subito l'acetato calcico che restò sciolto nella soprabbondanza dell'acido: sicchè a vedere il Pelouze nell'acido acetico questa diversità di azione dal carbonato alla calce pura, dichiara: *essere tema assai difficile il dare spiegazione di questi fenomeni così diversi. Si domanda*, ei dice, *per che cosa l'acido acetico in istato di massima densità, ed avvalorato da una temperatura di* 119° *non abbia forza che basti per iscomporre la creta, mentre con tutta facilità si unisce alla calce. È vero che in quest'ultimo caso l'acido per unirsi alla base non ha ostacoli a vincere, perchè non vi è un corpo da scacciare; ma nel caso opposto, onde viene, che il gas acido carbonico non adopera la propria elasticità? Per qual ragione l'acido potente non fa altrettanto di quello che fa l'acido debole? Per quale occulta cagione riesce al carbonato calcico di sottrarsi alla comune legge?* Onde conclude *esservi un enimma malagevole a decifrare.* A noi sembra che la dilucidazione dell'enigma torni chiarissima dalle condizioni indicate più sopra come necessarie perchè abbiano effetto le chimiche combinazioni. Occorre in fatti che tutti e due i corpi eterogenei sieno in condizione ripulsiva o possano entrare in quello stato: ma il carbonato calcico non assume quella forma entro l'acido acetico, ridottoal

massimo di densità; dunque fra que' due corpi non può aver luogo azione chimica, e perciò ecco di qual maniera ci viene la ragione circa la nullità di effetto osservata dal Pelouze. In quanto poi alla calce, che si combina a confronto del carbonato che ricusa di combinarsi, la ragione consiste nella notevole forza ripulsiva sì propria e specifica all' ossido calcico, sì relativa alla piccolezza della sua molecola in comparazione a quella del carbonato che è notabilmente più grande.

Circa la vigorosa forza ripulsiva della calce, oltre le poche cose, che ne dissi precedentemente, e la nota facilità, ond' essa scompone il cloruro ammoniaco, e, come feci recentemente vedere, eziandio il carbonato sodio senza intervento di acqua libera, abbiamo per giunta ch' essa decompone, in istato perfettamente anidro, i carbonati sodico e potassico anidri, messi a contatto dell' alcoole assoluto, come io comprovai con numerose ed iterate sperienze. Ora in questi casi, essendo tanto la calce anidra, come i carbonati anidri interamente insolubili nell' alcoole assoluto, non ci rimane altro argomento che dia ragione dell' azione chimica che ne segue, fuorchè la naturale forza ripulsiva de' corpi che si trovano entro l' alcoole anidro, e della calce principalmente che n' è dotata a dovizia. E siccome i fatti precedenti richiedevano che si sapesse, come adoperi la semplice calce anidra entro l' alcoole anidro, così volli farne sperienza, collocando prima pianamente la calce ridotta in piccioli pezzi a fondo di un recipiente, in cui mesceva adagio l' alcoole, acciocchè non seguisse tramescolamento nè agitazione; chiudendo poi il vase ermeticamente col lasciarlo in luogo tranquillo pel decorso di molti giorni. Ne seguì che le molecole della calce si diffusero in tutta la massa dell' alcoole, e vi si mantennero senza produrre una soluzione, quale è intesa comunemente. Questa diffusione delle molecole della calce entro l' alcoole, produsse altri effetti importanti, che qui non fa di ricordare, bastando di sapere che per la sua forza ripulsiva essa è atta a spargere e diffondere le proprie molecole per entro un mezzo idoneo a sostenerle in condizione elastica, come ivi si riducono. In queste molecole che si muovono in istato ripulsivo troviamo facile ragione de' carbonati sodico e potassico, che si scompongono entro l' alcoole, laddove se andiamo alle affinità, e se ci parrà di chiamare in soccorso la ten-

denza alla solubilità degli alcali caustici, da che prima che gli alcali caustici esistano, i carbonati deggiono essere scomposti dalla calce, ne segue che qualora l'effetto, che produce la calce, venisse dalla solubilità degli alcali nell'alcoole, avressimo l'effetto avanti l'esistenza della sua cagione, ch'è impossibile; senza che essendo tanto i carbonati anidri come la calce insolubili nell'alcoole, dal quale ne viene solo bagnata la superficie, avverrebbe che l'azione chimica si dovrebbe effettuare fra due corpi solidi, il cui toccamento, sarebbe eziandio impedito dall'alcoole frapposto: sicchè per ispiegare di qual maniera segua la decomposizione de' carbonati nella circostanza sopramentovata, non abbiamo altro argomento, che la naturale forza ripulsiva delle molecole della calce, le quali coi loro movimenti e cogli urti che ne conseguitano, originano l'azione chimica, ch'è compinta dall'attrazione consecutiva. E questa forza ripulsiva della calce, sì chiaramente manifestataci da' fenomeni predetti, spiega altresì ottimamente il fatto, che incontrò al Pelouze.

Questo chimico seguita ancora considerando l'azione dell'acido acetico concentrato sopra altra maniera di carbonati, ed osserva che, dove l'acido solo lentamente sì, ma pure alcuni ne scomponeva *se poi all'acido egli ci mescolava più volte il suo volume d'alcoole assoluto*, allora quell'azione che dall'acido solo veniva fievolissima, s'era misto all'acoole rendevasi assolutamente nulla. In fatti egli apparecchiò una soluzione saturata di carbonato potassico: ne versò in un tubo tanta quantità che il tubo per un buon tratto restasse scemo, per quindi empirnelo con infondervi tanto mercurio, quanto mancava di soluzione, e ciò per potere, capovolgendolo sopra altro mercurio contenuto in un recipiente capace, avere vuoto quel tratto di tubo, ed ivi introdurre la mescolanza dell'acido acetico coll'alcoole assoluto. Fece quindi di tal maniera l'unione del sale coll'acido, e ci narra: *che dopo averne agitati i due liquidi per lo spazio di un mezzo minuto, n'ebbe separato il carbonato potassico, che diede in fondo a modo di una polvere granellosa, senza levarsi dal sale la più minuta gallozzola di gas acido carbonato. Donde ne segue*, egli dice, *che per essersi in questo caso l'acido trovato insieme coll'alcoole, ne venne modificata sì fattamente l'affinità sua, che la tendenza dell'alcoole verso l'acqua vantaggiò quella dell'acido acetico.*

comechè acido potentissimo, colla quale tendeva a decomporre il carbonato potassico, che suole sì agevolmente scomporre allorchè si trova solo e in condizione d'idrato. La spiegazione razionale, egli seguita, *di un fatto così bizzarro non mi sembra facile a rinvenire: perocchè nessuna influenza d'insolubilità, atta ad opporsi alla formazione dell'acetato potassico, può esserne addotta; da che l'acetato potassico si scioglie egualmente bene nel semplice alcoole, come in una mescolanza di alcoole e di acido acetico.* Eppure io non vedo fenomeno più facile a spiegarsi del fenomeno antidetto, solochè si faccia di porre attenzione alla differente forza ripulsiva delle varie sostanze, che ivi furono mescolate; alla maniera di agire di questa forza, e agli effetti ch'essa produce. Ora nello sperimento del valente chimico francese, abbiamo carbonato potassico, acqua, acido acetico ed alcoole assoluto. Di tutte e quattro queste sostanze, quella ch'è dotata di maggiore forza ripulsiva si è l'alcoole, e per conseguenza essa tende sovra ogni altra ch'ivi è, alla chimica combinazione. Il corpo verso cui l'alcoole fa di congiungersi, è l'acqua in cui il sale n'è sciolto. Il modo con cui l'alcoole (e così dicasi di ogni altra sostanza) perviene a combinarsi all'acqua, quello si è dell'espansione, che in esso è vigorosissima, la quale dee sempre precorrere l'atto chimico. Chè nell'alcoole la forza espansiva sia sommamente energica, oltre gli esperimenti, ch'io addussi a principio, ne fa pruova certissima l'esperienza del Dutrochet, dove scorgiamo la goccia di acqua prima vigorosamente compressa e finalmente penetrata e divisa. Dunque tornando al caso predetto, l'alcoole introdotto nella soluzione del carbonato, prima si espande e si dirada, comprimendo vigorosamente l'acqua, e ciò sino tanto che nelle estreme attenuazioni prodotte da questo suo speciale modo di agire, segue la combinazione e formasi l'idrato alcoolico. Ma frattanto che cosa avvenne del carbonato potassico ch'era sciolto nell'acqua? Esso patì tutto il peso di quella pressione che la forza ripulsiva dell'alcoole produsse avanti la sua combinazione coll'acqua: dunque i centri attrattivi delle molecole del sale fortemente si accostarono; prevalse la forza attrattiva, e il sale diede in fondo a foggia di una polvere granellosa. Adesso badiamo quale diversa condizione all'opposto fosse richiesta, perchè seguisse la scomposizione del sale, e l'acido acetico entrasse in

combinazione coll'alcali. Bisognava che in quel modo medesimo che l'acido acetico ha potuto mantenersi in condizione espansiva entro l'idrato alcoolico così eziandio il sale vi si avesse potuto mantenere, acciocchè le sue molecole in istato elastico urtassero contro quelle dell'acido acetico, e la combinazione seguisse. Ciò non poteva succedere a cagione della prevalente forza ripulsiva dell'alcoole; dunque la formazione dell'acetato potassico non poteva avvenire, come realmente non avvenne. È questo fatto ci dà tale pruova chiarissima che tutti e due i corpi eterogenei vogliono essere in condizione ripulsiva, acciocchè ne segua combinazione in proporzioni definite, che basterebbe esso solo, quando gl'innumerevoli altri che abbiamo, mancassero a rendere certa la verità dimostrata. Accennava qui che una tal condizione, da aversi come indispensabile, suppone ognora trattarsi di combinazione in proporzioni definite; perocchè molecole elastiche possono urtare altresì contro la superficie attraente di una massa, ma ne seguirà allora una semplice adesione di superficie, cioè un effetto totalmente diverso dalla chimica combinazione, e ciò a solo motivo che l'uno de' corpi, anzichè essere elastico si trovi in istato solido o liquido e quindi le molecole sue non possano prendere parte negli urti, ed effettuare specifiche unioni di molecole.

§ 10.°

Le combinazioni chimiche dipendono per modo dagli urti molecolari de' corpi agenti da escludere qualunque supposta prevalenza di affinità ne' corpi stessi.

I chimici che mi hanno benignamente seguito sino a questo punto del lavoro, avranno agevolmente compreso, come io nella nuova dottrina che propongo, mi scosti al tutto dai principii generalmente adottati; e adesso che mi veggo al termine di dichiarare, come il principio dinamico entri ad escludere qualunque prevalenza di affinità, o forza attrattiva nelle chimiche azioni, trovo venirmi meno il coraggio, sentendo tutto il peso delle autorità rispettabili che, in questo argomento delle affinità chimiche, mi precedettero, e la contra-

ria sentenza mantennero ed anche al presente mantengono. Tuttavia il numero grande di fatti che il nuovo principio fortificano, e la somma facilità con che esso mirabilmente si presta alla spiegazione di tutti i particolari dell'azione chimica, quantunque si mutino le circostanze e i modi della sua manifestazione, m' induce a credere ch' io non debba tacerlo nè occultarlo, ma sottoporlo nella sua interezza alla matura considerazione de' chimici, acciocchè essi giudichino quale importanza sia esso per avere in pro della scienza; ond'e che con questo semplice intendimento io mi continuo nella sua sposizione.

1.° *Affinità semplici come sieno indipendenti da qualunque prevalente attrazione.*

Finora abbiamo veduto essere indispensabile che tutti e due i corpi eterogenei sieno in condizione ripulsiva od elastica, acciocchè le combinazioni si effettuino, sì veramente che queste combinazioni avvengano in proporzioni definite; perchè diversamente, io diceva, poter accadere che una molecola elastica dia contro una massa, e stante lo schiacciamento della molecola, per date circostanze, resa incapace a riflettersi, ne segua l'adesione sua alla superficie attraente; ma in tal caso, non chimica combinazione, sì avremo un' attrazione di superficie, producente un velo eterogeneo sovra il corpo attraente. Perchè adunque si producano vere combinazioni, è necessario che le molecole di tutti e due i corpi eterogenei si trovino in istato ripulsivo; e data questa condizione l'effetto chimico dipende unicamente dall'urto delle molecole elastiche, dal consecutivo schiacciamento per cui venuti i centri attrattivi nella maggiore prossimità, l'attrazione non può lasciare di adoperarsi e si adopera senza rispetto veruno alla natura e qualità della materia presente. Sonovi fatti numerosissimi i quali certificano la veracità di questa proposizione; ma da che uno ne abbiamo di parlante nello stesso lavoro del Pelouze che ci sta tra le mani, faremo ch'esso ci apra la via a dimostrare che

l'effetto chimico dipende solo dall'urto molecolare, ed è indipendente da qualunque prevalenza di affinità.

Il citato distinto chimico Pelouze sciolse l'acetato potassico nell'alcoole assoluto, e fatta questa soluzione vi fece passare attraverso una corrente di gas acido carbonico, dal che ne avvenne un precipitato abbondevole di carbonato potassico che si produsse e mantenne non ostante ch'ivi pur rimanesse l'acido acetico, ch'era scacciato della combinazione coll'alcali. Laonde qui avvenne che quello stesso acido carbonico che prima fu espulso dall'acido acetico, allorchè il sale era sciolto nell'acqua, adesso ne rimuove l'acido acetico perchè l'acetato si trova entro l'alcoole assoluto; eppure l'acido acetico è acido forte, mentre l'acido carbonico è acido debole, e forse il più debole di tutti. Dunque non c'è prevalenza di affinità che intervenga a produr questo effetto. Dice il Pelouze *che le proprietà dell'acido acetico messo a contatto dell'alcoole, sono se non distrutte, per lo meno compiutamente nascoste*, ma di tal maniera non facciam altro che conferire all'alcoole una proprietà inespicabile, mentre noi cerchiamo la ragione del fatto. Per venire a ciò, badiamo adunque che la soluzione di un corpo in un dato liquido non indica che il semplice fatto dell'espansione del corpo solubile, prodotta dalla forza ripulsiva delle sue molecole entro un mezzo idoneo a reggernelo in quello stato. Ora quando il corpo solubile, che si espande, sia un corpo composto, dee necessariamente avvenire che passando dallo stato di solido a quello di espansione entro il liquido, le molecole sue si rarefacciano, e per conseguenza i centri attrattivi delle molecole componenti, più o meno grandemente si scostino l'uno dall'altro, e la forza attrattiva ne torni quindi sminuita. E da che l'espansione di un solido entro un liquido non ha a vincere altra resistenza che la densità del mezzo entro cui si espande, così le sue molecole, sospinte dall'interiore forza ripulsiva, tanto meglio si espanderanno quanto la densità del liquido idoneo sarà minore (83). Posto ciò, abbiasi ora il carbonato potassico sciolto nell'acqua; allorchè facciamo di mescolarvi l'acido acetico, questo si espande per entro la soluzione, urta contro le molecole del carbonato, che sono egualmente in istato ripulsivo od elastico; i centri attrattivi delle molecole dell'acido acetico si accostano e stringonsi contro i centri

attrattivi delle molecole della potassa; l'attrazione prevale; segue la combinazione e l'acido carbonico si parte in condizione elastica. Diamo adesso di avere, come abbiamo nell'atto in che si forma, questo acetato potassico sciolto nell'acqua. Siccome l'acqua in comparazione dell'alcoole assoluto, è un liquido molto denso, così la rarefazione delle molecole del sale entro l'acqua verrà minore, perchè efficacemente impedita dalla resistente densità, e perciò i centri attrattivi delle molecole componenti si terranno abbastanza uniti per resistere all'urto del gas acido carbonico che venisse muovendosi entro il liquido, e quindi l'acido acetico non ne verrà spiccato. Ma se faremo in contrario che questo acetato si trovi sciolto nell'alcoole assoluto, da che quivi le molecole, per l'addotta cagione, maggiormente si rarefanno e tornano ad un volume più grande, anche i centri attrattivi delle molecole componenti riescono più lontani, e quindi l'affinità, o forza attrattiva che ne li unisce, è per guisa affievolita che eziandio l'urto delle molecole del gas acido carbonico torna valente a disunirle, cioè a produrne la scomposizione, scacciandone l'acido acetico e formando il carbonato che precipita. Fatti analoghi ne abbiamo più altri, quale uno sarebbe la calce che non solo col mezzo della ebullizione, ma anche a freddo, com'io dimostrai, leva l'acido carbonico alla potassa; ed una soluzione concentrata di potassa caustica che mediante l'ebullizione il toglie al carbonato potassico; perocchè stante l'alta temperatura a cui bolle questa soluzione sì concentrata, le molecole del carbonato calcico si pongono in istato ripulsivo, seguono gli urti molecolari, e quindi la scomposizione, senza ragione alcuna di forze attrattive che prevalgano. Ma veniamo ad altri fatti, che via più mettano in luce l'argomento preso a trattare.

Tutti sanno che il potassio toglie l'ossigeno agli ossidi del ferro, ed è egualmente noto all'universale de' chimici che il ferro decompone la potassa. Per ispiegare questa bizzarrìa di un corpo che ha grandissima affinità verso l'ossigeno, e tuttavia il cede al ferro, comechè dotato di minore affinità verso quel corpo (come si comprova dalla scomposizione de' suoi ossidi prodotta dal potassio) se ne cercò la ragione nella volatilità che il metallo dell'alcali acquista a quel grado di calore a cui segue la sua scomposizione. Ma osserviamo, che ad avere volatile il potassio, fa innanzi mestieri che la potassa ne sia

scomposta, cioè che il ferro le abbia tolto l'ossigeno. Di qual maniera adunque la volatilità del potassio potè contribuire alla scomposizione del proprio ossido, se la scomposizione avvenne prima che il potassio, e quindi le sue proprietà fossero in atto? Avremmo anche qui l'effetto prima di avere la sua cagione, ch'è inammissibile. Ed ogni volta che per ispiegare gli effetti dell'azione chimica ci atterremo ai ripieghi delle propietà de' corpi che si originano, suggeritici dal Berthollet, cadremo sempre nella incompatibilità di ammettere che gli effetti entrino innanzi alle lor cagioni. Se adunque per ispiegare il fatto non solo è ripiego insufficiente, ma tale che esce dal volere logico, quello di ricorrere alla volatilità del potassio che non esiste quando l'atto chimico si compie, vediamo ora come meglio ne dica il principio dinamico. Si metta il potassio a contatto dell'ossido ferroso. Che cosa avverrà qui? Entrambi i corpi entreranno in condizione ripulsiva od elastica: le molecole del potassio urteranno contro quelle dell'ossido ferroso, e si effettuerà l'unione dell'ossigeno col potassio, sicchè l'ossido verrà ridotto a metallo. Diamo adesso che ad un fuoco abbastanza energico si trovino insieme esposti il ferro e la potassa. Abbiamo già veduto precedentemente che non vi è corpo tanto fisso che ad una competente forza di fuoco non pigli lo stato elastico: dunque i due corpi antidetti, al termine del più affocato arroventamento, entreranno in condizione ripulsiva; seguiranno gli urti delle molecole del ferro contro le molecole della potassa e reciprocamente: e qualora la vigoria de' movimenti e degli urti, torni bastevole a produrre nelle molecole uno schiacciamento tale da porre in atto l'attrazione, nessuna altra combinazione potrà aver luogo in questo caso salva quella dell'ossigeno col ferro: la potassa adunque verrà scomposta, e il potassio reso libero passerà a quel fuoco in condizione di vapore e andrà a raccogliersi nel recipiente. Qui veggiamo chiaramente la volatilità del potassio essere consecutiva all'urto molecolare, ed alla scomposizione avvenuta, e quindi essa non poter avere parte alcuna all'effetto che ne conseguita. Tutto il magistero dell'azione si raccoglie nello stato ripulsivo assunto dalle molecole: negli urti che ne seguono: e nella forza attrattiva universale della materia, che adopera il suo effetto ogni volta che l'è fatta abilità di agire. La volatilità del potassio, nel caso di che parliamo, non var-

rebbe ad altro se non che a impedire e ad arrestare colla sua pressione ogni movimento molecolare, e quindi l'azione chimica qualora al potassio fosse impedito di uscirne e di condensarsi.

Il ferro che, quale subietto prima paziente e poscia attivo, diedeci or ora calzanti pruove che gli effetti chimici vengono indipendenti da ogni prevaleuza di attrazione, che faccia un corpo l'altro signoreggiare, rimuovendolo o scacciandolo dalle unioni prima contratte, seguirà adesso porgendoci novelle e convincenti dimostrazioni. Tutti sanno che quando si faccia correre il vapore acqueo sopra il ferro arroventato, questo si ossida e l'acqua si decompone. Qui adunque sono le molecole elastiche del ferro che cozzano contro le molecole elastiche del vapor acqueo, e reciprocamente queste contro di quelle, nè altra combinazione può seguirne da questo cozzamento di molecole fuorchè il ferro tolga all' acqua l' ossigeno e riesca libero l' idrogeno, siccome riesce. Diamo ora di avere l'ossido ferroso e si scaldi entro que' limiti medesimi in cui il ferro decompose l' acqua. Facciamo che caldo, com' esso è, ci passi sopra una corrente di gas idrogeno; ne seguiranno i soliti movimenti e gli urti, e in questo caso gli urti avverranno fra le molecole dell' ossido e dell' idrogeno; nè altro ne potrà succedere che la formazione dell' acqua e che sia ridotto l' ossido a metallo, come esattamente accade. Per ispiegare questo fatto, e tutti gli altri analoghi, la dottrina delle affinità non sa trovare una ragione che appaghi, nemmeno apparentemente, da che i due effetti opposti seguono ne' limiti stessi di temperatura; sicchè manca sin'anche l'appicco di una differenza di temperatura che permetta di ascrivere al calorico una influenza che esso non ha. E mentre veggiamo tanta difficoltà, e al tutto insuperabile, incontrarsi da chi voglia seguire i precetti universalmente ricevuti, troviamo in contrario ogni arcano risolversi in una legittima e naturale conseguenza del principio dinamico, abbracciante ogni maniera di combinazioni e scompozioni chimiche.

Anche il Fusinieri discorrendo del *calorico nativo* adduceva gl' identici fatti con queste brevi parole: *Il ferro leva l' ossigeno al potassio, e questo al ferro sempre collo stesso mezzo del calore; il ferro leva l' ossigeno all' idrogeno, e l' idrogeno leva l' ossigeno al ferro ricomponendo l' acqua* (84);

ma siccome egli attribuì ognora alle piccole masse la forza ripulsiva, e non solo non conobbe mai ch'essa spettasse in proprio alle molecole, ma anzi si levò contro questo fatto, così non pervenne giammai a dare soddisfacente spiegazione dei fenomeni.

Nulladimeno se il predetto modo di agire che abbiamo veduto del ferro sì verso la potassa che verso l'acqua, e del potassio e dell'idrogeno verso gli ossidi del ferro, si restringesse unicamente al ferro, potrebbe venirne dubbio essere una specialità di questo metallo, che facesse un'eccezione sì stravagante alle regole generali della affinità raccolta, sino al presente, negli svariati effetti ch'essa produce, nelle sole e semplici forze attrattive; ma rispetto all'azione sua nel vapor dell'acqua, che fornisce la pruova più convincente (perchè si tratta di due effetti opposti che seguono ne' limiti stessi di temperatura) vengono appresso gli sperimenti del Sig. Despretz (85), i quali chiarirono che, come il ferro, così adoperano eziandio il zinco, il nichelio, il cobalto, lo stagno, il manganese; sicchè al calore dell'arroventamento tutti questi metalli scompongono il vapor acqueo, e gli ossidi loro sono ridotti dall'idrogeno novellamente a condizione di metallo puro. Senza che abbiamo ora le recenti ed importantissime sperienze del Sig. Regnault (86), le quali mettono fuori di ogni dubbio che oltre i metalli antidetti, di cui ne fece egli sperienza novellamente, adoperano nel modo stesso verso il vapor dell'acqua, il cadmio, il titano, il tungusteno, il molibdeno, il cromo, l'urano, il rame, l'antimonio, il piombo, il bismuto, l'argento ed altri ancora. E quivi, oltrechè esserci riconfermato il fatto principalissimo, che cioè tutte quelle reciproche decomposizioni si effettuano indipendentemente da qualunque prevalenza di affinità, e per conseguenza non succedono che a cagione de' movimenti e degli urti molecolari che pongono in atto l'attrazione in genere, ch'è effetto consecutivo agli urti; sonovi alcune altre particolarità diligentemente specificate, che servono ad additarci la somma mobilità delle molecole composte, che hanno origine in quelle azioni.

Il Sig. Haldat rifacendo la sperienza di decomporre il vapor acqueo, mediante il ferro, osservava che l'ossido, il quale si produce, veniva in forma cristallina, e diceva essere quella la medesima forma in che si trova il

ferro oligisto di Framont, e quello stesso dell'isola dell'Elba. Il Regnault nel fare quelle sue bellissime sperienze attese eziandio alla forma in che gli ossidi venivano, e riscontrò l'ossido del ferro non convenirsi nella cristallizzazione sua nè al ferro oligisto, nè per conseguenza a quello dell'isola dell'Elba, da che gli venne veduto *in piccoli ottaedri regolari con facce bene compite* (87). Questa circostanza che l'ossido del ferro, nell'atto in che si forma mediante la scomposizione del vapor acqueo, torni eziandio in forma cristallina, ci comprova non solo la somma mobilità delle molecole anche dopo avvenuta la combinazione, ma altresì che l'effetto attrattivo non si compie subitochè l'attrazione prevalse alla ripulsione, cioè incontanente dopo accaduto l'urto; da che può rimanere, anzi rimane il più di sovente, tanto di rarefazione nelle molecole composte, da mantenersi esse fluide e mobili per modo che possono obbedire ad ogni temperamento dell'attrazione sino a venirne, nella compiuta loro aggregazione, in forma di cristallo. Nè questo effetto osservò il Regnault avvenire unicamente nell'ossido del ferro, ma in quello ancora del zinco, del nichelio, del molibdeno e dell'antimonio. Ora questa fluidità e mollezza, che bisogna necessariamente ammettere negli ossidi predetti, acciocchè possano riuscire in forma cristallina, sembra convalidare le osservazioni del Threuberg e del Link (88), i quali videro molli le minutissime particelle in che vengono i precipitati, e di forma ognora sferica o sferoidale, la quale lasciano quindi per effigiarsi in minutissimi cristalli. Senza che quella forma veduta dai predetti autori in quelle minutissime particelle conviene precisamente a quella che dee avere una molecola, la quale nasca dall'urto e dal consecutivo schiacciamento di due sfere, avanti che prenda un assoluto predominio la coesione e, mediante i diversi temperamenti del suo potere attrattivo, induca quelle modificazioni di cui le diverse sostanze sono capaci.

Ma il detto testè non è il solo nè il sommo de' fatti, che le importanti sperienze del Regnault fornissero a lume sempre maggiore ed a conferma della dottrina dinamica; perocchè, a mio avviso, uno ve n'ha che i precedenti di lunga mano vantaggia. Questo fatto consiste in ciò che, mentre anche l'argento come gli altri metalli, al calore del più affocato arroventamento che

dicesi *calor bianco*, acquista la proprietà di decomporre il vapor acqueo, rendendo libero l'idrogeno; come si faccia di menomarne il calore, sicchè dal *bianco* venga a quello, ch'è detto *calor rosso*, allora lascia eziandio quell'ossigeno, cui si era unito stante quella trascendente forza di fuoco, e ne resta l'argento puro e l'acqua scomposta ne' suoi elementi (89). Questo fatto parve a me della massima importanza; perocchè l'attenta sua considerazione sembrami fornirci il lume a ben conoscere in che consista quella forza, che piacque di nomare *catalittica*. Poniamo in fatti che o le circostanze dell'esperienza non avessero acconsentito che, durante l'esperienza medesima, l'esperimentatore avesse potuto bene accertarsi della qualità diversa delle sostanze, che si originarono ne' tempi differenti dell'operazione; o che per disattenzione, o mal avviso non avesse troppo badato alle più minute differenze di quell'intensissimo calore; brevemente che avesse fatto di adunare tutta la sostanza aerea che si produsse, senza prendere in considerazione tutte le circostanze che si notarono: avremmo avuto nei gas adunati l'acqua risoluta ne' suoi elementi idrogeno ed ossigeno, ed avremmo attribuito all'argento, esposto a quella possente forza di fuoco, una semplice *azione di contatto*, una forza *catalittica*: eppure in questo fatto dell'argento non interviene alcuna nuova forza e nemmeno veruna forma nuova di agire, che si scosti anche per poco dal principio dinamico ch'io specificatamente esposi. Veggiamone il fermo con minuta e diligente considerazione; e innanzi tratto badiamo che ne segua all'ossido argentico esposto al fuoco. Tutti sanno che quest'ossido anche scaldato moderatamente si decompone, cioè abbandona il suo ossigeno eziandio ad un fuoco molto inferiore a quello ch'è detto *calor bianco*. Come opera il fuoco in questo caso? Esso comincia indubitatamente rarefacendo la molecola dell'ossido, e in questa rarefazione non può non seguirne che i centri attrattivi delle due molecole componenti si scostino d'infra loro, e tanto maggiormente quanto più si scaldano: usciranno adunque finalmente dal limite attrattivo e ne avverrà la scomposizione, partendosene l'ossigeno in istato elastico. È facile vedere che questa decomposizione è agevolata principalmente dalla grandezza della molecola dell'argento, sì perchè questa grandezza rende fievole la forza ripulsiva e quindi impedisce che nello scaldamento

la rarefazione sua si contrappesi esattamente a quella dell'ossigeno e possa quindi tenervi propinquo il centro attrattivo, sì che non esca dal limite in che l'attrazione si adopera; e sì ancora perchè la detta grandezza della molecola tolse, fino dal momento in cui seguì la combinazione dell'ossigeno coll'argento, che i centri attrattivi delle due molecole giugnessero a molta prossimità fra loro; e quindi rimanendosi a quella distanza che la detta grandezza fece indispensabile, ne segue che facile dovea riuscirne il disgiugnimento. Veduto adunque essere l'ossido argentico sì pronto a decomporre, cosa mirabile è a sapere che al più possente calore di affocato arroventamento ne abbia a seguire la formazione, e con tanta forza di attrazione eziandio dell'argento verso l'ossigeno da scomporne l'acqua.

Per vedere dirittamente la cagione di questo fatto maraviglioso, fa d'uopo richiamarci che, ad averne combinazioni e scomposizioni, è necessario che tutti e due i corpi eterogenei sieno in istato ripulsivo, e che trattandosi nel caso nostro di averne il duplice effetto, cioè che l'argento si ossidi e che per ossidarsi decomponga l'acqua, ne viene di necessità che l'argento debba trovarsi in istato di vigorosissima ripulsione, condizione ch'è adempiuta al calore candente. Ora a questo sommo grado di fuoco le molecole dell'argento sono perfettamente elastiche, come sono elastiche quelle dell'ossigeno: ne seguono i movimenti e gli urti; le molecole dell'argento cozzano contro le molecole dell'acqua; essa n'è decomposta, e l'idrogeno se ne fugge, mentre le molecole dell'ossigeno venute co'loro centri attrattivi a congiugnimento con quelle dell'argento, stante gli avvallamenti che seguitarono all'urto, entrano in combinazione producendo l'ossido; sicchè l'ossigeno è rattenuto. L'intelletto scorge agevolmente in questo fatto la minuta sfera della molecola elastica dell'argento, estremamente rarefatta, schiacciarsi contro la molecola dell'ossigeno e venirne una molecola d'ossido, che basterà a serbare la combinazione incontrata sino a tanto che nella molecola dell'argento durerà tanto di forza ripulsiva che basti a tenere nel limite dell'attrazione il suo centro attrattivo con quello della molecola dell'ossigeno. Ma subitochè il calore si menomi, seguirà una rapida condensazione nella molecola dell'argento e al tutto sproporzionale con quella che al tempo medesimo avviene nella molecola dell'ossigeno; sicchè il centro

attrattivo della prima si dilungherà prontamente da quello dell'altra, e ne avverrà la decomposizione, restituendosi l'ossigeno alla sua naturale condizione elastica. Adunque apparisce chiaramente che il nuovo modo con che è veduta l'intima natura e le proprietà delle molecole, congiuntamente a quanto ne insegna la dottrina esposta, dà chiara e facile ragione di un fatto così strano ed importante; laddove gli atomi assolutamente duri e resistenti, colle forze ripulsive che gli attorniano semplicemente, e per conseguenza estrinseche e straniere alla propria lor natura, senza il più che ne conseguita dalle dottrine generali delle affinità, danno una somma di circostanze, che rende assolutamente impossibile di avere una spiegazione del fenomeno; perocchè non ci è dato di poter comprendere in qual maniera avvenir possa che un corpo, il quale si decompone ad una moderata forza di fuoco, si possa quindi temporalmente ricomporre ad un fuoco molto più intenso; da che l'innalzamento di temperatura non può che vie maggiormente allontare gli atomi, trovati sì agevoli a disgregarsi, e impedire per conseguenza che mai più si ricongiungano.

Diceva addietro che questo fatto della scomposizione dell'acqua, operata dall'argento al calor candente, si accosta per modo a que' tanti fenomeni di chimiche scomposizioni e combinazioni che si producono pel semplice toccamento di una materia eterogenea onde si appellarono di *contatto* e si riferirono ad una forza speciale, ch'ebbe il nome di *catalittica*, o di *catalisi*, che potrebbe giugnere sino ad ingannarci, reputando veramente *catalittico* il fenomeno anzidetto. In fatti non abbiamo altra circostanza nota che la sola differenza di temperatura, la quale partisca la scomposizione dell'acqua mediante l'argento al calor candente da un vero atto semplicemente *catalittico*. La combinazione dell'argento coll'ossigeno è talmente temporanea, che questo si toglie alla combinazione subito dopo avvenuta e, in istato di gas, tiene dietro all'idrogeno che gli entrò innanzi per poco. Ond'è che in questo fatto dobbiamo se non altro ravvisare il limite che divide le azioni chimiche propriamente dette, da quella maniera di decomposizioni in cui la materia decomponente non incontra nemmeno (per quanto sembra) temporalmente combinazioni di sorta con veruno degli elementi della materia scomposta. Ma se ogni ra-

gione ci stringe a dover conoscere per buona e per vera la spiegazione che abbiamo data del fenomeno palesatoci dall'argento, da quale altra cagione fuori dei movimenti e degli urti molecolari, vorremo noi che dipendano gli effetti di quella azione, onde l'acido solforico trasforma l'alcoole in acqua ed in etere? il fermento cangia il zucchero in alcoole e in acido carbonico. l'ossido argentico decompone sè stesso risolvendo l'ossido biidrico in acqua e in ossigeno; il platino spugnoso tramuta l'alcoole in acqua e in acido acetico, ed altri ancora che si tacciono (90). Il principio dinamico sembra adunque felicemente abbracciare e nelle sue ragioni tutti comprendere i particolari di ogni azione chimica; ma per vedere che al solo urto ed alla consecutiva attrazione è dovuta ogni chimica combinazione, indipendentemente da qualunque prevalenza di affinità, ci resta ancora qualche altro fatto notabile, che non vuol essere pretermesso.

Il chiarissimo Laurent nella fine del suo importante lavoro sulla *carburazione* ci reca in mezzo la particolarità osservata nell'acciajo, che messo a contatto del ferro dolce, ed esposto ad una competente forza di fuoco, cede il proprio carbonio al ferro che si trasforma in acciajo (91). *Per ispiegare questo fatto*, egli dice, *si può supporre che il ferro allo stato di acciajo abbandoni, stante il calore, quel carbonio che prima aveva assorbito e il ceda ad altra porzione di ferro*: la quale spiegazione si fonda nella scoperta, ch'egli allora faceva, essere il carbone precisamente volatile. Ma per poco che si rifletta è facile vedere che una tale spiegazione non regge. E valga il vero, qual è la forza attrattiva, quale l'affinità, quale il motivo per cui il ferro esposto ad un tempo alla precisa, anzi identica azione del fuoco quinci abbandona il carbonio e quindi vi si combina? Qui non si tratta di una semplice azione fisica, onde il carbonio esalato dall'acciajo si vada a nascondere per entro i pori del ferro dolce. Nulladimeno accordiamo pure che si tratti di una azione meccanica, e che quel carbonio penetri nel ferro, come l'acqua penetrerebbe in una spugna; ma è egli poi vero che quel ferro a cui si conferisce l'attitudine di assorbire il vapore del carbonio, effettivamente lo assorba, trovandosi a quella stessa temperatura, a cui l'altro ferro lo abbandona? Ogni ragione direbbe che arrivatogli appresso, anzichè assorbirlo, come

l'altro ferro, ne lo scacciasse, costrettovi da quella medesima forza ripulsiva che il toglie ed invola all'acciajo bello e formato. Ma il supposto qui non ha luogo, perchè non si tratta di una mistura fisica nè meccanica, si tratta di una vera combinazione chimica: cioè si deve ammettere necessariamente che, quando il carbonio arriva a contatto del ferro dolce, abbia luogo un vero effetto attrattivo, che intervenga un'affinità, che segua un preciso accostamento del ferro al carbonio, ed una consecutiva condensazione delle molecole vaporose del carbonio che si vadano a stringere a quelle del ferro dolce. Ora qual'è la forza ch'effettua il voluto avvicinamento, essendo identica la temperatura tanto ivi dove il carbonio si parte, quanto nel ferro in cui arriva? Da che dunque la comune dottrina delle affinità non si presta alla spiegazione del fatto, vediamo se meglio ne riesca il principio dinamico. Poniamo di avere allo stesso fuoco e in condizione opportuna ferro dolce ed acciajo. Subitochè la forza del fuoco verrà competente, le molecole dell'acciajo, come quelle del ferro, si porranno in condizione ripulsiva, e seguendo in entrambe una rarefazione, in quelle composte dell'acciajo, i centri attrattivi si scosteranno (che nel vecchio concetto tornerebbe come a dire che venisse indebolita l'affinità di quelle molecole), anzi lo scostamento de' centri potrà riuscire tanto notabile, che qualunque impulso straniero torni bastevole a rompere la combinazione esistente. Badiamo ora che le molecole dell'acciajo, le quali si trovano in quello stato, s'incontrano nelle molecole del ferro dolce che assunsero egualmente lo stato ripulsivo; quindi cozzano fra loro, e le molecole del ferro all'atto dell'urto, si schiacciano contro quelle del carbonio: prevale, a cagione dell'avvallamento, la forza attrattiva, e segue la formazione del nuovo carburo ferrico, mentre l'altro abbandona il proprio carbonio: nè qui può nuocere la forza del fuoco, perchè l'urto molecolare adoperandosi con ischiacciare ed avvicinare le molecole e tutte le parti che le compongono, porta un effetto ch'è direttamente opposto a quello che produce la forza ripulsiva del calorico stesso, e ciò sino al punto che ne prevalga l'attrazione. La ragione che abbiamo data di questo fatto importantissimo, si estende altresì a quegli altri fenomeni che il medesimo autore rammenta, i quali consistono in ciò che, dove si scaldi un silicato alluminico e piombico entro un recipiente ter-

roso, l'ossido piombico pianamente n'evapora e il recipiente lo assorbe; che se poi si rifaccia la pruova, valendosi di quel medesimo recipiente così impregnato di ossido piombico, o piomboso, e vi si ponga dentro un silicato che non sia piombico in questo caso il vapore del piombo, che si leva dal recipiente, passa nel silicato interiore e vi si combina. Questi casi sono perfettamente conformi a quello antidetto, e perciò ammettono la medesima spiegazione e servono, com'esso, a comprovare che le combinazioni e le decomposizioni chimiche sono affatto indipendenti da qualunque prevalente affinità, risolvendosi tutto il magistero dell'azione chimica ne' soli urti molecolari e nella subentrante attrazione in genere, che spetta ad ogni materia.

Per provare che l'atto chimico delle combinazioni e decomposizioni dei corpi non viene nè dipende da alcuna prevalente affinità, ma solo dagli urti molecolari, io mi asterrò dal produrre altri fatti, che pur rimangono; perocchè conosciuta la necessità di dover ammettere il conflitto dinamico, senza il quale non può aver luogo azione chimica di sorta alcuna, le prevalenti affinità restano conseguentemente escluse. Tuttavia da che l'evidenza di questa verità viene principalmente da que' fatti che comprovano in modo chiaro e indubitato i movimenti e gli urti delle molecole, così non ostante le molte prove addotte sinora, non lascerò di ricordare ancora uno sperimento del celebre Gay-Lussac, il quale mi sembra molto acconcio a confermare il propostomi assunto. Tutti sanno essere volgare e radicata opinione, eziandio negli operai, che la calcinazione delle pietre a calce torni sommamente agevolata qualora all'atto della riduzione a calce intervenga il vapor acqueo. Era quindi subbietto al tutto degno di accurata indagine il vedere se tale opinione avesse o no reale fondamento; e dato che la credenza comune si avverasse era altresì officio della scienza il ricercare di qual maniera il vapor acqueo tenesse ivi così utile ministero. Il detto valente chimico tolse dunque a sciogliere questo tema, e innanzi tratto allestì un forno per modo che a suo beneplacito ne poteva accrescere istantaneamente o menomare il calore (92). Ciò avuto, introdusse in un tubo di porcellana una sufficiente quantità di marmo ridotto in pezzi; ed all'uno de' capi del tubo aggiustata bene una storta con entrovi dell'acqua, unendo all'altro capo un

cannello di vetro ripiegato così, che acconciamente servisse per adunare il gas che ne doveva uscire. Messo di tal maniera a ordine il congegno, fece fuoco nel forno sino a sprigionarne dal marmo il gas acido carbonico, cioè sino al punto che fosse pienamente in atto la decomposizione del sale calcico. Allora tolse il fuoco, in guisa che il calore cadente scendesse a quello ch'è detto *rosso scuro*, e vide subito che il gas cessava di sprigionarsi. Regolato il fuoco di tal maniera che stesse entro quel limite insufficiente a spiccare l'acido dal marmo, mise fuoco alla storta e spinse per entro il tubo una corrente di vapor acqueo; e senza più, osservò il gas acido carbonico uscire vigorosamente come dianzi. Iterò e reiterò più volte lo sperimento, e i risultamenti furono sempre conformi; sicchè parve non essere più dubbio che il vapor acqueo influisca vantaggiosamente a ridurre il marmo a calce. Nondimeno il Gay-Lussac fece quest'altra pruova. Anzichè spignere contro il marmo una corrente di vapor acqueo, vi cacciò a riincontro una corrente di aria atmosferica, e trovò seguirne lo stesso effetto; sicchè veggendo farsi dall'aria quel medesimo effetto che si fece prima dal vapor acqueo, dedusse trattarsi ivi semplicemente di un'azione meccanica, e non potersi dare altra spiegazione del fatto da questa in fuori. *che, quando il carbonato calcico esposto al fuoco perviene al punto di decomporsi, si formi attorno di esso un'atmosfera di gas acido carbonico la quale prema di tal maniera contro l'acido, rattenuto ancora in combinazione, che questo per isprigionarsi debba vincere la pressione dell'atmosfera circostante; la quale viene superata dal fuoco che si accresce. o verrebbe tolta ancora se si praticasse il vuoto, o sospignendovi una corrente di vapor acqueo, o di aria atmosferica*. Ma questa spiegazione mi sembra involgere qualche difficoltà; e innanzi tratto non so comprendere per qual cagione il gas acido carbonico, che si trova in un recinto libero e svincolato dalla combinazione, e quindi dotato di tutta quella elasticità che compete alla sua natura ed al grado di scaldamento prodotto dal *color rosso*, si arresti a premere sur il marmo indecomposto, piuttostochè irsene per la via che gli è data ed adunarsi entro la campana. Senza che non mi riescono troppo agevoli nè chiari a intendere gli effetti che si vogliono adoperati dal vapor acqueo e dall'aria

atmosferica; perocchè sì il vapor acqueo, a cento gradi centigradi, e sì l'aria atmosferica, al calore ordinario dell'ambiente, come si sospingono ed arrivano dentro il tubo scaldato a un calore tanto più forte, deggiono incontrare una istantanea dilatazione, e quindi assai più che non faceva il semplice gas acido carbonico, deggiono premere e costipare il marmo indecomposto, e difficultarne e impedirne, più che innanzi, lo sprigionarsi del gas acido medesimo. Dunque s'è vero, com'è indubitato, che tanto il vapor acqueo, come l'aria atmosferica agevolano realmente la scomposizione del marmo, ne segue che l'effetto non viene da altro che dall'urto delle molecole elastiche dei predetti gas nelle molecole del carbonato calcico, recato dal fuoco in condizione ripulsiva e già presso il punto di decomporsi. In tal caso essendo grandemente indebolita la forza attrattiva fra le due molecole eterogenee, stante la rarefazione della molecola del sale, dee seguirne che il semplice urto delle molecole del vapor acqueo o di quelle dell'aria atmosferica, torni bastevole a romperne l'affievolita combinazione, ed a far sì che il gas acido carbonico se ne spicchi. Segue in questo caso quello stesso effetto che veggiamo prodursi nel carbonato potassico allorchè, scaldato sino al calore candente, vi è spinto a rincontro il vapore dell'acqua. Se ne parte allora il gas acido carbonico e si produce l'idrato potassico, appunto perchè, come dianzi, il calore rarefacendo la molecola del sale potassico, ne indebolisce la forza attrattiva, e quindi il semplice urto delle molecole del vapor acqueo riesce bastevole a scacciarne l'acido carbonico e a fare che si metta in suo luogo il vapor acqueo. Lo stesso accade altresì (tornando al fatto del marmo) alla spinta dataci da uno scorrimento veloce di aria; se non che lo scomponimento prodotto da essa, riesce in un atto meramente *catalittico*, mentre, impiegando il vapor acqueo, dee seguirne la temporanea formazione dell'idrato calcico, come tenne il Dumas; non correndo altro divario fra la scomposizione addotta del carbonato potassico e quella del calcico, se non che in quella è permanente l'idrato che si forma, dove in questa l'idrato è temporaneo, stante la temperatura a cui si effettua l'esperienza, alla quale l'idrato calcico non può esistere. Diceva che dee seguirne la temporanea formazione dell'idrato calcico, non tanto perchè il fenomeno avvenga in un caso perfettamente con-

forme a quello del sale potassico, ma perchè, nell'atto dell'urto, i centri attrattivi delle molecole del vapor acqueo si devono accostare a quelli delle molecole della calce; e siccome l'effetto dell'urto nelle molecole rarefatte è direttamente opposto a quello che produce nelle molecole medesime la forza ripulsiva del calorico, così, diasi pure anche istantanea, ma dee aver luogo la produzione dell'idrato calcico, che sarà appresso decomposto, subitochè la perseverante forza ripulsiva del calorico avrà vinto e dileguato il contrario effetto portatovi dall'urto molecolare. Anzi questa alternata formazione e decomposizione dell'idrato, dà ragione di un altro particolare concernente questa influenza del vapor acqueo in ridurre il marmo a calce, e nel quale taluno appoggiandosi credeva anzi di poterne o negare, o mettere in dubbio l'azione: ed è che alla calcinazione di grandi masse di pietra si vede bastare piccola cosa d'acqua; il che adesso non è più affare che faccia ostacolo, da che veggiamo che la medesima molecola elastica di vapor acqueo, entrando ed uscendo alternativamente dalla combinazione, vale a produrre le migliaia colle altre migliaia di urti consecutivi; sicchè ci torna facile a comprendere come da una tenuissima quantità di acqua ne venga un effetto grandissimo nella scomposizione del marmo, tenendosi nondimeno l'effetto nella sua giusta e precisa misura che ognora aver dee colla cagione che il produce. Questa formazione temporanea dell'idrato calcico ad un calore che agguaglia o vantaggia quello in cui lo stesso idrato si decompone, deriva unicamente, come abbiamo veduto, dallo schiacciamento delle molecole che appresso è vinto dalla persistente forza del fuoco: laonde un tal fenomeno grandemente si assomiglia alla temporanea formazione dell'ossido argentico al calor *bianco*, da che non diversifica se non in ciò che, dove questo si decompone, stante la contrazione della molecola metallica, la calce in contrario perde nuovamente l'acqua a cagione della permanente energia del fuoco.

II.° *Affinità doppie, come dipendano unicamente dagli urti molecolari, senza veruna diretta dipendenza da prevalenti forze attrattive.*

Se adunque ogni maniera di combinazioni e scomposizioni non ha altra cagione determinante che l'urto molecolare, e la conseguente forza attrattiva che unisce le molecole, ne segue che la legge dinamica degli urti, deve in sè comprendere e racchiudere la ragione altresì di tutti i fenomeni che accompagnano gli scambi nell'opera delle affinità doppie. Il Berthollet vide anni addietro l'insufficienza delle forze *quiescenti* e delle *divellenti* del Bergman a render ragione delle decomposizioni e formazioni di nuovi composti, che hanno luogo nell'adoperarsi delle affinità antidette, e ne mostrò il fatto in modo a prima vista soddisfacente, pigliando principalmente a considerare i varii temperamenti che, nella produzione di quegli effetti, inducono la coesione e la volatilità de' composti che si originano: e, valga il vero, i risultamenti concordano mai sempre colle previsioni della dottrina.

Imperocchè poniamo la mescolanza di due sali, ogni volta che uno di quelli che si formano o sia di sua natura insolubile, o dotato di molta coesione, o riesca volatile al naturale calore od alla forza del fuoco, lo scambio de' sali messi a contatto verrà compiuto. In contrario, se a' composti che novellamente ne deggiono venire da' sali messi a contatto, non ispetti nè l'una nè l'altra delle qualità predette, avverrà che all'atto del mescerli insieme abbia luogo bensì un effetto, uno scambio, ma questo sarà parziale, da che la scomposizione e combinazione consecutiva si arrestano ad un certo limite che non bastano a trapassare: sicchè in luogo di averne due nuovi sali, come avverrebbe nel caso dello scambio intero degli acidi e delle basi, ne abbiamo quattro, i quali restano insieme nel liquido. Nondimeno, data una differenza di solubilità ne' due sali che dallo scambio compiuto si dovrebbero originare, la quale s'incontra ognora, mediante la evaporazione del liquido e la consecutiva cristallizzazione del sale meno solubile, viene intero quell'effetto che altrimenti non verrebbe giammai: ond'è che si vede, senza entrare ne' più minuti particolari di questo seducente principio del Berthollet, che qualora

la coesione si ponga in atto, la previsione non fallisce giammai nell'additarci il finale risultamento. È in fatti sì importante il ministero della coesione in queste azioni chimiche, che corpi eziandio dotati di affinità debolissime bastano sovente a vincerne di energiche, sì veramente che uno de' due corpi che si originano, n'esca di sua natura coerente e insolubile. Facciamo, esempigrazia, di mescere insieme una soluzione di solfato calcico ed altra di carbonato ammonico, l'acido carbonico scaccia l'acido solforico dalla combinazione sua colla calce; sicchè un acido debolissimo, qual'è il carbonico, giugne, mediante la coesione di cui è dotato il sale calcico, a vincere la possanza dell'acido solforico. È vero che un tal fatto si suole spiegare adducendo la maggiore tendenza che, a confronto dell'acido carbonico, ha l'acido solforico verso l'ammoniaca; ma è vero altresì che senza l'acido carbonico, anche una larga soprabbondanza di ammoniaca che vi si mesca, non perviene giammai a spiccare dalla calce l'acido solforico: laonde gli argomenti che l'esperienza ci fornisce, pajono confermare che siansi da ascrivere alla coesione i risultamenti che ne tornano dall'opera delle doppie affinità.

Tuttavia il celebre Gay-Lussac, non entrandogli troppo la predetta influenza della coesione, prese in disamina il mentovato principio del Berthollet, e indagandone con mirabile sagacità le secrete ragioni, fece chiaramente conoscere la coesione non poter prender parte ne' risultamenti delle doppie affinità, anzi il suo ufficio restringersi unicamente a farci palese l'effetto di già avvenuto. Facciamo, egli dice, di mescere insieme il solfato potassico e il nitrato calcico; ne precipita il solfato calcico; *ma sino a tanto che il solfato calcico non è prodotto, esso non può nemmeno esistere entro la soluzione, e quindi la coesione sua non può contribuire alla sua formazione e precipitazione* (93). Non basta, egli osserva più innanzi che i precipitati, i quali si originano per doppia affinità, sono i composti meno stabili che in quell'atto si producano, e per conseguenza quelli nella composizione de' quali entrano gli acidi più deboli e le basi meno possenti. *Ne faccia fede*, egli dice, *il solfato potassico, il quale benchè consista in elementi dotati di grande affinità, nondimeno mescendovi l'acetato calcico, si cangia in solfato calcico, avveguachè la calce posseda un'affinità molto minore della potassa verso*

l'acido solforico: sicchè conclude: *sarebbe dunque falso il dire che, ove si tramescolino due sali insieme, avvenga ognora che l'acido più forte si unisca sempre alla base più energica: anzi parrebbe che i sali in istato di neutralizzazione bastino ad effettuare lo scambio degli acidi e delle basi indipendentemente dalle loro affinità reciproche* (94).

Siccome poi il Berthollet per ispiegare i fenomeni, che accompagnano l'opera delle doppie affinità, non si giova unicamente della coesione, ma a seconda de' casi, quando ricorre alla fusibilità, quando alla densità e più sovente alla volatilità, come dissi, così osserva sensatamente il Gay-Lussac che, essendo molte le cagioni che l'illustre chimico reca dinanzi per ispiegare l'unico effetto della reciproca scomposizione di due sali, *nessuna di esse può nè deve essere la cagion vera dello scambio, escluse tutte le altre: e perciò questa cagione si deve cercare in tutt'altra parte, fuorchè nelle circostanze predette* (95). Sicchè conclude dicendo: *Da che lo scambio non viene dalle affinità reciproche degli acidi e delle basi, e da che non può venire nemmeno dalle circostanze sopramentovate, quantunque esse dieno la separazione dei prodotti* . . . . . ne seguita che non può aversi una plausibile spiegazione de' fenomeni, se non *con ammettere* . . . . . *che gli acidi si combinino indifferentemente colle basi e reciprocamente queste con quelli*, in somma per ispiegare i fenomeni, che accompagnano l'opera delle doppie affinità, egli adottò il principio dell'*equipollenza*, che viene a dire l'assoluta esclusione di qualunque prevalenza attrattiva.

Questa importante conclusione dell'illustre Gay-Lussac è realmente gravissima e, come ognuno può scorgere agevolmente, essa concorda al tutto con ciò ch'io ho finora dimostrato. In fatti egli afferma *che i sali in istato di neutralizzazione effettuano lo scambio degli acidi e delle basi indipendentemente dalle loro affinità reciproche*, ed io mostrai sinora, che nessuna maniera di prevalente affinità interviene giammai quale cagione operante le combinazioni e decomposizioni chimiche; perchè tutto il magistero di ogni azione chimica si raccoglie e consiste negli urti molecolari e nella conseguente azione attrattiva in genere, messa in atto dall'accostamento de' centri attrattivi delle molecole, operato dall'urto, il quale ha per cagione efficiente e

necessaria la forza ripulsiva insita alle molecole stesse. Ora da che gli effetti chimici che si producono nell'atto in che si effettuano le doppie affinità, si riducono tutti a decomposizioni e combinazioni consecutive, così la giusta interpretazione degli stessi viene decisamente, come di ogni altra azione chimica, dal principio dinamico degli urti. Sicchè mediante il lume, che ne reca la nuova dottrina, veggiamo potersi facilmente evitare la supposizione poco consentanea alle leggi dell'affinità *di ammettere*, cioè, *che gli acidi si combinino indifferentemente colle basi e reciprocamente queste con quelli*, cioè, di adottare il principio dell'*equipollenza*.

Poniamo in fatti di avere una soluzione di solfato potassico ed altra di nitrato calcico, e si faccia di mescolarle insieme. Che cosa avviene nell'atto in che una si mesce nell'altra? I sali, tratti ciascuno dalla propria forza ripulsiva, tendono ad espandersi ed effettivamente si espandono in tutta la massa del liquido in che si trovano. Badiamo innanzi tratto che a dire essere ognuno di que' sali sciolto, fa lo stesso come a dire esserne ivi, per l'espansione avvenuta, rarefatte le sue molecole, cioè, scostati i centri attrattivi delle molecole componenti; che torna lo stesso come si dicesse esserne indebolita la forza attrattiva che tende a serbarli uniti, cioè aversi un effetto al tutto conforme a quello che indusse il calorico nell'acciaio, nell'ossido argentico, nel marmo, eccettera. Ora essendo perciò indebolita quell'attrazione, che dicesi volgarmente di *combinazione*, non solo le due soluzioni che si mescolano tendono ad espandersi; ma realmente espandendosi una per entro all'altra reciprocamente, dee avvenire che nell'atto di queste reciproche espansioni, prodotte dalla forza ripulsiva insita alle molecole, seguano altresì gli urti delle molecole di un sale contro quelle dell'altro, e a cagione degli avvallamenti che gli urti producono, i centri attrattivi delle molecole di uno si accostino ai centri attrattivi di quelle dell'altro; e se questo accostamento novello de' centri delle molecole tornerà maggiore di quello che tengono a quel momento unite le molecole eterogenee de' sali disciolti, che cosa ne dovrà seguire? Ne seguirà che l'effetto attrattivo sarà prodotto verso i centri più prossimi, cioè si effettuerà la decomposizione de' sali messi a contatto, originandosene due di novelli, stante uno scambio degli acidi e delle basi. Ora se tra' sali che all'atto del-

l'urto si producono, uno sia di sua natura insolubile, come nel caso recato è il solfato calcico, allora, seguito l'urto, la coesione piglierà il suo predominio, sottraendo dal solvente il sale formato, cioè togliendovi quegli elementi prima solubili ch'entrarono a formare il sale insolubile. Questa circostanza, che accompagna costantemente l'atto delle doppie affinità allorchè uno dei sali che si originano è di sua natura insolubile, porta il certissimo effetto, che di que' due sali, che giusta la rispettiva loro solubilità erano a principio in una data quantità di liquido, a misura che lo scambio si avanza, ne scema la quantità, e ciò sino a tanto che di due ch'erano prima, uno solo ne rimanga; laonde questa sottrazione progressiva sino ad annullarne uno del tutto, porta la necessaria conseguenza che la densità del liquido decresca di mano in mano che lo scambio si effettua: ora è in questo fatto ineluttabile che consiste tutto il magistero di quella influenza che fu attribuita alla coesione ed alla volatilità de' sali, che si producono, allora quando le affinità doppie si effettuano. La decrescente densità del liquido (o perchè il sale prodotto precipiti, o perchè si volatizzi) lascia alle molecole saline libero campo di espandersi ulteriormente, e quindi di effettuare gli urti voluti, acciocchè lo scambio si compia perfettamente, cioè i sali primitivi si tramutino totalmente in due di novelli. Qui adunque veggiamo chiaramente come la coesione e la volatilità tornino consecutive all'urto, e vengano appresso alla combinazione, che in ogni caso entra loro innanzi; sicchè gli effetti che l'una o l'altra produce nel compiere gli scambi, non sono che accidentali e indiretti, nè si può avere giammai la coesione, o la volatilità quale cagione primaria dello scambio.

Adesso poniamo di avere due sali, la cui vicendevole decomposizione non basti a darci sali dotati di una differenza di solubilità sì ragguardevole, in comparazione a quelli da quali traggono origine, che uno di essi dia a fondo a modo di precipitato; e, per fare altresì una sperienza elegante, si faccia la mescolanza che addita il Berzelius, cioè del cloruro sodico col solfato rameico; perocchè in questo caso l'atto primo dello scambio si manifesta mediante una vaga tramutazione di colore. Abbiasi adunque le due soluzioni, e facciamo di mescere la soluzione azzurra del solfato rameico in quella sco-

lorita del cloruro sodico; issofatto la mescolanza torna in un gentilissimo verde. Quivi adunque gli effetti primi dello scambio si manifestano al dileguarsi del colore azzurro, che spetta al solfato rameico e al vederne entrare in suo luogo uno di verde, che sappiamo venire dallo stesso metallo, ma congiunto al cloro: sicchè lo scambio è avvenuto. Nondimeno, da che nessuno di que' due sali prodotti si è tolto alla soluzione, lo scambio non venne compiuto; sicchè in luogo di due, adesso abbiamo ivi quattro sali disciolti, cioè il solfato sodico e il cloruro rameico che si produssero, e porzione altresì di cloruro sodico e di solfato rameico, a' quali fu impedito di effettuare lo scambio. In questo caso adunque il permutamento non è compiuto, e ciò a sola cagione che sì l'un sale che l'altro restarono dentro il solvente. Ora questo fenomeno si spiega dalla comune dottrina mediante un certo equilibrio che si compone tra le affinità reciproche degli acidi e delle basi che sono insieme nel liquido, in cui si contrappesa la prevalente forza attrattiva ch'è negli uni col difetto che sta negli altri, mediante un aumento di massa negli ultimi che ne ristora il difetto attrattivo; donde viene l'equilibrio che tiene in bilico l'azione, sì che non proceda più innanzi. Ma s'è vero che il principio dinamico abbracci l'azione chimica in tutti i suoi particolari svariati, esso dovrà darci ragione altresì di questo scambio incompiuto, senza bisogno di ricorrere a verun nuovo ripiego, come veggiamo averne mestieri le prevalenti forze attrattive, che adesso riparano ad una sconosciuta influenza di *massa* che appellarono *chimica*. Ora la diffusione od espansione di un sale entro un liquido, abbiamo già veduto che viene dalla forza ripulsiva del sale, e sappiamo altresì che essa varia come variano i corpi diversi: sicchè i sali diversi (prescindendo eziandio dalle densità differenti delle soluzioni che si mescolano) si espandono per entro un liquido con differente energia: e le recenti sperienze del Dutrochet, dove anche altro non fosse, comprovano questo fatto. Ma le molecole de' sali che si espandono urtano fra loro, e sappiamo che urtando producono lo scambio; esso quindi verrebbe ognora compiuto, dove l'urto procedente dell'espansione potesse continuare, come agisce da principio: ma siccome l'urto in questo caso viene dalla differente espansione dei due sali messi a contatto nel medesimo liquido, così ne seguita che quello dotato di maggior

forza ripulsiva continua solo ad espandersi, finchè le molecole dell'altro riescono sì costipate da opporre un ostacolo invincibile ad ogni ulteriore espansione; allora si compone quell'equilibrio che arresta lo scambio, il quale tarda tanto più a stabilirsi, quanto la forza ripulsiva dell'uno de'sali vantaggia di lunga mano quella dell'altro. Senza che rimanendo presenti, com'è nel caso che abbiamo posto, tutti due i sali che si producono, la densità del liquido resta costantemente la stessa, e perciò dopo l'espansione che seguita al primo atto della mescolanza, è altresì effettuato tutto quello scambio che si può produrre in quel primo cozzare di molecole; il quale, come dissi poco anzi, verrà tanto maggiore, quanto sarà più grande la forza ripulsiva de'sali messi a contatto. Dopo questo primo urto molecolare cessa adunque ogni ulteriore movimento e si compone il predetto equilibrio, senza rispetto veruno di affinità reciproche, nè di quantità di materia presente, o di *massa chimica;* da che esso unicamente dipende dalla forza ripulsiva de'sali, resa incapace di produrre il menomo ulteriore movimento in quella data densità di liquido e costipamento di molecole. Adunque, perchè lo scambio in questo caso venga compiuto, farà mestieri turbare o rompere l'avvenuto equilibrio. Ciò accade se, pigliando la soluzione contenente i quattro sali soprammentovati, facciamo di concentrarla sino al punto in che il solfato sodico si apprenda in cristalli. Allora tutti sanno, avvenire il permutamento compiuto: ma donde ciò? Perchè nell'atto in cui le molecole del solfato sodico si consolidano, sottraggonsi eziandio dal solvente, come se ne sottrae un sale che precipita, e lasciano quindi libero campo alle molecole del solfato rameico e del cloruro sodico indecomposti di espandersi novellamente; sicchè è di tal maniera rotto il mentovato equilibrio, e stante il nuovo movimento molecolare, che perciò necessariamente producesi, si effettuano quegli urti ulteriori delle molecole che danno compiuto lo scambio.

Il Gay-Lussac diceva altresì com'io ho altrove rammentato, *che qualora si ponga attenzione ai precipitati che si producono per doppia affinità, essi non sono già i composti più stabili nè quelli che contengono gli acidi e le basi più possenti* (96); ch'è quello precisamente che deve essere, qualora la cagione producente gli scambi sia l'urto molecolare e il consecutivo pre-

dominio, che piglia allora la forza attrattiva. E valga il vero, quale, giusta il principio dinamico della forza ripulsiva, sarà il sale dei due che si producono, il quale debba assumere lo stato solido? Quello nella formazione del quale entrerà l'acido o la base (e meglio ancora tutti e due), che tra gli acidi e le basi presenti sia dotato di minore forza ripulsiva; perocchè la coesione in tal caso produrrà più facilmente il suo effetto. Ma quanto è minore la forza ripulsiva ne' corpi ch'entrano in combinazione, e tanto sono meno stabili i composti che si originano; così ne seguita che i sali che precipitano, allorchè le affinità doppie si effettuano, devono essere, generalmente parlando, composti molto meno stabili di quelli che non precipitano, cioè che si mantengono sciolti nel liquido, ch'è la conclusione a cui venne il celebre Gay-Lussac, guidato al sicuro lume dell'esperienza. In fatti facciamo di mescere il carbonato potassico nel solfato magnesico; qui resta in soluzione il solfato potassico, ch'è composto incomparabilmente più stabile del carbonato magnesico che precipita, il quale sappiamo tornare non solo dagli acidi forti, ma dall'azione del fuoco agevolmente scomposto. Lo stesso è a dirsi del cloruro calcico unito al carbonato ammonico: dello stearato sodico infuso nel cloruro calcico; del nitrato argentico messo a contatto del cloruro sodico e numerosissimi altri che si potrebbono recare innanzi, i cui precipitati si trovano consistere in elementi, congiunti fra loro da un legame molto più debole di quello che serba l'unione degli elementi, che compongono il sale che resta sciolto nel liquido; e in fatti la solubilità di un corpo a confronto di un altro meno solubile indica ognora la sua maggiore forza ripulsiva in comparazione di quello meno solubile nel medesimo liquido.

III.° *Affinità predisponente, come non dipenda da rafforzate affinità che collimino allo stesso effetto, ma sì da accresciuto movimento molecolare.*

Ora essendosi detto abbastanza delle doppie affinità, perchè se ne veda il fermo de'fenomeni anche quando eglino uscissero dalla specialità de'casi, le cui ragioni furono con riposata dichiarazione mostrate, toccherò adesso leggermente una modificazione delle affinità, che dicesi *affinità predisponente*.

Questa modificazione dell'affinità, com'è noto generalmente, ci viene incontrata nel ferro e nel zinco, allorchè mediante l'intervento dell'acido solforico, si ossidano a contatto dell'acqua. I chimici dicono che questi metalli posti a contatto dell'acqua, senza aiuto di calore, non bastano a decomporla ed a tramutarsi in ossidi, perchè l'affinità loro verso l'ossigeno è minore di quella che ha l'idrogeno verso lo stesso elemento; sicchè a venire a capo dell'effetto fa d'uopo invigorirla ed accrescerla; il che torna agevole subitochè si faccia intervenire l'acido solforico, il quale ne accresce la forza per questo, che avendo esso una grande tendenza ad unirsi agli ossidi dei metalli predetti, le due affinità, cioè dei metalli verso l'ossigeno e dell'acido verso gli ossidi, si sommano insieme e ne torna tale quantità di forza attrattiva che vince quella dell'idrogeno verso l'ossigeno, e ne segue la scomposizione dell'acqua, appunto perchè l'acido predispose i metalli a decomporla, donde venne all'affinità l'epiteto di *predisponente*. E' per altro da osservare che gli ossidi non esistono, allorchè si attribuisce all'acido un'affinità verso di essi; sicchè se l'affinità od attrazione, è per immancabile ragione di fatto l'attraimento di una cosa verso di un'altra, qui l'affinità dell'acido solforico è verso il nulla, perchè manca realmente il soggetto dell'attrazione ch'è un puro ente possibile. E da che l'attrazione non si manifesta se non se a contatto vero od apparente della cosa che attrae con quella ch'è attratta, così non essendovi non solo propinqua, ma nemmeno esistente la cosa attrattiva, non si può ammettere neppure l'attrazione di quella che attrae, cioè dell'acido che viene recata innanzi quale ragione da cui ne torni compiuto l'effetto. Anche il Liebig dissente da questa credenza, cioè che vi possa essere in un corpo affinità verso un altro, il quale non esiste; perocchè parlando degli effetti che adoperano gli acidi cloridrico e cianidrico congiuntamente all'acqua, onde si producono acido formico e cloruro ammonico, comechè ci dica a principio *quella metamorfosi venire dalla tendenza che ha l'acido cloridrico a neutralizzarsi con una base*... tuttavia poco appresso soggiugne: *La decomposizione simultanea dell'acido cianidrico e dell'acqua non fu già prodotta mediante una affinità chimica dell'acido cloridrico coll'ammoniaca: da che nè l'acido cianidrico, nè l'acqua contengono ammoniaca: e niuno giammai*

saprà comprendere l'affinità di un corpo verso un altro che ancora non esiste, e che non ha se non che la possibilità di esistere (97). Ora comechè nel solfato ferroso e nel solfato zincico, che stante l'anzidetta affinità *predisponente* si originano, non si contengano tutti gli elementi dell'acqua congiuntamente al metallo ed all'acido, nondimeno il caso è perfettamente conforme, e nessuna affinità dell'acido verso l'ossido che non esiste può essere addotta quale cagione determinante l'effetto. Laonde se il modo con che finora era spiegato il fenomeno si trova al tutto inammissibile, resta da cercarne la ragione vera nel principio dinamico, il quale ci condusse fino a questo punto, rischiarando tutto il bujo che intenebrava l'azione chimica. Innanzi tratto osserviamo che il ferro ed il zinco, alla temperatura dell'aria ambiente, lentissimamente sì, ma agiscono sopra l'ossigeno, ch'è nell'acqua, e si ossidano; e deesi osservare ancora che l'acqua è dotata di debolissima forza ripulsiva, laddove gli acidi possedono questa forza in grado eminente: sicchè ponendo i metalli a contatto dell'acido, stante la gagliardìa della sua forza ripulsiva, seguono quelle espansioni e quegli urti che abbisognano a produrre la combinazione de' metalli coll'ossigeno, e quindi la scomposizione rapida dell'acqua, i quali movimenti ed urti consecutivi si agevolano mediante lo scaldamento che ha luogo durante l'azione, appunto perchè il calore invigorisce costantemente la forza ripulsiva de' corpi: sicchè l'intervento dell'acido adopera unicamente nella ossidazione de' metalli predetti, perchè ne accresce e rinforza il movimento molecolare.

Adesso resterebbe a sapere se la formazione dell'ossido e la combinazione sua coll'acido fosse simultanea o successiva. Parrebbe tuttavia più ragionevole il credere che la formazione dell'ossido e quella del sale avvenisse ad un tempo, essendo uno l'urto delle molecole metalliche contro le molecole elastiche dell'acido idrato; sicchè, scacciatone l'idrogeno, rimangono congiunti mediante un solo urto tutti gli elementi del sale. Lo stesso sembra avvenire nella prodotta metamorfosi rammentata dal Liebig. L'urto unico della molecola dell'acido cloridrico contro la molecola idrata dell'acido cianidrico produsse ad un tempo il cloruro ammonico, spiccandone l'acido formico a similitudine dell'idrogeno nel caso anzidetto.

§ 11.°

La creduta influenza della massa chimica *nelle affinità consiste nell' impedito movimento molecolare.*

Di tutti i principii fra loro diversi, che furono assunti per ispiegare i fenomeni dell' azione chimica, nessuno a mio credere è più manifestamente contrario al fatto generale e inconcusso dell' affinità, mostratasi ognora attiva soltanto ed operante fra le molecole de' corpi, ammessa la condizione immancabile che sieno fra loro a contatto vero od apparente, quanto si è quello della virtù conferita alla quantità della materia presente, che si appella *massa chimica*. Eppure a questa *massa chimica* si accordò tanto di efficacia da far sì che un corpo anche dotato di affinità debolissima, solochè se ne accresca notabilmente la quantità, torni per ciò sì afforzato nella sua virtù attrattiva da contrappesare non solo, ma da vincere l' affinità anche assai energica di altro corpo presente. Ma noi diciamo, s'è vero, com'è indubitato, che l' affinità chimica non produce i suoi effetti, se non se fra le molecole de' corpi, ed allorchè queste molecole sieno le une alle altre prossime tanto da doversi credere che realmente si tocchino; e s'è vero in oltre che fuori di questo toccamento reale, o fuori di tal prossimità da doversi credere fisicamente un reale toccamento, cessa ogni azione, sarà vero altresì che tutte quelle molecole, le quali escono dal contatto, faranno lo stesso per rispetto all' azione, come se assolutamente non fossero presenti; perchè diversamente saremmo costretti ad ammettere una azione chimica attrattiva, la quale si estendesse molto al di là del confine attrattivo ch' è il preciso contatto. E siccome ogni azione chimica è veramente molecolare, cioè non ha luogo che fra le molecole, nè ha per fine e compimento suo che la loro unione; così se diamo il supposto di avere la molecola A la quale sia dotata di molta affinità verso la molecola B eterogenea, e se poniamo esservi presente eziandio la molecola C, la quale sia anch' essa dotata di affinità verso B, ma debolissima; il dire che se in luogo di avere presente una sola molecola C, ne avessimo

cinque, dieci, mille, ne verrebbe allora di tanto aumentata la forza attraente di C, non solo da contrappesare, ma da vincere la possente affinità di A verso B, è lo stesso come a dire che l'effetto semplicemente molecolare (il quale pel dato assunto sarebbe la molecola composta BC) venisse dalla forza attraente della massa C, o dalla risultante delle sue mille molecole, componenti la detta massa, verso l'unica molecola B, posta per altro la condizione che nel momento dell'atto chimico una sola delle tante molecole C pigli luogo nel composto BC. Dunque tutte le altre molecole C che non entrarono in combinazione perchè uscenti del limite attrattivo, non solo agirono tenendosi o dovendosi tenere distanti, ch'è al tutto contrario alla condizione fondamentale voluta all'effettuarsi dell'affinità chimica; ma se guardiamo ancora un po' più attentamente in questo strano supposto della virtù che si suppone nella *massa chimica*, troviamo che ne seguirebbe un effetto diverso dalla sua cagione; perchè l'effetto è l'unione prodotta della molecola C con la molecola B, cioè un effetto molecolare; laddove la cagione che avrebbe prodotta l'unione antidetta, sarebbe stata la forza attraente dalla *massa chimica* di C, che non pigliò parte nella combinazione, cioè una cagione diversa affatto dal suo effetto: donde ne verrebbe ancora che dopo avvenuta la combinazione dilungandosi le molecole della *massa* C, siccome l'effetto non si contrappeserebbe più colla cagione che lo produsse, il composto non potrebbe sussistere e dovrebbe necessariamente disfarsi. Che se poi la predetta *massa chimica* si facesse consistere nella massa molecolare, allora non che venirne dall'ingrandimento di questa aumento di forza attrattiva, ne verrebbe anzi un effetto contrario; perchè abbiamo già veduto precedentemente che quanto le molecole di un corpo consistono in una massa più grande, e tanto più fievole torna l'azione chimica, o tanto men vigoroso riesce l'atto attrattivo, che, attenendoci al vecchio linguaggio, farebbe lo stesso che a dire, che i corpi, le cui molecole consistono in una massa più grande, sono anche dotati di minore affinità, ch'è precisamente l'opposto di quello che dovrebbe produrre la massa materiale, o *massa chimica* che dir si voglia.

Nulladimeno il celebre Berthollet, che vide sì addentro nelle chimiche affinità e che innanzi ogni altro ammise l'influenza della *massa chimica*, sino

dalle prime facce del suo importantissimo *Saggio di Statica Chimica* pone questo canone, che cioè: *L'azione chimica delle diverse sostanze agisce non solo in ragione della loro affinità, ma in ragione altresì della loro quantità. Una conseguenza immediata*, egli dice, *quella è che l'azione chimica sminuisce a misura che la saturazione si effettua* (98). Questo sminuire dell'azione chimica in tal caso viene dalla resistenza che allora oppongono i due corpi alle forze attrattive, e si manifesta ognora *ne' termini estremi della saturazione, principalmente nelle combinazioni deboli, come sono le soluzioni dei sali nell'acqua; ed altresì nelle medesime combinazioni degli acidi e degli alcali, dove si trova ognora una grande differenza tra il cominciamento dell'azione e il suo fine* (99). Il fatto che il Berthollet qui adduce è sì accertato e sicuro che niuno vorrà dubitarne; ma in quanto alla cagione da cui si fa dipendere il fatto, non mi sembra che venga sì facile e chiara da non lasciare grandissimo dubbio in ammetterla. E' verissimo che se facciamo, esempigrazia, di saturare col nitro o con altro sale qualunque un dato volume di acqua, veggiamo le prime porzioni del sale sciogliersi dall'acqua con somma prontezza, e che a misura che ci andiamo accostando al termine della saturazione, l'acqua pena assaissimo a sciorre le addizioni successive del sale che facciamo di aggiungnere. Il Berthollet crede di spiegar questo fatto mediante l'influenza della massa dell'acqua, che a principio è grandissima a paragone della piccola quantità del sale mescintovi; dove nella fine l'acqua è pochissima, ancorchè le quantità del sale che successivamente si aggiungono, si tengano ognora nella stessa misura, da che la massima parte dell'acqua è già saturata di sale, e in quanto a scioglierne altro è come non fosse. Ciò dunque è verissimo che, cioè l'acqua sia molta a principio e pochissima in fine; ma è vero altresì che sulle prime le molecole del sale si muovono ed espandono entro l'acqua purissima, dove appresso si devono espandere e muovere entro una soluzione salina, la cui densità cresce e si aumenta a misura che la saturazione si avanza, ed arriva finalmente al suo massimo, appunto allorchè la saturazione tocca l'estremo suo termine, che è quello precisamente per raggiungnere il quale il sale pena cotanto a sciogliersi. E quello ch'è detto delle soluzioni, segue altresì allorchè gli acidi si neutralizzano colle basi. Ora questo fatto

principalissimo, la cui cagione si reputava consistere nella influenza della quantità, veggiamo in contrario procedere necessariamente dagli allentati movimenti delle molecole, stante l'aumentata densità de' liquidi entro i quali le saturazioni si operano.

In fatti se per effettuazione delle affinità chimiche, è indispensabile che le molecole sieno libere e spedite ne' loro movimenti, condizione richiesta anche allora che le affinità si fanno procedere da sole forze attrattive, ne segue che qualunque sia la teorica che ne piaccia adottare, la densità crescente de' liquidi, che si saturano o si neutralizzano, dovrà sempre opporre un impedimento alla successiva saturazione, in guisa da affievolire e rallentare l'azione chimica di mano in mano che la saturazione progredisce, e ciò per modo che l'azione ne torni menoma in prossimità del termine estremo. La ragione evidente di questo fatto è tale per sè medesima, che poteva, anzi doveva escludere l'influenza della quantità eziandio nella dottrina delle forze attrattive, ed è poi al tutto consentanea al principio dinamico degli urti molecolari, anzi il fatto è solo una conseguenza del principio medesimo che, dove fosse ignorato, per poco che uno ponesse attenzione al modo, onde l'azione chimica si compie, ed alle circostanze, che gli effetti avvalorano, gli verrebbe facilmente veduto, prima eziandio che l'esperienza glielo metta sott'occhi; laddove l'influenza della massa abbiamo veduto opporsi dirittamente alla condizione primaria delle affinità chimiche.

E nel modo medesimo che il principio dinamico dà chiara ragione del fenomeno anzidetto, esso torna acconcio e bene accomodato in tutte quelle azioni chimiche che *neutralizzazioni* si addomandano, le quali si effettuano in circostanze consimili alle saturazioni: come eziandio in qualunque altra guisa di analoghe combinazioni e scomposizioni; talchè se ne preveggono gli effetti che saranno per avvenire durante l'azione. Poniamo, esempigrazia, che ci sia dato da neutralizzare l'acido acetico mediante il carbonato ammonico: quali fenomeni ci verranno veduti durante l'azione? Io dico che a principio l'azione chimica sarà molto energica, da che, essendo l'acido acetico pochissimo denso, le molecole del sale si espanderanno rapidamente per entro ad esso, anche perchè questo sale è dotato di molta forza ripulsiva. Ma siccome

l'acetato ammonico, o il nuovo sale che si produce resta entro il liquido, ed a misura che l'azione progredisce se ne aggiugne ognora di nuovo, così la densità del liquido tanto ne aumenta quanto più l'azione dura e va innanzi.

Ma ad ogni benchè menomo aumento della densità è portato un ostacolo corrispondente al movimento delle molecole, così riuscendone ognora più impedita l'azione chimica da quest'ostacolo, essa dovrà necessariamente di mano in mano decrescere, e ciò sino al termine estremo in cui la densità verrà massima. Allora essa opponendo al movimento delle molecole un ostacolo pressochè totalmente invincibile, verranno a mancare quegli urti che occorrono alla decomposizione del carbonato e consecutiva formazione del nuovo sale; sicchè le carte reagenti additeranno ad un tempo l'acido e l'alcali starsene ivi a contatto inoperanti e privi di azione. Tuttavia, guidato dal lume del principio dinamico, vedo che la mancanza di azione viene dal mancamento di moto; dunque io faccio allora di procacciare ad arte quel moto che la densità del liquido più non accorda che avvenga naturalmente. Dibatterò quindi la soluzione; le molecole cozzeranno fra loro; seguirà incontanente l'azione, la quale durerà tanto di tempo, quanto il consentirà l'impulso artificiale partecipatovi; il quale estinguendosi, si ricomporrà la quiete di prima, che terrà l'azione in pendente sinchè cagioni perturbatrici non imprimano alle molecole un impulso novello. Tutto questo ci sarebbe fatto antivedere dal principio dinamico, ed è quello appuntino che l'esperienza ci comprova col fatto.

Diceva poco anzi che nel termine estremo della neutralizzazione ci vengono trovati insieme ad un tempo l'acido e l'alcali inoperanti e privi di azione, e in tale stato li veggiamo serbarsi finchè cagioni estranee non subentrino a turbarne la quiete; le quali cagioni estranee possono venire di più maniere. In fatti se per neutralizzare l'acido acetico, anzichè valerci del carbonato ammonico, faremo di adoperare il carbonato potassico, avverrà come dianiz che, presso il punto finale della neutralizzazione, il saggio delle carte reagenti ne dia ad un tempo l'acido e l'alcali; ma da che l'acetato potassico, a differenza dell'ammonico si può concentrare senza che si decomponga, perciò se facciamo di esporlo all'azione del fuoco, veggiamo a prima giunta prodursi

una viva effervescenza; segno evidente che l'azione chimica n'è di nuovo promossa dalla forza ripulsiva del calorico, che induce un movimento molecolare in tutta la massa del liquido e quindi nelle molecole del carbonato potassico e dell'acido acetico, donde vengono gli urti che pongono in atto novellamente l'azione chimica. Qui il calorico sopperisce all'agitazione artificiale del liquido, e sì in un caso che nell'altro non si tratta che di partecipare alle molecole quel movimento che, di virtù propria, non bastano a produrre a cagione dell'aumentata densità del solvente.

Parecchi fatti potrebbero essere qui addotti per comprovare quanto di efficacia abbia la densità de' solventi nel rallentare e finalmente impedire i movimenti molecolari, e quindi l'azione chimica; ma per non riuscire soverchio mi strignerò a recarne uno solo perchè sì chiaro e convincente, che mi sembra valerne i molti a persuadere la verità del fatto. Facciasi adunque una soluzione bene saturata di un sale magnesico, e poniamo di avere trascelto il solfato; e del pari diasi fornita una soluzione egualmente saturata di fosfato ammonico. Si mesca in un bicchierino una soluzione nell'altra, serbando la mistura riposata e tranquilla. Essa ci verrà veduta limpida e chiara, senza dare il più piccolo segno d'inalbamento, che annunzi la benchè menoma azione. Allora si agiti il liquido mediante un cannellino di vetro: il vedremo a principio lievemente intorbidarsi, ed appresso farsi albiccio e dare a fondo il sale doppio, non senza però che faccia d'uopo di una agitazione un po' viva e prolungata. In contrario diamo che le due soluzioni sieno bastevolmente diluite e si mescano. In questo caso seguirà subito la formazione del sale, e senzachè faccia mestieri di agitazione. Qui adunque da che la densità delle due soluzioni era di poco momento avvenne prontamente l'effetto, perchè alle molecole de' sali fu dato libero campo di espandersi e di produrre quegli urti che sono indispensabili al compimento dell'azione chimica: laddove nel primo caso, essendosi adoperate le due soluzioni sature compiutamente, e quindi recate al massimo di lor densità, facendo solo di mescerne una nell'altra non seguì effetto di sorta alcuna, e perchè avvenisse abbisognò di una agitazione vigorosa e protratta. Dunque evidenti riescono ed assai manifesti gli effetti che produce la densità de' solventi nel rallentare e impedire l'azione

chimica; e quindi in essa troviamo una ragione non solo sufficiente, ma certa per ispiegare que' fenomeni la cui cagione era fatta consistere nella influenza della *massa chimica*.

Se io qui facessi di prendere ad uno ad uno in attenta considerazione tutti que' fenomeni di chimica azione, che furono attribuiti alla *massa*, noi li vedremmo tutti una conseguenza legittima degli allentati o impediti movimenti molecolari. Per modo di esempio, è detto venire da influenza di massa il non esserci dato giammai di levare alla calce delle ossa calcinate tutto il suo acido fosforico mediante la prevalente forza attrattiva dell' acido solforico: e dicono ciò venire, perchè a misura che l' acido solforico ne scaccia il fosforico dalla combinazione sua colla calce, esso entra in soluzione nell' acqua dell' acido allungato e seguita non solo a tenersi presente, ma ad aumentare ed a crescere di quantità di mano in mano che l' acido più forte ne lo rimuove e scaccia dalla combinazione; e ciò sino al punto che tanto ve n' ha di adunato dentro il solvente che nella fine colla sua *massa* tiene fronte alla prevalente affinità dell' acido solforico sino a impedirne ogni azione. Questo fatto a prima vista sembra uno de' meglio validi a porre in chiaro l' efficacia non lieve che adopera la *massa* nella chimica azione; ma per poco che ci soffermiamo a pensarci, veggiamo subito venire il fenomeno dalla sposta cagione; cioè dalla crescente densità del liquido. In fatti per decomporre il fosfato calcico noi lo poniamo, come dissi, a contatto dell' acido solforico allungato. La forza ripulsiva dell' acido solforico effettua, mediante il movimento e l' urto consecutivo delle molecole, lo spostamento dell' acido fosforico e la formazione del solfato calcico. Ma l' acido fosforico, essendo solubile nell' acqua contenuta nell' acido solforico si diffonde nel liquido e vi si aduna in quantità sempre più grande a misura che la scomposizione procede e va innanzi; ma oltre questo fatto certissimo e necessario della quantità che ne aumenta e che fu addotta in prova della influente virtù della *massa*, il fatto medesimo un altro ne produce necessariamente ed ingenera, cioè la densità del solvente entro cui seguono i movimenti delle molecole, la quale crescendo di mano in mano e finalmente venendo massima, arresta ogni moto sì nelle molecole dell' acido solforico come in quelle del fosfato calcico, e con ciò se

ne toglie ogni progresso all'azione. Nè questo effetto d'azione arrestata vuolsi solo ascrivere alla densità, indipendentemente dalle materie che la densità stessa producono; perocchè essendo le materie diverse dotate di differente forza ripulsiva, fa d'uopo avere in considerazione la qualità loro, e quindi non dimenticarsi che nel caso presente è l'acido fosforico che piglia luogo nel solvente, il quale è dotato di molta forza ripulsiva. Da questa forza ripulsiva dell'acido fosforico, che resta presente, ne seguita che non solo i movimenti delle molecole dell'acido solforico e del fosfato calcico vengono impediti dall'aumentata densità del solvente, ma eziandio dalla predetta forza ripulsiva dell'acido fosforico che, facendo di espandersi con molta energia, esercita una pressione contro le molecole dell'acido solforico e del fosfato calcico, sinchè riesce, in giunta alla densità, ad arrestarne ogni movimento. Si compone allora un equilibrio al tutto conforme a quello che fu veduto prodursi nell'opera delle doppie affinità. Questo elemento della pressione che nel caso presente e in altri analoghi, si può avere come accessorio, basta anche solo, allorchè si tratta di decomporre il carbonato calcico mediante l'acido cloridico, od un altro acido forte. In fatti se facciamo di chiudere ermeticamente il vase entro cui segue la scomposizione anzidetta, subitochè l'acido carbonico è adunato in tanta quantità da produrre una pressione bastevole ad impedire ogni movimento ripulsivo delle molecole, l'azione chimica si arresta del tutto: nè ripiglia la sua efficacia se non quando si apra il vase e diasi esito al gas. Il dire qui che il gas imprigionato, entro la capacità del recipiente, esercita colla sua *massa* tanto di attrazione verso la calce da contrappesare la prevalente affinità dell'acido cloridico verso la calce medesima, è, a mio avviso, un plausibile tentativo per ispiegare il fenomeno, ma non già recare innanzi una ragione che appaghi. In questo caso tutti gli argomenti razionali che abbiam veduto combattere la virtù della *massa*, si afforzano, se pur ne fosse bisogno, e si accrescono maggiormente, da che stante la natura aeriforme dell'acido, le molecole sue attraenti si trovano troppo lontane dal sale calcico perchè possano avere tanto di forza da arrestare l'azione dell'acido cloridico. E questa spiegazione che n'è data mi sembra in oltre poco acconcia a persuadere, anche perciò che se facciamo d'impiccolire a talento la capacità

del recipiente, tenendo ferma la quantità dell'acido e del sale, addiviene non solo che l'azione chimica costantemente si arresti, ma che si arresti tanto più prontamente, quanto la capacità del recipiente è più piccola, che vale a dire l'energia adoperata è tanto più grande quanto la massa dell'acido è più piccola; il che torna precisamente all'opposto di ciò che porterebbe la *massa chimica*. Ma se facciamo in contrario d'interpretare questo fatto, attenendoci alla ragione del movimento molecolare, impedito dalla forza premente del gas, veggiamo subito che dove è più piccola la capacità, ivi il gas arriva più presto ad avere quella tensione che occorre a impedire gli effetti della forza ripulsiva delle molecole, e perciò ad arrestare l'azione chimica.

Siccome l'influenza della massa nell'azione chimica servì alla scienza per ispiegare principalmente tutti que' fenomeni de' quali o le prevalenti affinità non davano ragione soddisfacente, o a dirittura loro contraddicevano, così allorchè si è veduto il ferro, ed appresso altri metalli parecchi, decomporre il vapor acqueo ad un certo grado di calore, e dentro il limite medesimo di temperatura ridursi gli ossidi a metallo, mediante l'idrogeno, si attribuì il fenomeno alla influente efficacia della *massa:* credendo che debba seguire costantemente l'ossidazione del metallo, qualora il vapor acqueo preponderi all'idrogeno, ed avvenire ognora la riduzione dell'ossido ogni volta che l'idrogeno vantaggi il vapor acqueo. Ma senza che di questo fatto abbiamo data chiara ragione, attenendoci al solo principio dinamico del conflitto molecolare, è vero in oltre che l'idrogeno nelle ossidazioni è sempre consecutivo alla decomposizione del vapor acqueo, come il vapor acqueo è ognora consecutivo alla riduzione degli ossidi; sicchè apparisce chiaramente che, nel primo atto chimico, la prevalente forza attrattiva non può essere affievolita od afforzata nè dal vapor acqueo nè dall'idrogeno, il quale non esiste allorchè comincia l'ossidazione, come non esiste il vapor acqueo quando principia la riduzione; ond'è che l'atto primo di queste due azioni chimiche è al tutto indipendente da qualsisia prevalente forza attrattiva. Sicchè a sostegno della influenza della *massa* nella produzione di questo fenomeno non rimarrebbe altro argomento fuorchè quello di vedere, se accumulandosi grandemente l'idrogeno nell'atto dell'ossidazione, questa si arrestasse, come altresì cessasse

la riduzione, allorchè il vapor acqueo fosse notabilmente adunato. Ma queste condizioni non possono giammai aver luogo nelle circostanze in cui gli sperimenti si effettuano; e dove eziandio potessero aver luogo e che effettivamente l'atto chimico si arrestasse, rimarrebbero ancora nel pieno lor vigore tutte le osservazioni che precedentemente si fecero ad altre circostanze in cui fuor di proposito era fatta valere la *massa chimica*: sicchè veggendo in nessun modo la detta massa poter bastare alla spiegazione de' fenomeni, e trovandosi in contrario il principio dinamico fondato nella forza ripulsiva insita alle molecole mirabilmente acconcio a dar ragione di ogni particolare dell'azione chimica, senza che giammai faccia d'uopo di ricorrere a verun altro principio; anzi scorgendo esso fornirci con istupenda facilità la spiegazione altresì di parecchi fatti, che non trovavano nessuna dilucidazione nelle teoriche generalmente adottate, io porto opinione che debba essere sottoposto alle mature considerazioni de' chimici, sicuro ognora che, qualunque voglia essere il giudizio ch'eglino proferiranno, esso verrà innanzi afforzato da ragioni salde sì fattamente e concludenti, che non solo adeguatamente si contrappesino, ma dieno il tracollo agli argomenti ch'io addussi; e che dove eziandio questi eglino non sempre trovassero veri, od anche venissero lor veduti insussistenti, vorranno tuttavia guardare benignamente la fatica, cui mi diedi a pro della scienza, nè dimenticarsi giammai che un passo anche incerto, mosso per una via al tutto nuova, può sovente condurre a grandi risultamenti.

(*Presentata il 9 Novembre 1842*)

NOTE

(1) Ho adottato d' intitolare questa nuova forza *ripulsiva*, anziche *espansiva*, non solo per essere il primo nome con che la distinse il Fusinieri, ma perchè una tal voce dinota la cagione qualunque, piuttostochè il conseguente effetto dell' espandersi della materia.

(2) *Giornale di Fisica, Chimica ecc. di Pavia.* Decad. II, tomo IV

(3) Giornale citato, tomo IV, pag. 133.

(4) Per modo di esempio a pag. 210, 214, 215, 221, 222, 382, 393, ecc

(5) Giornale e tomo citato, pag. 292.

(6) Giornale e tomo citato, pag. 292.

(7) Giornale e tomo citato, pag. 464.

(8) Giornale citato, pag. 463.

(9) L'autore a pag. 292, senza dirci il perchè chiama *forza espansiva*, quella stessa che prima fu detta *forza esplosiva*; il fece forse per usare una voce indicante l' effetto piuttostochè la sua cagione?

(10) Giornale e tomo citato, pag. 456.

(11) Giornale citato, tomo VI, pag. 33.

(12) Giornale e tomo citato, pag. 41.

(13) Giornale e tomo citato, pag. 47.

(14) Giornale e tomo citato, pag. 132.

(15) Giornale e tomo citato, pag. 402.

(16) Giornale e tomo citato, pag. 489.

(17) Giornale e tomo citato, pag. 47.

(18) Giornale e tomo citato, pag. 137.

(19) Giornale e tomo citato, pag. 489.

(20) Giornale e tomo citato, pag. 493.

(21) Giornale e tomo citato, pag. 495.

(22) Giornale e tomo citato, pag. 41.

(23) Giornale e tomo citato, pag. 34.

(24) Giornale e tomo citato, pag. 490.

(25) Giornale e tomo citato, pag. 487 e 488.

(26) Giornale e tomo citato, pag. 31.

(27) Giornale e tomo citato, pag. 49.

(28) Giornale e tomo citato, pag. 59.
(29) Giornale e tomo citato, pag. 475.
(30) Giornale e tomo citato, pag. 482.
(31) Giornale e tomo citato, pag. 484.
(32) Giornale e pagina citata.
(33) Giornale citato, tomo IV, pag. 292.
(34) Giornale citato, tomo VI, pag. 60.
(35) Giornale e pagina citata.
(36) Giornale e tomo citato, pag. 63.
(37) Giornale e tomo citato, pag. 396.
(38) Giornale e tomo citato, pag. 490.
(39) Giornale e tomo citato, pag. 493.
(40) *La Fisica dello Spettacolo della Natura*, tomo II, pag. 150 e 151.
(41) Tomo I, pag. 252 e 395 ecc., e tomo II, 257, 336, 337, 446, ecc. ecc.
(42) Giornale citato, tomo VI, pag. 383.
(43) Giornale citato, tomo VII, pag. 133.
(44) Giornale e tomo citato, pag. 444.
(45) Giornale citato, tomo IV, pag. 459.
(46) Giornale citato, tomo VI, pag. 62.
(47) Giornale e tomo citato, pag. 478 e 482.
(48) Giornale citato, tomo VII, pag. 376.
(49) *Comptes Rendus*, tomo XIV pag. 382.
(50) Vegg. l'opera e tomo citato, pag. 383.
(51) *Traité de Chimie*, tomo I, pag. 292. Brusselles 1839.
(52) *Giornale di Fisica, Chimica ecc. di Pavia*, Decade II, tomo VI, pag. 476 e 477.
(53) Giornale e Decade citata, tomo IV, pag. 305.
(54) Giornale e Decade citata, tomo VI, pag. 47.
(55) Giornale e Decade citata, tomo IV, pag. 461.
(56) *Traité de Chimie élémentaire théorique et pratique*, tomo II, pag. 498. Brusselles 1836.
(57) *Giornale di Pavia*, Decade II, tomo VI, pag. 52 e 53.
(58) *Echo du Monde Savant*, 1824, pag. 139.
(59) Allorchè io notava questa particolarità dell'urano, ignorava le importanti sperienze del Sig. Péligot (*Journal de Pharmacie* settembre 1841, pag. 523) mediante le quali fu dimostrata la composizione di questo metallo; onde il peso atomico del suo radicale, detto *uranio* scese a 750 (pag. 533).
(60) *Introduction du Traité de Chimie organique*, tomo I, pag. CLXXXIII.
(61) *Annali delle scienze del Regno Lombardo-Veneto*, tomo III, pag. 90 e 91.
(62) Annali e tomo citato, pag. 89.
(63) *Traité de Chimie*, tomo I, pag. 442. Brusselles, 1839.
(64) *Annales de Chimie et de Physique*, tomo LXV, pag. 403.
(65) *Annales* e tomo citati, pag. 414.
(66) *Annales* e tomo citati, pag. 407.
(67) *Annales* e tomo citati, pag. 413.
(68) *Annales* e tomo citati, pag. 418.
(69) *Annales* e tomo citati, pag. 420.
(70) *Giornale di Fisica, Chimica ecc. di Pavia*, Decad. II, tomo VI, pag. 47, 137 e 493.

(71) Questo sperimento vidi io stesso ripetersi più volte dal mio amico Bussolin, Capo assaggiatore nell' I. R. Zecca di Venezia.

(72) *Annales de Chimie et de Physique*, tomo LXV, pag. 423.

(73) *Annales* e tomo citati, pag. 424.

(74) *Annales* e tomo citati, pag. 423.

(75) *Traité de Chimie*, tomo I, pag. 463. Brusselles 1839.

(76) *Annali delle Scienze del Regno Lombardo-Veneto*, tomo III, pag. 91.

(77) *Traité de Chimie*, tomo I, pag. 277. Brusselles 1839.

(78) *Annales de Chimie et de Physique*, tomo L, pag. 434.

(79) *Journal de Pharmacie, Août* 1841, pag. 488.

(80) *Annales de Chimie et de Physique*, tomo XLIX, pag. 142.

(81) Tomo XXIII degli *Atti della Società Italiana delle Scienze.*

(82) *Giornale di Fisica, Chimica ecc. di Pavia*, Decade II, tomo IV, pag. 383, e tomo VI, pag. 55.

(83) Queste idee verranno estesamente dichiarate, allorchè tratterò della soluzione.

(84) *Giornale di Fisica, Chimica ecc. di Pavia*, Decade II, tomo VI, pag. 395.

(85) *Annales de Chimie et de Physique*, tomo XLVIII, pag. 222.

(86) *Annales* citati, tomo LXII, pag. 336.

(87) *Annales* e tomo citati, pag. 347.

(88) *Rapport annuel sur les progrès des sciences physiques et chimiques*, an. 1840.

(89) *Annales de Chimie et de Physique*, tomo LXII, pag. 367.

(90) Non ci estendiamo per ora maggiormente in questo particolare, al quale dovremo ricondurci, allorchè ci toccherà parlare delle chimiche decomposizioni.

(91) *Annales de Chimie et de Physique*, tomo LXV, pag. 426.

(92) *Annales* citati, tomo LXIII, pag. 221.

(93) *Annales* citati, tomo LXX, pag. 428.

(94) *Annales* e tomo citati, pag. 429.

(95) *Annales* e tomo citati, pag. 430.

(96) *Annales* e tomo citati, pag. 429.

(97) *Traité de Chimie organique, Introduction*, pag. XCI.

(98) *Saggio di Statica Chimica*, versione italiana, tomo I, pag. 35.

(99) Saggio e tomo citato, pag. 418.

NUOVA MANIERA

DI ESPERIMENTI

SULLA MISURA DELLE FORZE CENTRIFUGHE

MEMORIA

DEL PROFESSORE AB. GIUSEPPE ZAMBONI

Fra le macchine della Fisica Generale, quelle che mettono sott'occhio le leggi della gravità e della forza centrifuga importano sommamente alla scienza; contenendosi in queste leggi il magistero sublime, che dirige i movimenti più cospicui dell'universo.

Quanto alla gravità, la Fisica sperimentale fu assai bene provveduta coll'eccellente macchina di Atwood; ma per le forze centrifughe l'antica macchina dell'olandese Sgravesand era tanto complicata, e sì dispendiosa che non la si ricorda nemmeno dagli altri fisici. Successe di poi la macchina detta delle forze centrali dell'ab. Nollet, e di questa si fa uso comunemente eziandio nei corsi più moderni, come può vedersi dalla bella collezione di macchine inglesi di recentissima costruzione possedute dal Ven. Collegio dei P. Armeni in Venezia. Essa è una macchina rotatoria che fa girar contemporaneamente due carrucole orizzontali, e insieme con esse altri mobili disposti in guisa da dover essi obbedire alle leggi della forza centrifuga. Semplici al tutto sono gli ordigni congiunti alle carrucole per far vedere o la fuga del mobile pel raggio prolungato del circolo da lui descritto, o le forze centrali proporzionali alle masse solide non meno che fluide, o finalmente l'equilibrio di tai

forze con velocità reciproche alle masse. Ma volendosi misurare il diverso valore delle forze, variando i circoli del mobile, o la sua velocità, o il tempo periodico, si ha allora un apparecchio in duplo per le due carrucole ben più composto e costoso di tutto il resto della macchina; e quel ch'è più, assai difficile ad esser posto d'accordo nelle esperienze colla teorica. Imperciocchè il mobile che dee obbedire alla forza centrifuga è un piattello o recipiente che si fa variare di peso, caricandolo con rotelle metalliche, e questo col mezzo di corde, o girelle si attiene ad altro simile caricato esso pure di pesi, e situato sopra il centro di rotazione in maniera, che il primo allontanandosi da questo centro fra due sponde orizzontali solleva l'altro fra due o più regoli verticali. Ed acciocchè il primo, che avanti l'esperienza dee fermarsi distante dal centro di rotazione, non abbia a ritornarvi trascinato dal maggior peso dell'altro, viene guernito di tal congegno che non gli permette nella rotazione altro cammino che il solo centrifugo.

Con tanti corpi tutti in movimento gli uni sugli altri, quanto attrito pernicioso al buon esito dell'esperienza? quanto difficile eguagliarlo da per tutto in due di questi apparecchi, e quanto perciò desiderabile altro modo di sperimentare che insieme unisca semplicità, economia, ed esattezza? A conseguir questi vantaggi è diretto l'istromento ch'io ora presento (Tav. XII.) e che adopero da più anni nelle mie lezioni.

Un piano inclinato di altezza variabile, ed un grave che animato da forza centrifuga ascende sull'erta del piano, ecco in sostanza tutto il mio apparecchio da unirsi all'una, e all'altra carrucola della macchina rotatoria.

La lunghezza del piano vien formata quasi tutta con lastra quadrilunga di cristallo speculare, la qual serve come di fondo a un telajo che la contorna. Uno dei lati minori del telajo contiene l'asse del moto angolare del piano, e alla metà del lato opposto sta fitta un'appendice, qual continuazione della lunghezza del piano. Quest'appendice trascorre liberamente per una fessura verticale praticata nel mezzo dell'asta che misura le diverse altezze del piano, e in tal fessura coi noti mezzi fermasi l'appendice, e quindi il piano all'altezza voluta. Il grave poi ascendente sul piano è un cilindretto metallico tornito in maniera che soltanto colle sue estremità circolari abbia a rotolar libe-

ramente sul cristallo; ed un fermaglio cursore che attraversa le sponde del telajo, ritiene il cilindro in qual sito si voglia della lunghezza del piano.

Oltre a ciò la base del piano è divisa in dieci parti eguali, e in decimi pur della base è divisa altresì tutta l'altezza del piano. Costruiti pertanto due di questi apparecchi eguali affatto in ogni lor dimensione, s'intendano applicati alle due carrucole della macchina rotatoria, ed applicati per forma che girando essi colle carrucole, la base di ciascuna divenga il raggio vettor dell'altezza. In questa rotazione dovendo i cilindri per le varie sperienze descriver circoli di raggio diverso, ma di nota misura, questa si determina agevolmente coi decimi della base. Imperciocchè fermato il cilindro in tal sito, che il suo asse orizzontale risponda normalmente ad alcuna delle divisioni della base, la distanza fra questa divisione, e il centro di rotazione è sempre eguale e parallela al raggio del circolo, che verrà descritto dal cilindro nella rotazione del piano.

Poste le quali cose, quando la rotazione sviluppa nel cilindro una forza centrifuga appena sufficiente per avanzarlo sul piano, è facile il dimostrare essere allora l'altezza del piano la vera misura della detta forza centrifuga.

Ed in vero: la statica c'insegna, che nel piano inclinato per aver l'equilibrio fra potenza e resistenza, dee stare la prima alla seconda come l'altezza del piano alla sua base, quando la potenza abbia la sua direzione sempre parallela alla base. Or qui la potenza è la forza centrifuga, e la resistenza tutto il peso del cilindro. Ma la forza centrifuga è tal potenza, che senza il piano spingerebbe il cilindro pel raggio prolungato del circolo dallo stesso cilindro descritto, raggio, come si è veduto, sempre parallelo alla base. Dunque la forza centrifuga è qui una potenza che sta alla resistenza cioè a tutto il peso del cilindro come l'altezza del piano alla sua base. Laonde se l'altezza fosse eguale alla base la forza centrifuga sarebbe eguale in valore a tutto il peso del cilindro, ed in altra qualunque altezza minor della base, la forza centrifuga sarà eguale a tanti decimi del peso del cilindro, quanti sono i decimi della base contenuta nell'altezza.

Mentre adunque il meccanismo del Nollet esige due mobili, l'uno animato da forza centrifuga, ed un altro che sollevato dal primo misura co' suoi pesi

il valore di detta forza, in questo mio un solo mobile fa tutto il servigio: ed è il cilindro che trasporta sè medesimo colla propria forza centrifuga, e misura insieme il valore di questa forza con una frazione del suo peso indicata dall' altezza del piano.

Se non che nulla giova la semplicità delle macchine, ove l' attrito venisse poi ad alterare la quantità degli effetti voluta dal calcolo. Che anzi per liberarle da questo sconcio si rinunzia persino all' economia del meccanismo; e ne abbiamo l' esempio in quella di Atwood, il cui merito principale sta nel Tribometro, congegno tutt' altro che semplice, ma pur necessario a diminuire possibilmente l' attrito. In quella però che descrivo, il solo movimento cui tocca dimostrar la teoria, è il semplice rotolar del cilindro metallico sovra un piano levigatissimo di cristallo, nel qual movimento, l' attrito di seconda specie, come ognun vede, è tanto esile, che il fisico senza temerne influenza nociva può intraprendere gli sperimenti colla maggiore fiducia.

Vogliasi dimostrare, a cagion d' esempio, che due mobili percorrendo cerchj eguali con velocità disuguali, le loro forze centrifughe sono proporzionali ai quadrati delle rispettive loro velocità, ossia, ch' è lo stesso, sono inversamente proporzionali ai quadrati dei loro tempi periodici.

A tal uopo, primo, si disponga la macchina rotatoria a far descrivere due giri ad un piano, nel tempo che l' altro ne descrive un solo; secondo, il piano che sarà mosso con doppia velocità abbia l' altezza quadrupla di quella dell' altro; terzo, i due cilindri si mettano equidistanti dal centro di rotazione perchè abbiano a percorrere cerchi eguali.

E messa in moto la macchina la partenza contemporanea dei due cilindri proverà quadrupla la forza centrifuga, ov' è dupla la velocità.

Basti questo esempio per dirigere lo sperimentatore negli altri casi di celerità eguali e circoli disuguali, e di tempi periodici eguali, e raggi disuguali. In ciascuno di questi casi la teoria è dimostrata dalla partenza contemporanea dei due cilindri. Si prova poi esser contemporanea questa partenza dall' udirsi nel medesimo istante il colpo di ogni cilindro contro un' ostacolo equidistante. Se i cilindri debbono descrivere cerchi uguali, come nell' addotto sperimento, un secondo fermaglio od ostacolo posto al capo superiore d' ogni

telajo serve all'intento. Ma quando i cilindri abbiano a descrivere circoli disuguali, gli ostacoli da colpirsi devono essere mobili per poterli fissare prima dell'esperienza equidistanti ambedue dai cilindri.

Fra i casi di questa seconda specie io dimostro una legge di grande importanza per le teorie astronomiche, della quale però non ho mai veduto una prova sperimentale in nessun corso di Meccanica.

La legge è questa: « Quando le celerità dei mobili sono in ragione inversa dei raggi dei circoli, le loro forze centrifughe sono in ragione inversa dei cubi dei raggi stessi.

Per l'esperienza di questa legge colla macchina rotatoria faccia quattro giri uno dei piani, mentre l'altro ne fa un solo, ed il cilindro del primo percorra un circolo il cui raggio sia la metà del raggio del circolo dell'altro: ecco le celerità in ragione inversa dei raggi dei circoli. Ma il piano inclinato del cilindro, che colla metà di raggio ha una doppia velocità, lo fermo ad un'altezza otto volte maggiore di quella dell'altro, e la partenza contemporanea dei due cilindri al girare della macchina mette in evidenza la verità eziandio della legge.

Ecco una maniera di sperimenti sulle forze centrifughe, ben più semplice ed economica delle usate sinora. E quanto al suo valore dimostrativo, se si consideri, che nelle esperienze di Atwood sulla gravità, il Tribometro della sua macchina non può ridurre l'attrito a quel grado d'impotenza, che accompagna il rotolar di questo cilindro metallico sul cristallo: posso sperare ch'eziandio dal lato dell'esattezza il mio lavoro abbia a tornare di qualche utilità per la scienza, e non affatto indegno di pubblica luce.

Letto il 29 Marzo 1838.

INDICE

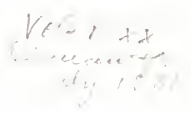
DELLE MATERIE CONTENUTE IN QUESTO VOLUME

Dedica a Sua Maesta l Imperatore Ferdinando I . . Pag. v

Avvertimento ix
Elenco dei Membri dell' I. R. Istituto Veneto xiii

Considerazioni intorno al calcolo degli oculari per cannocchiali astronomici dirette a distruggere le aberrazioni secondarie di rifrangibilità e di sfericità da essi dipendenti, del Cav. Giovanni Santini. . 3
Illustrazione di alcune piante della Grecia e dell'Asia minore, del Prof. Roberto de' Visiani 39
Osservazioni sul fondamento del sistema dell'Ab. Rosmini sulla origine delle idee, del Dott. Girolamo Venanzio 59
Interpretazione e supplimento d'un' antica lapida romana trovata presso Jesolo, dell' Ab. Giuseppe Furlanetto 75
Calcolo delle perturbazioni prodotte dall' azione di Giove e di Saturno negli elementi ellittici della Cometa di breve periodo, detta di Biela, dal suo passaggio pel perielio nel 1839 *fino al prossimo suo ritorno nel* 1846, del Cav. Giovanni Santini 87
Indizii della diminuita portata magra dei fiumi, del Cav. Pietro Paleocapa 111
Sopra una contro-corrente marina che si osserva lungo una parte dei lidi Veneti, dell' Ingeg. Giovanni Casoni 137

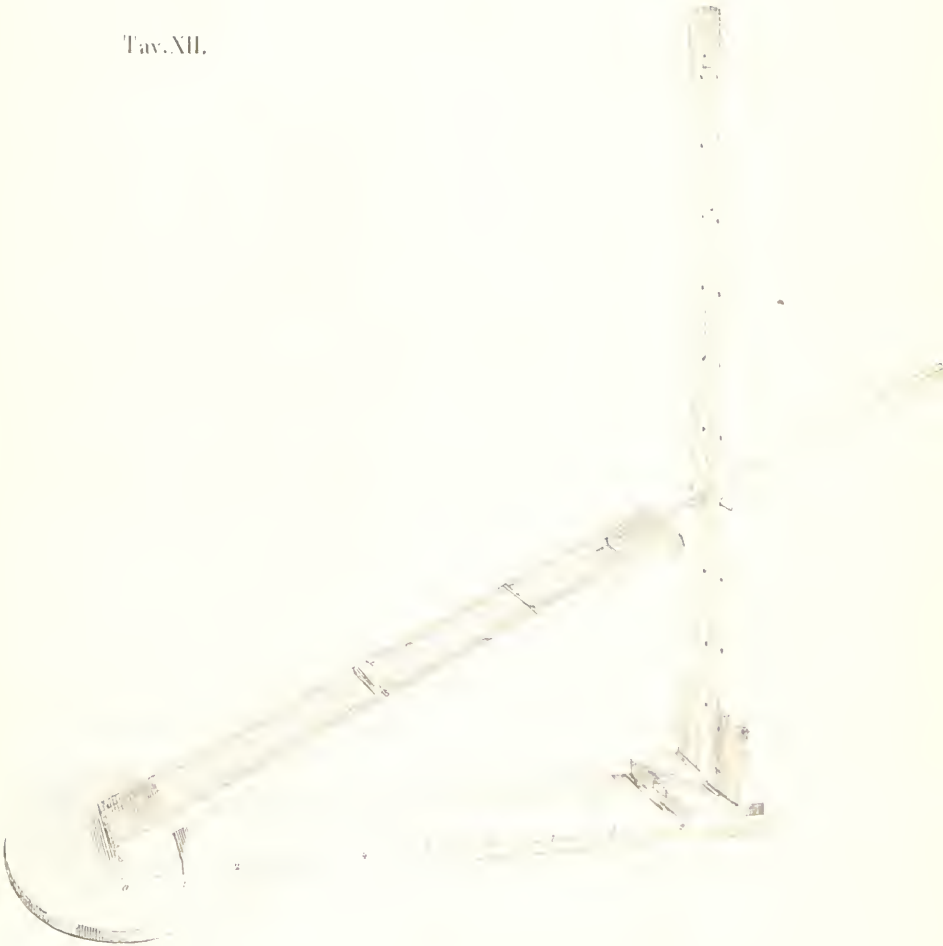
Idea di un opera intorno alla scienza, del Dott. Giuseppe Bianchetti. Pag. 165
Soluzione di alcuni problemi relativi al movimento dei corpi sottoposti a forza centrifuga, del Prof. Carlo Conti . . . . . » 187
Soluzioni grafiche di problemi geometrici del primo e del secondo grado trovate col metodo delle equipollenze, del Prof. Giusto Bellavitis . . . . . » 225
Dell'influenza dei raggi solari rifratti dai vetri colorati sulla vegetazione delle piante e germinazione dei semi, del Prof. Ab. Francesco Zantedeschi . . . . . » 269
Intorno alle molecole dei corpi, ed alle loro affinità dipendenti dalla forza ripulsiva insita alle medesime, del Dott. Bartolommeo Bizio. » 295
Nuova maniera di sperimenti sulla misura delle forze centrifughe, del Prof. Ab. Giuseppe Zamboni 413



CORREZIONI

Pag.	41	*linea*	27	*Sulla memoria*	*Sulla [illegible]*
»	53	»	18	H. tomentosum li	H. tomentosum [illegible]
»	55	»	25	*Delachampii*	*Delachampii*
»	64	»	25	i prodotti	gli enti [illegible]
»	70	»	31	i prodotti mentali	gli atti [illegible]
»	112	»	29	permesso	[illegible]
»	118	»	26	sud-ovest	[illegible]-ovest
»	143	»	15	geografici o marini	[illegible]
»	146	»	31	sono posteriori	sono posteriori [illegible]
»	290	»	29	verde	vetro
»	330	»	28	borio	bari
»	331	»	16	ora	via
»	334	»	22	stenico	sternico
»	374	»	20	potassico	calcico
»	384	»	32	unendo	uno

Tav. XII.



PREMIATA TIPOGRAFIA ANTONELLI